BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE ROMA
8
37 I
2
G
V
53
G.V.II.10

PETRI RAMI
SCHOLARVM
MATHEMATICARVM,
LIBRI VNVS ET TRIGINTA,

A Lazaro Schonero recogniti & emendati.

FRANCOFVRTI,
Apud Andreæ Wecheli heredes,
Claudium Marnium, & Ioannem Aubrium.
M. D. XCIX.

ARGVMENTVM SCHOLARVM Mathematicarum.

Tres primi libri continent procœmium mathematicum, id eſt exhortationem ad mathematicas artes ad Catharinam Mediceam, reginam, matrem regis.

Duo proximi diſputant præcipua quædam capita Arithmeticæ.

Reliqui ex ordine diſſerunt de quindecim libris exclidea στοιχειώσεως.

DIPLOMA CAROLI NONI DE REGIORVM PROFESSORVM INSTITVTIONE.

CAROLVS DEI GRATIA REX FRANCIÆ omnibus hoc Diploma lecturis S.

FRANCISCVS Rex illuſtriſsimus, dominus avuſq; noſter literas & literatos adeó coluit, ut omnium linguarum ac ſcientiarum profeſſores regio ſtipendio in academia Pariſienſi inſtituerit: eaq; inſtitutio ſucceſſus tam ſecundos ac felices habuit, ut ex Europa univerſa doctiſsimi homines ad regias profeſsiones optati, ſummum fructum ediderint, indeq; infinitus numerus eruditorum virorum prodierit ad amplitudinem avi noſtri per univerſum terrarũ orbem teſtificandum, quod ab illuſtriſsimo domino & patre noſtro Henrico conſervatum & continuatum eſt: noſq; eadem voluntate ac mente fueramus, cùm in demortui profeſſoris locum deſignaſſemus profeſſorem, qui pro apto idoneoq; nobis inſinuatus eſſet. Verùm P. Ramus nobis chariſsimus decanus profeſſorum noſtrorum animadvertit á nobis

contra animi noſtri ſententiam deſignatum eſſe profeſſorem, nullo doctrinæ nomine, nulla eruditionis fama notum, imò cùm ad prælegendum acceſſiſſet, auditorio perridiculum. Itáq; noſtram Pariſienſem curiam, de fraude, quæ reipub. fieret, edocuit, & rogavit ut is, qui ſe factum profeſſorem diceret, examinaretur: quod à ſenatu decretum, nobis quóq; ratum ac probatum eſt. Quamobrem ut in poſterum dignitas profeſſionum regiarum, doctiſſimis tantúm maximeq́; idoneis mandetur, de conſilii noſtri ſententia, deliberatione certa, mera ac regia authoritate vacationem regiæ profeſſionis, cuiuſcunque vel linguæ vel ſciẽtiæ, per omnes celebres academias ſcholaſq́; promulgari, omneſq́; qui prælectionem & diſputationẽ á decano & reliquis profeſſoribus propoſitam ſubire voluerint, ad examẽ admitti volumus, & mãdamus, ut ex omnibus qui prælegerint, diſputarint, de quibus á decano, & profeſſoribus reliquis renuntiatum nobis fuerit, poteſtas nobis ſit optandi legitimeq́; deſignandi probatum maximé, maximéq; idoneum: abſque præiudicio tamen iudicii in curia noſtra iam facti, quod ad eum attinet, in quem examen decretum ſit. Itaq; mandamus charis & fidelibus noſtris ſenatoribus Pariſienſibus, præfecto præfective legato privilegiorum conſervatori Pariſienſis academiæ, ut noſtrum diploma legendum, publicandum, in publicas tabulas referendum, atq; obſervandum curent, nec ullo modo violari patiantur. Sic

enim

enim placitum nobis eſt, quæcunq; contra diplomata intercesserint. In cuius rei fidem, diploma ipſum ſigillo noſtro obſignatum curavimus. Gergobinæ Boiorum, 7. Maii, anno 1566. & regni noſtri, 6.

Ex mandato regis in regio conſilio, ita ſignatum.

Alboſpineus.

SENATUS AUTHORITAS AD REGIS DIPLOMA.

Decimo Maii, cùm Antonius Loeſi pro decano & collegio regiorum profeſſorũ poſtulaſſet à Senatu, ut diploma recitaretur, publicaretur, in tabulas publicas referretur: idq; integro diplomatis teſtatũ haberetur, Baptiſta Manilius regius orator pro generali procuratore regis cõſenſit, & requiſivit, ut ita fieret: tumq; Chriſtophorus Tutæus princeps Senatus, in diplomatis gratulationem pronuntiavit hos juvenalis verſus,

Et ſpes & ratio ſtudiorum in Cæſare tantùm:
Solus enim triſtes hac tempeſtate camœnas.
Reſpexit.——

S. C. itaque laudante atque approbante ſenatu factum eſt, ut in tergo diplomatis adſcriberetur, lectum, publicatum, in tabulas publicas relatum, audito, conſentiente & requirente generali procuratore regis. Atque ita factum ſignatumque.

TILLETVS.

PRAEFATIO IN TRES PRIMOS LIBROS AD CATHA-*rinam Mediceam, Reginam, matrem Regis.*

IMPETRAVIMUS, Catharina Medicea, regium hoc diploma de examinãdis & nominandis regi profeſſoribus, Joanne Monlucio Valentinorũ epiſcopo Bleſis primùm ſuadente: deinde Othone Caſtellonio cardinale palã ad regium conſilium apud Gergobinam Bojorum referente, ſed te in primis approbante: cuius gratiam non ſolùm quia maxima eſt omnium, quas adhuc à regib. ſuis regii profeſſores conſecuti eſſent, ſed quia ad omnes populos nationeſque pertineret, per orbem terrarum denuntiandam, divulgandam, publicandam iudicavi, ut omnes docti homines, quacunque é gente orti, intelligerent, regias academiæ noſtræ profeſſiones ſibi communes eſſe, unaque perſpicerẽt, quám ſtudioſum virtutis & doctrinę regem nobis informares. Sed quoniam ingenui eſt animi, inquit orator, cui multum debeas, eidem plurimum velle debere, attende quid abs te regii profeſſores præterea non poſtulent modó, ſed propé iam expectẽt. Mediceorum domus publicum omni doctrinæ liberali hoſpitium Florentiæ fuit, & Coſmus Mediceus, Magnus propterea cognominatus eſt. Hîc enim Chryſoloras primus græcas literas tota Europa latina multis iam ſeculis intermortuas excitavit, unde Lute-

tiam

tiam à Tifernate Chryſoloræ diſcipulo protinus, indeque in omnes Europæ regiones delatæ ſunt: Hîc Argyropylus grçcé Ariſtotelis philoſophiam docuit, & é grçco in latinũ converſam, Coſmo nuncupavit: Hîc Ficinus Platonem etiam latiné loquentem fecit, fructumque coſmianæ liberalitatis ſingularem tulit, donatus elegante villa Careggio Coſmi vicina, ubi liberiùs philoſopharetur: Hîc deniq; græci philoſophi omnes, relicta Græcia in Italiam ad Coſmum hoſpitem profecti, interprete Ambroſio latinis cogniti ſunt: Et quidẽ quó libentiùs docti cuiuſq; doctrinæ homines Florentinam Coſmi academiam frequentarent, cœnobium ſancti Marci magnificé á Coſmo ædificatum eſt, in eoq; Bibliotheca exornata libris omnium generum. Sed Laurentius Mediceus Coſmi nepos, avum etiam magnificentia vicit. Scholas duas alteram Florentiæ, alteram Piſis fundavit, Chalcondylam, Veſpucium, Landinum, Politianum, Baptiſtam Mãtuanum, Laſcarim, Marullum, Acciolum magnificẽtiæ ſuæ præcones habuit: Laſcarim etiam per univerſa barbarorum imperia dimiſit ad raros antiquorum authorum libros exquirẽdum. Itaque é Græcia, Ægypto, Syria, etiam voluntate permiſſuq; Sultanorum, Laurentii ſtudio faventium, conquiſiti vndiq; magno ſumptu libri, & Florentiam comportati. tumque fama fuit græcos, imperio quidem á turcis, ſed bonis artibus atque antiquis authoribus á Laurentio ſpoliatos eſſe. Ergo florentina bibliotheca illa á Coſmo inſtituta, á Laurentio non ſolùm tabulis & ſignis excellentium artificum, ſed tot tantiſque latinorum græcorumque virorum vigiliis & monimentis ornata, publicis ſtudioſorum deſideriis, tam grandibus impenſis dicata, omnes orbis bibliothecas longiſſimé

ſuperavit. Quidvis amplius? Chriſtiani principes Laurentii fama commoti ſunt ad doctos homines impẽſiùs colẽdum, ad academias omnium liberaliũ artium & ſcholas conſtruẽdum, ad bibliothecas inſtituẽdum, ut Sfortia dux Mediolanenſium: ſed & reges, Matthias Hungariæ, Ferdinandus Arragoniæ: maximé veró omnium Franciſcus Franciæ, vel hoc uno bonarum artium ac literarum amore à francis Magnus cognominatus, ut antea Coſmus à florentinis. Laſcaris nempe Laurentio mortuo ad Franciſcum venit, ut Tifernas antea Lutetiam venerat, regemq; ſuapte natura audiendi diſcendiq; cupidiſſimum, vehementiùs inflãmavit. Interea Budæum etiam erudivit, unde bibliotheca Fontis bellaquei tãto rege digniſſima, unde regii profeſſores Lutetiæ inſtituti, id eſt fontes laudãdarum diſciplinarum aperti. Ioannes Mediceus, qui decimus Leo pontifex fuit, majorum bibliothecam diſcordiis civilibus afflictam reſtituit, & amore excellẽtium ingeniorum nihilo inferior fuit. Sadoletus, Bembus, Longolius mæcenatis ſui virtutem teſtificantur. Quid Coſmus Mediceus Florentiæ & Senæ dux? quid aliud adhuc egit, & bibliotheca ad fanum D. Laurentii conſtituta, & publicatis pandectis, & ingenuis artibus fovendis colendiſque, quám ut domeſticum avitæ laudis patrimonium tueretur? Vides igitur, Catharina Medicea, quę Mediceorum tuorum facta tibi proponam? Potentia & opibus liberaliter uti ad patriam maximis bonis complendum, fundare academias, ædificare palatia muſis, doctos homines præmiis ornare, neq; facinore tantúm pręclaro hominibus prodeſſe, ſed exemplo principes orbis terrarum ad æmulationem incendere. Atq; hæc ſunt paterni generis. quid ſi á materna ſtirpe Bononienſium

ſium in Belgio comitum cum regibus & imperatoribus ſanguine cõiunctorũ gloria repetatur? Gotthofredus Bononienſis tria ampliſſima patrimonia, & ſuũ & fratris & matris, ſacræ militiæ conſecravit, & ſacris ideo ſtipendiis ſummo Frãcorum, Italorum, Germanorum cõſenſu, Hieroſolymorum regnum eſt adeptus: Patrias nempe regii animi virtutes Frãci cõplectebantur. Germani ſuas ducebant, quód antea ſub Auguſtorum ſignis illuxerant: Itali colebãt, quia bello italico ſingulares eſſent experti. Quare in genere paterno ſunt philoſophi natura atq; animo patriæ veri principes, in materno ſunt heroes virtutis admiratiõe reges creati. In te veró cur degenerẽ, aut maioribus diſſimilẽ animum interpreter? Superba palatia & tecta magnifica Mediceis tuis placuêre: Tegulariæ ædes quid viſum antea, vel auditum Pariſienſib. oſtentant? Bibliothecæ nobiles illis prægrandi pecunia redẽptæ ſunt: tu rariſſimos latini græciq; generis, neq; dũ feré editos authores permagno numero, neq; ſumptu minore tibi comparaſti, diſcendiq; cupidis cõmunicari voluiſti. Teſtem huius laudis, præter innumerabiles alios, me quoque feciſti. Coſmus literatos coluit, Laurentius etiam literas ſtudioſé didicit: Tibi diſciplinæ nobiles, ſed mathematicæ in primis á tenera ætate placuerũt. Gotthofredus ſanctum regnũ virtute ſibi cõparavit. Tu ſingularibus naturæ adeoq; & fortunæ dotibus, Chriſtianiſſimo regi nupſiſti, ut regũ perpetua deinceps ſobole futurorum regina mater eſſes. Supereſt ad cumulandum Mediceam palmam, florẽtina muſarum domus: Supereſt Florentiæ & Piſis fundata academia: Supereſt operis pars ſumma, ut mediceam, ut bononienſem famam exſuſcites, viciniq; populi tuas laudes admirati, æmulari de-

nique incipiant. Agedum, ſingulares illos animi atque ingenii tui motus, conſecrandis per ædificia memoriæ tuæ monimentis, utlibet & quantumlibet admirentur alii: equidem tum demum non admirabor tantùm, ſed fortunatos judicabo, cúm tali ſtructuræ proprium ſolum invenerint. O me fidei ſpeiq; bonæ plenũ! Enimverò quid de gloria tua & apud te dicẽtem erubeſcere neceſſe eſt? Nego igitur ſolum in terris aptius eſſe ullum ad præclaram Catharinę Medicęę memoriam æternæ poſteritati conſecrandum, cliuo Pariſienſis academiæ. Hic fundatum muſarum illud palladium, deſpectus in omnes regiones latiſſimos & jucundiſſimos habebit. Coſmus & Laurentius in Hetruria amœnas villas habuere: in earum nulla bibliothecam condiderunt, quia agris & ſylvis iſta nequaquam pręparantur: in media patriæ luce collocarunt, ubi civibus ingenuis fructus ingenii longé gratiſſimus in promptu eſſet. & de Bellaquei fontis bibliotheca, te ipſam idem mihi reſpondere memini. Ergo bibliothecam cõſtituito in urbe regni, cuius regina es, urbium reliquarum principe, & in academia omnium academiarum antiquiſſima celeberrimaque: Hic Florentia & Piſæ abundé ſuppeditabunt: neque tibi Mahumete opus erit, á quo capta Conſtantinopoli grammatici, oratores, philoſophi é Græcia expulſi in tyrrhenum litus ejiciantur. Adſunt omnes illi, prætereaq; latini & hebræi: adſunt & mathematici, qui literas omniũ linguarũ atq; doctrinarũ liberaliũ, ſtipendio profitentur: ſed ſtipẽdio á mille manib. emẽdicato veriùs, quã á regib. donato: & quidẽ emendicato ea jactura & tẽporis & pecunię, ut bona pars tum tẽporis, quod ſtudioſæ juventuti pro regio ſtipẽdio tribuendũ ſit: tũ ſtipẽdii, quod pro mercede aſſidui

laboris

laboris profeſſoribus regi expenſum fertur, in ſtipendii procuratione abſumatur. Auditoria profeſſoribus regiis Lutetiæ adhuc nulla ſunt: aula, vel via potius eadẽ viciſſim omnes & quidẽ precario duntaxat utuntur, eaq; lege, ut prætereuntibus bajulis & lotricibus, & quibuslibet interpellationum moleſtiis regię profeſſiones obnoxię ſint. Profeſſoribus ipſis domicilia mercede conducenda ſunt. At privatorũ gymnaſiorũ profeſſoribus cõditio paulò eſt ęquior: Victus ſuis horis paratus, auditorium quieto loco ſecretũ, domicilium definitũ, ſtipendium etiam paulò clarioribus á gymnaſiarcho, minervale omnibus á diſcipulo perſolvitur. Illa igitur incõmoda iampridem deplorantur, & Franciſcus magnus cúm forté inaudiſſet, optimam abbatiam pręter ſtipendium profeſſoribus donavit: Sed Timarchides tum neſcio quis dedit operã, ne abbatia collegio addiceretur: partitus eſt ſingulis quãtũ placuit, partẽ nequaquã deteriorẽ ſubſecuit ſibi: atqui extinctis jã cunctis profeſſoribus illis, extinctũ quoq; regis beneficium eſt. Sed Franciſcus magnus præclarum his malis remediũ cõparabat. Gymnaſiũ loco, ędificio, vectigali, ordine, genere profeſſorũ, diſcentium numero, ſed pręcipué inſigni quodã gallicæ nobilitatis prytaneo, diu multũq; deſcriptũ ac meditatũ pené incoaverat. Henricũ ipſe audivi de patris gymnaſio diſſerentẽ, palamq; prędicãtẽ, ſeſe eadẽ omnia ẽt magnificentiùs pręſtaturũ: Bella tamẽ & inopinæ mortes adhuc tantũ bonum gallicis muſis inviderũt. Quamobrem, Catharina Medicea, excita tuo vno eodemq; monimento, Coſmi, Laurentii, Gotthofredi, Franciſci, Henrici ſempiternam memoriam. Sitũ gymnaſii in medio academiæ tãquam cẽtro, quò facillimus undiq; é tot gymnaſiis ſit acceſſus, tibi

deſignavi,ubi auditoria profeſſionibus variis ſeparētur, domicilia doctorib. & diſcipulis regiæ liberalitatis alumnis aſſignentur: vectigal tantæ fundationi congruens, ærarium tuum nihil exhauriet: verbo vno, eoq; omnium verborum, quæ humana voce vnquam prolata ſunt, juſtiſſimo ſanctiſſimoque: verbo, inquam, vno hæc omnia tantùm tibi conſtabunt. Dicā tamen de impenſis quod ſentio, apud animum ut largiſſimum liberaliſſimumque, ita largitionis & liberalitatis fructu digniſſimum. Mortales liberi mortalem, immortales immortalem gloriam memoriamq; parentibus adferunt, ait Plato: nec ob humanos liberos unquam vel templa, vel ſacra cuiquam facta ſunt: At cōtrá Lycurgus Lacedęmone colitur, propter leges Spartæ & univerſæ Gręciæ ſervatrices. Honoratur & Athenis Solon propter talem legū partum: Coſmo Laurentioque ab invidis multa detracta ſunt: at parta é rectè factis, id eſt immortalibus liberis gloria detrahi nō potuit, quin corporibus extinctis, in intimis ſuorum civium pectoribus liberales erga patriam beneficique vivis animis perpetuo verſentur. Hieroſolymorum regnum jampridem defloruit: at heroicum Gotthofredi regnum in animis hominum ſempiterna gloria florebit. Quid igitur ſubſtructiones illæ, quas ingenti hominum fama atque admiratione ædificas, quandiu Catharinæ Mediceæ futuræ ſunt? Hęredem certé nomine, quin animo fortaſſe longé differentem non ita multó poſt accipient: Et ſi tua, quandiu per naturā queāt, futura ſint, tamen marmora muta ſurdáque erunt: At noſtra hæc, quandiu Francorum regum ſtatu incolumi pariſienſis academia ſteterit, Catharinæ Mediceę & erunt & appellabuntur, beneficentiámq; tuam gratiſſimis animis præ ſe ferent,

rent, omnibuſque linguis & literis apud omnes populos in ęternum prędicabunt, & quidem pręconiis longiùs latiúſque reſonantibus, quàm vix credi poſſit. Etenim operæpretiū ſit Plinii ſententiam cum pręſenti argumento comparare. Serrani, inquit, Cincinnatíque temporibus, annonę vilitas Romę ſumma fuit. Quęnam ergo tantę ubertatis cauſſa erat? Ipſorum tunc manibus imperatorum colebantur agri, ut fas eſt credere, gaudente terra vomere laureato & triumphali aratore: ſive illi eadem cura ſemina tractabant, qua bella: eademque diligentia arva diſponebāt, qua caſtra: ſive honeſtis manibus omnia lætiùs proveniunt, quoniā & curioſiùs fiūt. Hęc ille non minùs verè, quā ſplēdidè. At quorſum, inquies? Floruerunt, inquam, bonę artes ac literę Florentię & Lutetię, majoremque doctorum hominum & operū proventum ſeculo uno vidimus, quàm totis antea quatuordecim ſeculis majores noſtri viderant. Laureati nēpe vomeres Coſmorum & Laurentiorum in Italia: triumphales aratores Franciſci, Henrici, Caroli in Gallia, illos ingeniorum proventus, illas doctrinarum fruges, illa muſarum adorea conduplicarunt. Ecquam igitur fœcunditatem & copiam non ſperemus, ſi ſpes Italię, ſi ſpes Gallię conjungantur? quos præcones, quibus vocibus, quàm altè Mediceam gloriam perſonantibus, futuros arbitramur? Literæ latinę, græcę, hebraicæ, philoſophia tota, quæ putatur, lætiſſimo fructu animos hominum impleverunt. En etiam mathemata (quibus & contemptus & vilitas & obſcuritas ab ignaris ſpe ſordiſſimi quęſtus lumen artium liberalium extinguere conantibus impudenter obiicitur) tres ea de re mathematicos velut oratores ad te mittunt: primus dignitatem, ſecundus utilitatem, tertius

novum quendam & inſolitum ſplēdorem ſuorum numerorum & lineamentorum plenè & copiosè tibi demonſtrabūt, ac pro vna regia Pariſienſis academiæ mathematica profeſſione (quam cæca improborum hominum turpiſque cupiditas opprimere contēdit) mille (ut bona ſpes eſt) mathematicas profeſſiones tota Gallia primúm, deinde Europa reliqua excitabunt. Denique diſciplinæ omnes uno variorum ſonorum concentu, ſempiternam beneficentiæ tuæ laudem concinere geſtiunt. Hāc itaque vitam, Catharina Medicea, hanc memoriam, hanc poſteritatis æternitatem complectere animo, per deum immortalem, totaque mēnte meditare.

INDEX

INDEX IN TRES PRIMOS SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIBROS.

Diſciplinæ æternæ & earum in mathematis periodi quatuor p 1
Mathematum prima periodus chaldæa ab Adamo ad Abrahamum 2 & 3
Periodus ſecunda in Ægyptis 4
Periodus tertia in Græcis á Thalete ad Theonem, ubi & latina periodus cõprehẽditur 5 & deinceps
Thales 5
Ameriſtus 6
Pythagoras 6 & 7
Anaxagoras 8
Oenopides 8
Zenodotus 8
Hippocrates 9 & 10
Briſo 10
Antipho 10 & 11
Democritus 11
Theodorus 11
Plato 11.12 & 13
Eliſabetha regina Angliæ 13.14
Maria regina Scotiæ 14
Iacobus Stevardus comes Moraviæ 14
Leodamas 15
Archytas 15 & 16
Theætetus 16
Neoclides 16
Leo 16 & 17
Eudoxus 17 & 18
Amyclas 18
Dinoſtratus 18
Menechmus 18
Theudius 18.19
Helicon 19
Hermotimus 19
Philippus 19
Xenocrates 20
Ariſtoteles 20.21
Theophraſtus 21
Eudemus 21.22
Ariſteus 22
Ariſtarchus 22
Euclides 22.23
Eratoſthenes 23.24.25
Archimedes 25.26.27.28 29.30.31
Hipparchus 31.32
Apollonius 32
Æneas 32
Amphinomus 32
Cteſibius 32.33
Hero 33
Geminus 34
Perſeus, Philolaus, Plotinus, Porphyrius, Plutarchus, Poſidonius, Menelaus 34
Soſigenes 34 & 35
Ptolemæus 35
Pappus, Philo, Nicomedes, Sporus, Diophantus, Nicomachus, Serenus, Proclus Diadochus 35
Proclus Mechanicus 35
Priſcus 35 & 36
Diognetus 36.37
Theon 37.38

INDEX IN SECVNDVM LIBRVM.

Mathematis inutilitas & obſcuritas 39
Matheſis eſt fundamentum philoſophiæ 39
Logica inſtrumentum faciendæ artis 40
Mathemata quibus inutilia videantur 40 41
Mathematũ utilitas a Proclo deſcripta 41.42
Vtilitas ad contemplandum 42
In Muſicis 44
In Opticis 44
In Phyſicis Platonis 44
In Phyſicis Ariſtotelis 44 45.46
In Aſtrologia 46.47
In Medicina 48
In Ethicis & Politicis 48
In Theologia 48.49
Mathematum utilitas ad agendum 50.51.52
Arithmeticæ utilitas ad agendum 51.52.53
In geodæſia 54.55
In mechanicis & rotunda figura 55.56.57.58 59
In fodinis 59.60
In re militari 60.61
In re typographica 61
In Nautica 62
Maximilianus Imperator 62
Regiomontanus 62
Norberga 62

Melanchthon 63
Milchius 63
Rheinoldus 63
Peucerus 63
Gemma 63
Appianus
Stoflerus
Scheubelius
Monſterus
Vurſtiſius 63
Oſvaldus
Tagantius
Nabodus
Herlinus
Engelardus
Rheticus
Homilius
Volfius 63
Santbecius 63
Stadius 63
Siderocrates 63
Leovitius 63.64
Daſipodius 64
Tigurina Schola 64
Gulielmus Landtgravius Heſſiæ 64
Auguſtus Dux Saxoniæ 64.67
Maximilianus imper. 64
Carolus archidux Auſtriæ 64
Matthias rex Hungariæ 64.65
Joannes electus rex Hungariæ 64.65
Vrdungus
Curio
Morshemius
Grynæus
Comes Palatinus 65
Xylander
Chriſtophorus Palatinus
Chriſtianus rex Daniæ 65
Ericus rex Sueciæ 65
Cæſar Moſcovitarum 66
Cæſar Turcarum 66
Camerarius 67
Sturmius 68
Artium liberalium & legum reformatio 68.69.70

INDEX IN LIBRVM TERTIVM.

Mathematum obſcuritas 72.73
P. Rami ſtudium, & propterea periculum 74.75
Mathematū obſcuritas unde examinanda & quib. legibus exponenda 75.76.77.78
Matheſis caret errore falſitatis 78
Matheſeos origo 78
Matheſeos nomen unde 79
Matheſis é quo genere artis 80
Elementum quid 81
Ellipſis quanta in elementis 81.82.83
Redundantia in generibus quæſtionum 83.84
In generibus principiorum 84
In propoſitionis partibus & generibus, problemate, theoremate 84 85
In converſione 86
In quinquaginta elementis logicis & arithmeticis 87
In elemētis geometricis 87
In demonſtrationibus principiorum 87.88.89
Syllogiſticarum complexionum 89 90.91
In genere demonſtrandi 91.92.93
Methodus qualis in elemētis 94.95.96
Methodi prima hyſterologia in corporib. arithmeticæ & geometriæ 97
Secunda in membris principiorum 97
Tertia in generibus numerorū & magnitudinum 98
Quarta in ſpeciebus generum 99
Epilogus de conformandis elementis 99.100
Italiæ laus 101
Cardanus 101
Maurolycus 101
Piccolomineus 101. & 102
Barocius 102
Commandinus 102
Emanuel Taurinorum & Allobrogū princeps 102
Venetiæ 103
Tartalea 103
Bononia 103
Sigonius 103
Philippus rex Hiſpaniæ 104
Alphonſus rex 104
Nonius 104
Pius quintus Papa 104
Exhortatio ad mathematicos 105.106

P. RAMI

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. I.

LIBERALIUM artium commentationem duplicem inſtituimus ἀποδεικτικὴν alteram, qua veritas artium utilitaſq; demonſtratur, quomodo grammatica, rhetorica, logica adhuc expoſitæ ſunt: Arithmetica & geometria mox ſequentur, deinde reliquæ: ἐλεγκτικὴν alteram, qua cõtrariarum opinionum vanitas refellitur: quo de genere ſcholæ ſunt grammaticæ, rhetoricæ, logicæ, phyſicæ, metaphyſicæ, & jam mathematicæ. Procemium hoc igitur mathematicæ cohortationis erit in tribus primis libris mathematicarum ſcholarum: quale procœmium legum ſuarum Plato primis libris quatuor & quinti parte comprehendit, ſuaſionem legis procœmii nomine ſignificans. Primus igitur mathematicarum ſcholarum liber explicabit hiſtoriam præſtantium mathematicorum, á quibus artes mathematicæ inventæ atque excultæ ſunt: ut planum ſit adverſus importunos deriſores, quantæ dignitatis hæ ſint diſciplinæ. Secundus, mathematum utilitates declarabit, ut calumniatores improbi convincantur, qui mathematicas artes palàm audent affirmare ſine fine, ſine uſu populari eſſe. Tertius, Ptolemæi regis problema adverſus Euclidem diſputabit, de magis perſpicua, magiſq́ue compendiaria via matheſeos inſtituendæ, quo facilius ab omnibus perdiſcatur & exerceatur. Quamobrem, ô ſingularis & eximia matheſis

——Quæ te tam læta tulerunt
Secula? qui tanti talem genuere parentes?

Lubet enim grato jucundoque laudationis & gratulationis argumento, ut Trojanus orator ille reginam Carthaginis affatus eſt, ſic diſciplinam tam nobilis & ingenuæ eruditionis affari. Ariſtoteles igitur 1. cœli, & 1. meteor. artes æternas, ut mundum, arbitratur, ſed earum tanquam ſtellarum varios ortus & occaſus eſſe, ut modò excitentur, & floreant, modò jaceant & contemnantur. Hæc magni philoſophi magna prorſus ſententia eſt, artes ſunt æternarum & immutabilium rerum: at ipſarum apud homines notitia nequaquam eſt æterna. Græcia quõdam nulla natio doctior, nulla eruditior fuit: Italia, Gallia, Britannia, Germania nulla indoctior. At, ut inquit ille,

In Latium ſpretis academia migrat Athenis.

Commigrationes gentium variæ commemorantur, commigrationes literarum

BIBLIOTECA NAZ. VITT. EMANUELE ROMA

& diſciplinarum non pauciores commemorari poſſunt. Ariſtotelei nimirum ſunt illi ortus atque occaſus doctrinarum. Itaque ortus ejuſmodi & occaſus periodos quatuor Plin.lib.18.cap.25.aſtrologorum nomine prodidit: chaldæam,ægyptiam græcam,romanam. Prima veró ſecundaque mathematum periodus ſacris profaniſque literis abundé teſtata eſt,matheſiſque prima hominum ſcientia, ut ex Joſepho patet,ante mundi diluvium fuit,artibus mathematicis per primos patriarchas divino longiſſimæ & ſanctiſſimæ vitæ beneficio repertis.Sic enim loquitur li.1.ca.3.de Setho.Hic educatus,ubi eo ætatis venit,ut jam quod rectum eſſet, diſcernere valeret,virtutis ſtudiis ſe totum dedidit,& cum vir optimus evaſiſſet,etiam nepotes ſui imitatores reliquit, qui quoniam erant omnes bona indole prædit, & patriam abſque ſeditione incolebant, in perpetua felicitate vitam exegerunt, ſapientiamq; cæleſtium rerum atque ornatum animadverterunt: Ne autem hæc inventa ex hominum notitia dilaberentur, & prius perirent quam pernoſcerentur, cum Adamus univerſalem rerum interitum fore prædixiſſet, unum incendio, diluvio alterum,excitarunt duas columnas,alteram lateritiam,alteram lapideam: & utriq; ſua inventa ſcripſerunt,ut ſi lateritiam diluvio deleri contingeret,lapidea ſuperſtes hominibus diſcendi copiam faceret,& quę inſcripta continebat,ſpectanda exhiberet: ajunt enim lapideam illam ab ipſis dedicatam, quæ & noſtris temporibus extat in Syria.Hæc Joſephus 3.cap.de mathematis apud ſanctos patriarchas ante diluvium, deque mathematum amore quodam ſingulari atque admirabili. Capta ab hoſtibus civitate, profugi cives quæ chariſſima habuerant, rapiunt transferuntque ſecum.

Sum pius Æneas raptos qui ex hoſte penates
Claſſe veho mecum.—

At ſancti patriarchæ de mathematum ſummorumq; animi bonorum ſalute ſoliciti,Æneæ pietatem tantó ſuperarunt,quantó virtutum illuſtrium ſolida bona ficta penatium ſuperſtitione majora fuerũt ac diuturniora.Sed de mathematis poſtea diutiſſimé in eadem gente continuatis idem Joſephus cap. 8. ejuſdem libri idoneus author eſt de Abrahami mathematis mirifica prædicans. Abrahamus,inquit, vir is fuit, qui & omnium rerum intelligentia præſtaret, & facile audientibus perſuaderet,neque in iis falleretur,de quibus conjectaret. Propterea virtute ſapientię cæteris præſtantior habitus,conſtituit vulgo receptam de deo perſuaſionem convellere & commutare.Ergo primus audet affirmare unum eſſe deum univerſorum opificem:De cætero ſi quid ad felicitatem conferat, id non noſtris nobis viribus, ſed illius voluntate cõtingere.Hoc vero colligebat ex terræ & maris affectionibus, rum eorum quæ circa ſolem ac lunam,& omnium quæ circa cælum contingerent: eſſe nimirum potentiam quandam,quæ his adſit & provideat ſingulari ordinis obſervatione. Hac autem cum deſtituerentur homines, palam eſſe quæcumque ad noſtram utilitatem attinent,non pro noſtra ipſorum facultate, ſed pro dei jubentis imperio & poteſtate ſuppeditari. Quapropter huic uni honorem deberi, huic gratias agi oportere.Quamobrem cum Chaldæi & Meſopotamii cæteri contra ipſum moverentur,conſilium migrandi cepit,& voluntate auxilioque dei fretus Chananæam

næam tenuit, ubi ſedibus poſitis deo ſtruxit aram, & hoſtias mactavit. Meminit autem patris noſtri Abrahami Beroſus quoque, non tamen eum nominans, his verbis. Poſt diluvium autem decima ætate apud Chaldæos erat quidam juſtitiæ cultor, vir magnus, & cæleſtium rerum peritus. Hæc igitur mathematum prima periodus eſt apud Joſephum, a Diodoro Siculo brevius notata lib. 2. In Babylonis medio, ait, Semiramis templum Jovi erexit, quem vocãt Babylonii Belum, de quo cum & ſcriptores diſcordent; & opus ipſum vetuſtate collapſum ſit, certi nihil pronuntiari poteſt: conſtat tamen miranda altitudine fuiſſe: & a Chaldæis in ipſo obſervationes factas eſſe, accurate conſiderato & oriente & occidente propter operis altitudinem. Hic igitur Semiramis videatur templum Jovis nomine, mathematicis Chaldæis & mathematicis aſtrorum obſervationibus ſactaviſſe: quo loco videatur Diodorus Babylonicam turrim ſacris literis teſtatam attingere. Sed in eodem etjam libro Chaldæi dicuntur numerare annos, quibus illis obſervationibus vacaverunt uſq; ad Alexandri Aſcenſum, 473000. quæ fabula refellitur à Calliſthene miſſis ad Ariſtotelem Chaldæorum obſervationibus annorum 19 3. Sed .n. Chaldeæ matheſeos ut Abrahamus ſacris, ſic Beroſus profanis literis artifex inſignis perhibetur. E Chaldæa gente Beroſo, ait Plinius, ob divinas prædictiones Athenienſes publicé in gymnaſio ſtatuam inaurata lingua ſtatuère. Sed mathematum originem in una præſertim aſtrologia M. Tullius primo de divinatione perſpicue palamque ab Aſſyriis repetit. Principio Aſſyrii, ut ab ultimis authoritatem repetam, propter planitiem magnitudinemque regionum, quas incolebant, quum cælum ex omni parte patens atque apertum intuerentur, trajectiones motuſq; ſtellarum obſervarunt, quibus notatis, quid cuique ſignificaretur, memoriæ prodiderunt. Qua in natione Chaldæi, non ex artis, ſed ex gentis vocabulo nominati, diuturna obſervatione ſiderum, ſcientiam putantur effeciſſe, ut prędici poſſet quid cuique eventurum, & quo quiſque fato natus eſſet. Quamobrem primus ortus mathematum apud Chaldæos ejuſmodi fuit, cum prima Plinii periodo congruens. Sed ortæ & florentes apud Chaldæos mathematicæ artes tandem ex Aſſyria in Ægyptum commigrarunt duce Abrahamo. Nam ut apud eundem Joſephum eſt 9. cap. 1. lib. fame Chananæam invadente, Abrahamus audita Ægypti ubertate, proficiſci illuc decrevit, tum ut copiis eorum frueretur, tum ut ſentẽtiam ſacerdotum de divinitate cognoſceret: aut ſecuturus illorum opinionem, ſi modó melior eſſet, aut ipſe rectiora iis commonſtraturus. Itaque, ut eſt in eodem capite paulo poſt, rex Ægypti Pharaotes Abrahamo magna pecunia donato poteſtatem fecit congrediendi cum præſtãtiſſimo quoque Ægyptiorum ac doctiſſimo: quo factum eſt ut ipſius virtus, virtutiſque fama illuſtrior fieret. Nam cum Ægyptii diverſis moribus agerentur, patriaſque leges inter ſe contemnerent, proptereaque varie conflictarentur, cum quolibet ipſorum congrediens, eorumq; opiniones refellens, quas de patriis rebus haberent, vanas, nihilq; prorſus veritatis habere declaravit. Ob has igitur diſputationes admirabilis factus eſt: cumq; magnam tam intelligendi, quam eloquendi, docendique facultatem præ ſe ferret, arithmeticam aſtronomiamq; benigné illis communicavit. Nã ante Abrahami ad ipſos adventũ Ægyptii rudes erant hujuſmodi diſci-

plinarum,quæ a Chaldæis ad Ægyptios profectæ hinc ad Græcos tádem pervenerunt.Hæc Ioſephus de Abrahami ſingulari in mathematicis eruditione ac profeſſione,deq́; commigratione mathematum a Chaldæis in Ægyptum. Proclus igitur iſtam periodum temporum ſecundam ſecutus,inventionem arithmeticæ ad Phœnicas propter mercaturas & commercia,geometriæ ad Ægyptios propter inundationes Nili ſuo limo terminos agrorum obruentis retulit: Et quidem Berytus in Phœnicia oppidum etiam temporibus Imperatorum,Athenarum inſtar profeſſione diſciplinarum floruit: atque Ægyptii poſſeſſionem quidem laudis hujus antiquiorem, ab Alexandro autem magno Alexandriam etiam diſciplinarum iſtarum academiam habuere. Sed ante Alexandrum, ut dixi,multis ſeculis in Ægypto mathematicæ artes ab Abrahamo illuc traductæ,floruerunt,adeo,ut Ariſtoteles 1.ca. 1.metaphy.affirmet mathematicas artes in Ægypto primum à ſacerdotibus publica vacatione fretis inventas eſſe.& certé vacatio illa in geneſi cap.27. teſtata eſt, ut à rege Pharaone ſacerdotibus ager in ſtipendium mathematicæ profeſſionis eſſet aſſignatus.Quapropter mathematica otia apud Hebræos ſanctorum & divinorum patrum ſtudia fuerũt: mathematica otia apud Ægyptios ſacerdotum ſtudia fuerũt, imo veró regum ipſorum monimenta:hinc regali ſumptu ædificatæ mathematicis armillæ, conſtructa magnis impenſis generum omnium ad varias obſervationes gymnaſia & inſtrumenta.Id nimirum Manilii carmina Auguſto Cæſari cecinerunt de ſacris vatibus & ſacerdotibus mathematum magiſtris,ut deus regum & ſacerdotum animos mathematis velut afflârit ad ipſius providẽtiam perſpiciendum: aſtrologiam tantum attingit: at arithmeticam & geometriam antecedere neceſſe fuit. Sed Paganus poëta Mercurium pro deo nominat.

Quem primum infernis licuit cognoſcere terris
Munera cœleſtum? quis enim condentibus illis
Clepſiſſet furto mundum,quo cuncta reguntur?
Quis foret humano conatus pectore tantum,
Invitis ut diis cuperet deus ipſe videri?
Tu princeps authorq́; ſacri Cyllenie tanti:
Per te jam cœlum in terris.jam ſydera nota.
Sublimes aperire vias,unumq́; ſub orbem
Et per inane ſuis parentia finibus aſtra,
Nominaq́; & curſus ſignorum,pandere vires,
Major uti facies mundi foret,& veneranda
Non ſpecies tantum,ſed & ipſa potentia rerum.
Sentirentq́; deum gentes,quam maximus eſſet.
Qui ſua diſpoſuit per tempora cognita ut eſſent
Omnibus,& mundi facies,cælumq́; ſupernum.
Naturaq́; dedit vires,ſeq́; ipſa recluſit,
Regales animos primum dignata movere
Proxima tangentes rerum faſtigia cælo.
Quæ domuêre feras gentes oriente ſub ipſo.

Quas

Quas ferat Euphrates, in quas & Nilus inundat,
Quà mundus redit, & nigras ſuper evolat urbes.
Tum qui templa ſacris coluerunt omne per ævum,
Delectique ſacerdotes in publica vota
Officio junxêre deum, quibus ipſa potentis
Numinis accendit caſtam præſentia mentem:
Inque deum deus ipſe tulit patuitque miniſtris.
Hi tantum novêre decus, primique per artem
Sideribus videre vagis pendentia fata.

Adhuc igitur penes Chaldæos & Ægyptios mathematicum magiſterium divinum & ſanctum, idemque ſacerdotale ac regale fuit. Deinceps matheſis ex Ægypto græcum mare trajecit, & ad Græciæ philoſophos tandem pervenit, anniſque paulo plus ducentis à Thalete Mileſio & Pythagora Samio ad Euclidem maturitatem ſuam quandam & perfectionem habuit: nos ætatem iſtam maturitatis longius ad Theonem uſque produximus annis ferè mille. Thales enim ante Chriſtum floruit annis 584. Theon poſt Chriſtum annis 390, quibus additis ſumma eſt 974. Sed in hac ſecta etiam latinam complectimur: quam Proclus novam ſectam nullam putavit propter Cæſarianam aſtrologiæ deſcriptionem, quę præſertim Soſigenis fuit. Quamobrem & nos à Proclo præcipua hujus hiſtoriæ capita mutuati, ex hac tertia periodo atque ſecta mathematicos complecti ſtatuimus. Thales igitur Mileſius primus Græcorum, cum in Ægyptum veniſſet, Geometriam inde in Græciam tranſtulit, multaque ipſe reperit, multa ſucceſſoribus ſuis expoſuit, τοῖς μὲν καθολικώτερον, τοῖς δ' αἰσθητικώτερον ἐπιβάλλων: aliis quidem plenius & uberius, aliis ſubtilius & minutius incumbens, ait Laertius. Hæc in mathematico logicæ laus eſt magna, & qua major vel optari hodie non poſſit: ſunt multa in elementis ſpecialiter propoſita, quæ ad generum paucitatem redigi queant: ſunt generalia quædam, quorum ſpecialis fructus ignoratur: imo totis elementis nullum de cujuſquam propoſitionis uſu verbū eſt: atque ut illic genera, ita hic ſpecies valde requirantur. Ergo Thales logicam iſtā ſecutus γραμμικὴν θεωρίαν de lineis contemplationem, quam prius Euphorbus Phryx inchoaverat, abſolvit, & quandam de triangulis doctrinam attigit, ut 5.15.26 p 1. ſicuti Proclus recitat: item etiam adſcriptionem trianguli & circuli, de qua ſunt 2.3.4.5 p 4. cujus adſcriptionis etiam lætitia elatus, bovem immolaſſe dicitur. ô Mathematicas muſas veſtris amatoribus initio tam difficiles duraſque: tandem tam ſuaves ac jucundas, quæ veſtri ſtudioſos tantis laboribus exercetis, ac demum tanta voluptate perfunditis. Hæ nimirum mathematum voluptates eximiæ ſunt & ſingulares, quarum exempla etiam in poſteris nonnulla reperientur, mathematici tantum laboris propria, cum cæteris artibus minimè communia: ſed Thaletis aliæ quoque laudes ſunt. Pyramides Ægyptias dimenſus eſt, obſervato cum corporibus umbræ eſſent æquales: quod accidit ſole, 45. grad. elevato: Sed geodæſia illa ex umbris facta eſt poſtea elegantior de quolibet tempore per triangula ſimilia. Atque hic Thales non tantùm veritatem, ſed utilitatem mathematicam ſpectavit. Circa Aſtrologiam obſervavit quædam præcipuæ neceſſitatis ac difficultatis de æquinoctiis, ſol-

ſtitiis,ut Laertius ait,item de urſa minore,id eſt Cynoſura,ut Callimachus & Eudemus authores ſunt:denique primus ſolis eclipſim prædixit, ut Hyppias & Ariſtoteles tradiderunt,& lunæ eclipſim Cyro prædixit, ut Tzetzes author eſt. Simplicius tamen 2.cap.1.Phyſ.ait à Thalete ſcriptum nihil eſſe præter Aſtrologiam quandã nauticam,cujus etiam mentio quædam erit in Proclo ad 26 p 1, quæque ad Cynoſuram illam ſpectabat:erat enim nautis pro pyxide, quæ nunc eſt, ut Arati verſibus intelligitur de Cynoſura,

Hac fidunt duce nocturna Phœnices in alto. Et iterum,
Hæc veró parva eſt, ſed nautis uſus in hac eſt:
Nam curſu interiore brevi convertitur orbe.

Quapropter hic primus in Græcia mathematicæ ſcientiæ parens atque auctor fuit:Thaletis ætati ſuccreſcẽs Ameriſtus,vel Mamercus,vel Mamertinus, Steſichori poetæ frater,ſummus in Geometria fuiſſe traditur,nullum tamen ejus inventum narratur.At Pythagoras Samius poſt Thaletem famil[iam] mathematicorum ingentem extulit:maximé veró περὶ ἀριθμητικὸν εἶδος,circa arithmeticam ſpeciem elaboravit, ait Laertius: quod demonſtrat & Ariſtotelis adverſus Pythagoream philoſophiam contraria philoſophia,primo,tertio,& duobus extremis metaphyſicæ libris, ubi Pythagorea quædam dogmata labefactantur. Geometriam veró, ait idem Laertius,ad ſummum perduxit,cum Moeris antea principia elementorum inveniſſet, mathematum principia altius repetens, res mathematicas ἀΰλως καὶ νοερῶς a materia abſtractas ſola mente conſideravit,

— Et quod natura negabat
Viſibus humanis,ea pectoris auribus hauſit.

Logica iſta fuit Thaletis logicæ ſimilis καθολικώτερα facientis,& logica ſapientiam ſingularem complexa. Primi in omnibus artibus obſervatores ſpecialia primó permulta animadverterunt:ſecundi ad ὑπάλληλα pervenerunt: poſtremi tandem & rari ſummum in quoque ſubjecto genus attigerunt.Itaque quo quiſque altius aſcenderit,eo plus veræ laudis meruit. Laudatus eſt iſta laude Thales primus, laudatur modó Pythagoras ſecundus.Pythagorea tamẽ ἀφαίρεσις,abſtractio quæ dicitur,magnos errores poſtea peperit,Pythagoræ ipſi minimé probatos de magnitudine abſtracta perpetuo dividua:cum Ariſtoteles nominatim Pythagoram reprehendat de magnitudine minima & individua:qua de re ſcholæ phyſicæ & metaphyſicæ copioſius diſſeruerunt. Verumenimveró in hac mentis elatione Pythagoras invenit 32.44.47.48.p 1.ſed imprimis ob inventam 47 & 48 p 1.celebratur, cujus inventionis lætitia tanta inventor ipſe affectus fuiſſe dicitur, ut muſis bovem immolarit. Refert Apollodorus apud Laertium, hecatomben immolatam eſſe, deque eo factum hoc epigramma.

ἡνίκα Πυθαγόρης τὸ περικλεὲς εὕρετο γράμμα,
κεῖνος ἐφ' ᾧ κλεινὴν ἤγαγε βουθυσίην.

Quoniam Pythagoras inſignem invenerit figuram,
Ille propterea inclytum celebravit ſacrum.

Amores nempe mathematici ſunt illi: acerbi primum difficileſque,tandem voluptatis

pratis pleniſſimi. Itaque Pythagoras qui Thaletis labores æmulatus eſſet, ejus quoque in lætitia ſimili gratulationem æmulatur. Idem veró Pythagoræ ſacrum Athenæus l. 10 c. 3. teſtatur. Quanquam hoc ipſum Pythagoræ ſacrum apud Ciceronem Academicus Cotta deriſit, quia Pythagoras ne Apollini quidem Delio hoſtiam immolare voluerit. Atqui ſive bovis unius, ſive centum, ſive nullum omninó ſacrum fuit, certé propoſitio Pythagorea in geometricis rebus pluris eſt quam mille boum armenta, tã mirabiles uſus, tamque infinitis in rebus ex vna propoſitione illa oriũtur. Tametſi 31 p 6. ad 47 p 1. generalis eſt latiuſque patet, boveſque mille pro una Pythagorea bove mereatur. Et mirum reputanti fuerit authorem ſpecialis inventi tam glorioſe celebrari: generalis autẽ parentẽ ne nominari quidem. Sed tamen hiſtoriam parentis hujus tertii proſequamur. Invenit Pythagoras 32. 47. 48. p 1. Invenit etiam τὴν τῶν ἀλόγων πραγματείαν, καὶ τὴν τῶν κοσμικῶν σχημάτων σύστασιν, irrationalium tractationem, & mundanarũ figurarum conſtitutionem, quæ decimi & poſteriorũ Euclidis elementorum Geometria præcipua eſt, & qua nulla eſt in totis elementis ſublimior contemplatio: ſed contemplatio tamen in decimo præſertim libro, ſubtilis & ſpinoſa magis, quam utilis & ad uſum neceſſaria, ut tum ſubtilius & accuratius in ipſo opere á nobis explicabitur. Atque hæc Pythagoreæ arithmeticæ & Geometriæ inventa ſunt. Aſtrologiam veró & Muſicam Pythagoras impenſé & docuit & exercuit: Et Aſtrologica prognoſtica futurorũ varia reliquit (ait Tzetzes) Quin muſicam in Aſtris deprehendit, a pleriſque poſtea mirificé celebratam: ab Ariſtotele tamen deriſam. Sed muſica exercitatio illa fuit inſignis, mentes á cogitationũ intentione cantu & fidibus ad tranquillitatem traducere, ut eſt 4. Tuſc. At Pythagoras maximé uno argumento in cælum tollendus eſt, non ſolum quod acuté & ſubtiliter invenerit multa in mathematicis, ſed multo magis quod mathematicam philoſophiam in ſpeciem liberalis & ingenuæ doctrinæ primus redegerit, ludumque aperuerit, in quo iuventus tam honeſtas, tamque nobiles exercitationes haberet. Ea ſiquidem in totum genus hominum ſingularis fuit & immortalis gratia. Non quoſvis, ait Gellius libro primo capite nono in diſciplinam admittebat, ſed ἐφυσιογνωμόνει ex oris & vultus ingenio, totoque corporis habitu explorabat ante & probabat, ne ἄμουσοι, ἀθεώρητοι, ἀγεωμέτρητοι otio & ludo diſciplinæ tam liberalis abuterentur. Tria veró doctrinæ genera Pythagoras ſcripta reliquit, ait Laertius, παιδευτικὸν, φυσικὸν, πολιτικὸν, é quibus παιδευτικὸν illam liberalis doctrinę formam continebat. Nam cum Pythagorei tempore ſilentii peracto ἀκουστικοὶ, ut apud eundem Gellium eſt eodem loco illo, eſſe deſinerent, μαθηματικοὶ nominabantur, á cognitione mathematum: Deinde phyſicis ſtudiis informati, phyſici dicebantur: poſtremus eruditionis gradus erat in moribus & adminiſtratione civitatum & rerumpub. unde politici appellabantur, ut politicum hic ethicum complectatur. Pythagorei tamen tanquam generali nomine μαθηματικοὶ ab Ariſtotelis interpretibus appellantur, ut a Syriano 13. M. metaph. l. Ergo tantus mathematicæ eruditionis ſator & propagator Pythagoras fuit: Cujus, utinam παιδευτικὸν illud liberalis & ingenuæ inſtitutionis fundamentum, paulo diligentius ab hominibus attenderetur, propria humanitatis elementa tamdiu á ſcholis noſtris nequaquam abeſſent. Linguæ & gramma-

ticæ ſtudia cum nulla erant, patrio & populari ſermone ingenuæ artes inſtituebantur: Rhetorica tropos & figuras, logica locos argumentorum & ſyllogiſmorũ modos nondum in ſcholas importârant. Initia doctrinæ & elementa a mathematicis erant, abſolutio a Phyſicis & politicis deinde petebatur. Triplicia modo à Grammaticis, Rhetoribus, logicis elementa ante perdiſcenda ſunt: cultum animi atq; ornatum multiplicatum equidem laudo: verum cum huc perventum ſit, cur præteritis mathematis, ad phyſica & politica convolatur? Atqui mathemata ſunt phyſicorum & politicorum elementa & fundamenta: neque phyſicum, aut politicum naturæ, aut reipub. magiſtrum atque artificem quenquam idoneum Pythagoras judicabat, qui non ante mathematum magiſter atque artifex fuiſſet. Ridiculum eſt in Academia Pariſienſi de ſcholaſticis, qui pro legitimo philoſophici triennii labore ac ſtudio cum menſes aliquot in liberalia ſtudia impenderunt, magiſtri tamē artium publica & voce & authoritate nominantur. Hi vulgó per ſaltum magiſtri appellantur. At, bone Deus, ſaltum hic longé diſſimilem, & ubi foſſa interjecta nulla exiſtimatur, tamen multo magis præcipitem ſuperatis mathematum principiis & elementis Pythagoras appellaret, & Thebani ænigmatis dignum hic quiddam ſtatueret, ut magiſter liberalium artium habeatur, qui liberales artes, vel ſolas, vel certé principes ne à limine quidem ſalutarit. Verúm pergamus, ſæpius iſta Pythagoræ querimonia nobis conquerenda erit. Pythagoras ſummus & ſingularis mathematicus fuit, ut Pythagorei mathemata primi attigiſſe & auxiſſe Ariſtoteli videantur 5 c 1. metaph. ſed Ariſtoteli inventores Ægyptios oblito. Agedum à Pythagora diſcedamus. Qui mathematicæ parētes ſucceſſēre? Anaxagoras Clazomenius & Oenopides Chius ſecuti, magnum in mathematicis nomen habuére: Et tanquam virorum mathematica laude illuſtrium, Plato in amatoribus meminit, ubi adoleſcētes in deſcriptionibus circulorum & ſectionum circularium dicuntur de Anaxagora & Oenopide contendere. Ab Anaxagora Geometriam quandam ſcriptam eſſe indicat Ariſtotelis liber de lineis individuis adverſus Anaxagoram citatus á Græcis interpretibus: indicant & Aſtrologiam tractatam eſſe apud Laertium illa, de ſole majore Peloponneſo, de habitationibus in luna. Oenopidi veró Proclus 12 & 23 p 1. attribuit. Ælianus 7. c. 10. de varia hiſtoria aliam ex Aſtrologia laudem attribuit, cum dedicaret in Olympiis legem in tabulam, inſcripſit in ea Aſtrologiam quinquaginta novem annorum, affirmans hunc eſſe magnum annum. Zenodotus Oenopidis diſcipulus quædam geometrica conſcripſit, unde & Proclus aſſumpſit differentiam problematis & Theorematis lib. 2. cap. 8. Atque hi tres proximi, Anaxagoras, Oenopides, Zenodotus, ut antea Ameriſtus, magis nomine & fama, quam teſtatis monimentis aut exemplis virtutum ſuarum clari perhibentur, niſi forte & a Proclo veriſimile eſt virtutes ipſas præteritas eſſe, quod hiſtoria Theophraſti vel Eudemi de iis amplior in manibus haberetur. Quare duo ſunt adhuc inſignes & eximii mathematum principes, Thales & Pythagoras. Sed Hippocrates Chius, Briſo, Antipho, vel Ariſtotelis reprehenſione mathematici nobiles perhibentur. Hippocrates Chius prorſus admirabilis fuit naturæ, dicam, an fortunæ miraculo? Hic enim, ut ait Philoponus, in primũ Ariſtotelis phyſicum, mercator, cum in piratarũ

navim

navim incidiſſet, Athenas venerat prædones accuſandi gratia, & cum diu Athenis perſequendi criminis cauſſa moraretur, acceſſit ad philoſophos, quorum conſuetudine tantũ in Geometria profecit, ut duas res in geometria maximas tentarit, valdeque promoverit, τετραγωνισμὸν, quadraturam circuli, & duplicationem cubi. Circuli quidem quadraturam non invenit, ſed cum quadraret lunulam, falſo arbitratus eſt ex hac circulum quadrari. Nam ex lunula quadrata circulum quadratum eſſe arbitrabatur. Hæc breviter Philoponus. Itaque Ariſtoteles primo phyſico Hippocratis veluti legitimé & ſecundum geometrica principia philoſophantis elencho reſpondendum cenſet eſſe. Hippocratis certé tetragoniſmus boni ſaltem hoc attulit, quod veré & mathematicé demonſtravit obliquilineum, ut lunula eſt, certam habere rationem ad rectilineum: neque heterogenia hic ulla eſt, ut quidam ætatis noſtræ, alioqui præſtantes mathematici crediderunt, quod & Eutocius doctiſſimus Archimedis interpres jam olim quoque docuerat. Peripheria, ait, circuli eſt magnitudo quædam, & quidem ad vnum dividua, cujus ſpeciei & recta eſt. Eſt enim utraque magnitudo tantum longa, & eo tantum genere diviſibilis: ac tamerſi nondum conſtiterit, quomodo peripheria rectæ poſſit æquari: attamen natura eſſe quandam rectam peripheriæ æqualem, á nullo unquam eſt dubitatum. Hæc Eutocius in primum theorema Archimedis de dimenſione circuli, ubi affirmat á nemine mathematico unquam eſſe dubitatum, quod non ſolúm dubitatur á nonnullis, ſed plané negatur. Quare quadrati & circuli ratio, quamvis nondum nota ſit, non tamen notionem habet impoſſibilem: Veraque ideo eſt Ariſtotelis ſententia, multa ſciri poſſe, quæ nondum ſcita ſunt, ut τετραγωνισμὸν circuli: Scientia quidem ejus nondum eſt, αὐτὸς δὲ ἐπιστητόν ἐστι, ipſe autem ſcibile quiddam eſt, ut ait in Categoriis, & aliis præterea locis, ut ejus ſententia nemini attento, & in philoſophi verba intento, dubia poſſit eſſe. Et ſic Marinus in protheoria Datorum, affirmat circuli ſcientiam (quamvis nondum percepta ſit) percipi tamen poſſe. De laudibus igitur Hippocratis nobilis imprimis iſta laus erit in quadrato circulo: apud Eutocium autem in Eratoſthenis cubo, majus etiam Hippocratis ingenium declaratur. Primus enim tentavit cubi duplicationem per duas in dupla ratione rectas duarum continué proportionalium extremas: quam viam ut ſingularem & unicam, omnis poſteritas approbavit. Ergo laus hęc Hippocratis altera prorſus egregia eſt: ſed & laudes ſunt inſuper aliæ. Proclus enim ait ab Hippocrate in dubiis diagrammatis ἀπαγωγὴν deductionem ad impoſſibile factam eſſe, multaque in geometria reperta. Sed ἀπαγωγῆς logica tandem amplius expendetur, quãtumque in mathematicis ea demonſtratio mereatur, planum faciemus. Præſtantior certé logica fuit Thaletis καθολικώτερα & Pythagoræ νοερώτερα facientis. Hippocratis tamen encomia dicantur. Supra omnia, meo judicio, illud eſt quod omnium mortalium in diagrammatis ſolertiſſimus fuiſſe dicitur. Logica in hoc mercatore, videlicet naturalis ſingulorum enuntiatorum fuit, qualé Proclus in Cratiſto poſtea cõmemorat fuiſſe, qui ſine arte, ſolo naturæ acumine prompté problema quodvis dijudicaret. Vulgus poetas naſci arbitratur & mentis furore ad egregia carmina fundendum excitari. At impetus iſte naturalis communis eſt omnium virtutum

omniumque diſciplinarum, in quibus excellet nemo, niſi qui naturæ indole atque bonitate impelletur, vel potius rapietur. Naſcuntur in pratis herbæ ſua ſponte: ſed in aliis aliæ fœcundiores & uberiores. Sic exiſtimandum eſt artium ſemina hominum mentibus a natura ingenerari, ſed in aliis alia abundantius. Quapropter credibile eſt mathematicam ſpeciem atq; ideam aliquam in animo Hippocratis inſediſſe, ut é mercatore, id eſt alieniſſimi ſtudii opifice, tantus geometres exiſteret. Sed Hippocrates primus στοιχειώτης & Elementorū author ac ſcriptor fuiſſe á Proclo dicitur, tanquā Thales & Pythagoras & antea reliqui permulta eruerint ac deprompſerint, Hippocrates cuncta compoſuerit & formarit, quo nomine primus mathematicę verus parens & pater haberetur. Methodus nempe & univerſus artis ordo hanc Hippocrati laudem attulit: ut non tantū inventionis ſolertia, ſed ſyllogiſticæ concluſionis, ſed maximé methodicæ collocationis naturali quodā lumine excelleret. Teneamus igitur hunc é mercatore philoſophum præſtantē in mathematicis authorem fuiſſe, non ſolum quia circuli quadraturam, & cubi duplicationē in mathematicis elementis aggreſſus eſt, multaq; alia invenit, ſed multó magis, quia mathematica Elementa diligentius demonſtrarit & luculentius ordinarit. Primus mathematicæ in ſchola magiſter Pythagoras fuit, ſed ut de primis initiis credi par eſt, minus diſtinctus, ut στοιχειώτης ideo non appelletur: ſed tamen quidquid ſit, Hippocrates Pythagoræ magnitudine minimé deterritus mathematicū magiſteriū auxit, & exornavit elementis ordine, viaq; pleniore & uberiore deductis. Sed duo præterea mathematici reprehenſione Ariſtotelis nobilitati ſunt, Briſo & Antipho: nec enim adverſus ignavos & inertes athletas Ariſtoteles luctatus eſſet, ut diſcipulus ejus Alexander reges athletas depoſcebat, cum ad Olympicam coronā invitaretur. Quid igitur Briſo? quid Antipho ſimile Hippocratis habuerunt? Briſonis quadratura citatur ab Ariſtotele primo poſteriorū, & primo elenchorū, quod cōmunibus principiis quadraturam circuli demonſtraret. Et Alexander demonſtrationis illius ſummam ait fuiſſe. Quadratum circumſcriptum majus eſt circulo: inſcriptum autē minus: Intermedium igitur quadratum circulo æquale erit. At in quē locū ſignorum intermediorū æquale quadratū caderet, Briſo non demonſtravit. At Philoponus Alexandrum in eo falli putat: quia tum non communibus & heterogeneis uteretur. Sed tamen Briſo cum ſic tetragoniſmum polliceatur, nihil præſtat: tantū concludit circulū quadrari poſſe, & veritati propinquū aliquid oſtendit: ſed tamē neq; ſatis mathematicé neque ſatis accuraté: ſunt enim comparationes pleræq; ejuſmodi in mathematicis fallaces & captioſæ: ut ſi inſcriptæ ſint æquales ſubtendunt peripherias æquales, & contrá verum eſt: item, ſi inſcriptæ ſint inæquales, ſubtendunt peripherias inæquales, & contrá, verum item eſt. At ſi hinc cōncludas, Ergo peripheriæ ſubtenſis ſunt proportionales, falſum Ptolemæus convicit ad 9. c. 1. conſtruct. Sic neq; ſequitur, Datur in circulo angulus major recto, datur minor recto, ergo dabitur æqualis recto. Quare Briſo captioſa ratiocinatione deceptus eſt, ac ſi nil aliud invenerit, nil admodū invenit. Quid Antipho? quid hic deſcribit? Antiphon hoc eodem Poſteriorū loco citatur á Philopono, & repetitur primo phyſico: ſed gravior ejus paralogiſmus oſtenditur, quā fuit Briſonis. Multangulū tantū, aiebat,

inſcribi

Inſcribi poteſt, ut tandem ſit æquale circulo: At quadratum æquatur cuilibet multangulo: quadratũ igitur æquatur circulo. Propoſitio ſyllogiſmi falſa eſt, & geometricis principiis contraria. Quærit hic Simplicius, cui principio geometrico ſit contraria, & Alexandrum reprehendit, qui attulit é tertio lib. Elementorũ, circulũ tangi á recta unico puncto: tum ipſe profert magnitudiné infinité dividi poſſe, idque principiũ ait ab Eudemo proferri: quod magis conſentaneũ eſt, quamvis Ariſtoteles principia hic nõ appellet ſolúm axiomata vel poſtulata, vel definitiones. Nec. n. tali ullo principio uſus eſt Hippocrates, á quo principia ſervari Ariſtoteles profitetur, ſed vel elementa demonſtrata, quomodo in demonſtratione 2 p 12. Euclides demonſtravit é 1 p 10, & 6 p 4, nullũ rectilineũ tantũ circulo inſcriptũ eſſe, quin majus inſcribi potuerit: quod penitus contrariũ eſt illi Antiphontis propoſitioni, ſtatuenti multangulum inſcribi poſſe æquale circumſcripto circulo. Quamobrem Briſo Antiphoq; nihil admodũ problema iſtud promoverunt: Sed é problemate tamen intelligitur, ſi non facultate, certé voluntate Hippocrati ſimiles fuiſſe, qui quæſtioné in mathematicis præcipuá ſibi tractandam & diſcutiendá propoſuerint. Quapropter conatus iſte index aliorũ quoque ſtudiorũ ac laborum hactenus probandus & laudandus eſt. Democritus cum in phyſicis tũ in mathematicis admirabilis fuit ſcriptis libris, de numeris, deq; geometria generatim, itẽ expoſitiones, ſed & ſpeciatim de differentia gnomæ, de lineis irrationalibus & ſolidis, de contactu circuli & ſphæræ, de aſtronomia, coſmographia, de parapegmatis, polographia, actinographia, de ſideribus vagis, de magno anno, de muſica plurima, ut Laertius author eſt. Theodorus Cyreneus deinde celebratur nomine, non monimentis, ut antea Mamertinus, Anaxagoras, Oenopides, Zenodotus, nomine tamen magnus eſt, quod Platonis in mathematicis magiſter fuiſſe memoratur: imo quod á Platone ipſo in Theæteto, ut Dialecticæ, ſic Geometriæ, Aſtrologiæ, muſicæ doctor inſignis deſcribitur, & matheſis ipſius quædá attingitur de longitudine & potẽtia magnitudinũ, qualis Pythagoræ geometria fuit irrationaliũ. In politico etiam Theodorus appellatur præſtantiſſimus circa ratiocinationes & res geometricas. Itaque præconia iſta magna ſunt a tanto præſertim præcone Theodoro tributa. Sed unus mathematicorũ omniũ, tanquam Homerus, habetur Plato, qui non ſolũ a Theodoro Cyreneo in Græcia, á Pythagoreis in Italia, á ſacerdotibus in Ægypto mathematica tũ inventa didicit, ſed per ſeſe multa exprompſit. Primus nominavit στοιχεῖον elementũ in mathematicis, unde στοιχείωσις & στοιχειωτὴν, ut intelligamus Platoni Pythagorá imprimis in eo placuiſſe, quod elementa juvenilis inſtitutionis in matheſi collocaret. Plato (inquam) primus mathemata ingenuæ eruditionis ac doctrinæ elementa nominavit, tanquá principia & rudimenta: nominavit itẽ ἑτερομήκη oblõgum numerũ: primus inchoavit ſectiones, non quales ſunt ſecundo Elementorum lib. de ratione quadrati & oblongi é ſectione unius rectæ, ſed quales ſunt ſectiones conicæ & cylindricę. Invenit etiam modum demonſtrationis per analyſin, ut Laertius ait, & Proclus ad 1 p 1. Analyſeos autẽ illius exempla ſuperant ad 1.2.3.4.5 p 13, itẽ 2. Archimedis de ſphæra: quæ ad cauſſas ex eventis atq; effectis exquirendũ, ſingulare adjumentum plerumque adferat. Cætera mathemata, tũ imprimis Geo-

metriam maximis acceſſionibus amplificavit, ſtudio incredibili in eam collocato. Itaque philoſophię ſuæ libros mathematicis rationibus diſtinxit, ac frequentavit, ac quicquid in mathematicis admirabile, cumque philoſophia conjunctum eſſet, excitavit: Sic á mathematis reliquæ philoſophiæ demonſtrationem ac ſplendorem repetivit: imó veró philoſophiam ſuam ἀγεωμετρήτοις occultam & incognitam eſſe voluit. Itaque tam propoſitum tamque charum fuit hoc ſtudium Platoni, ut in Academiam neminem admitteret, niſi Geometriæ peritum, vel certé capacem auditorem & idoneũ: unde illud veſtibulo Academiæ inſcriptũ, οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω, nullus Geometriæ expers accedito, quod ad juſtitiam é geometrica proportione Tzetzes retulit: ſed allegoriam hiſtoria & veritas reſpuit. Æmulatus eſt Plato hac in re magiſtrum Pythagoram, qui non diagrammate veſtibuli, ſed Phyſiognomonico illo iudicio arcebat á ſchola ſua ἀμούσους, ἀθεωρήτους, ἀγεωμετρήτους. Quę cum de duobus pręſtantiſſimis ingenii & doctrinæ præceptoribus cogito, animo certé non commoveri non poſſum, Academiam Pariſienſem omnium, quæ unquam in terris fuerunt, Academiarum multis laudibus aliis longiſſimé principem: tamen iſta laude tam diſſimilem deprehendi. Linguarum latinæ, græcæ, hebraicę profeſſio in grammaticis & rhetoricis eximia eſt & laudabilis: Logicam ſæpe conqueſtus ſum ſophiſticis tantúm de arte ipſa altercationibus exerceri: at mathematum nullam in philoſophiæ ſtudiis rationem, nullam profeſſionem eſſe, equidem ſine ſcelere tacere non poſſum. Fundamentum Pythagoricæ ſcholæ in mathematicis fuit, fundamẽtum Academiæ Platonicæ in mathematicis fuit; & ἀγεωμέτρητον philoſophis illis eſſe, idem prorſus erat, quod ἀθεώρητον eſſe & ἄμουσον. Verumenimveró publicis Academiæ noſtræ legibus patent philoſophicarum ſcholarũ fores omnibus ἀγεωμετρήτοις & ἀμούσοις, ut qui triennii primo anno & altero logicas ſpinas neſcio quas, tertio quaſdam phyſicorũ opiniones audierit, etiam plané ἀγεωμέτρητος καὶ ἄμουσος, mathematumq; omnium rudis & ignarus, liberalium artium magiſter, tanquam Pythagoras vel Plato aliquis coronetur. Ergo Pythagoras Academiæ Pariſiẽſi mathematicas artes optabit: Ergo Plato in Academia Pariſienſi mathematicas artes deſiderabit: & uterq; Pariſienſem Academiã, tum Pythagoream, & Platonicã eſſe judicabit, cum mathematicis primas in philoſophia detulerit. Sed ad Platonẽ revertamur, de quo vivo Græciæ judicium inſigne atque illuſtre fuit, cum Apollo interrogatus de ſedanda peſtilentia á Deliis, ut Philoponus 7. c. 1. poſte. author eſt, cubicam altaris ſui figuram duplicari iuſſiſſet, Deliique cubũ cubo ſuperimponentes, priſma oblongum, non cubum feciſſent, nec propterea peſtilentia ceſſaret, deum denuo ſciſcitati, reſponſum ferunt, oraculo ſatisfactum non eſſe. Ad Platonẽ igitur, tanquam mathematicorũ principem, Deliacum problema delatum eſt. Quid igitur hic Plato ad Apollinis oraculum reſpondit? Equidem ſi veré temporib. iiſdem Demoſthenes dixit Pythiam φιλιππίζειν, ſic crediderim jam nunc quoq; πλατωνίζειν: neque oraculum falſum illud quidem, ſed ſolerti Platonis commento expreſſum ſuſpicor ad Geometriæ ſtudia excitandum. Quapropter audito Apollinis oraculo, Plato reſpondit, Græcos neglectę Geometriæ nomine á deo accuſari: proindeque é veſtigio volare Platonis literæ ad omnes familiares in Italiam, in Ægyptum, in Græciam

uniuerſam

univerſam, omneſque præſtantes Geometras excitare ad hoc problema demonſtrandum. Itaque commento iſto, Plato Apollinem mathematicum, imo tanquam matheſeos cenſorem atque caſtigatorem effecit. Enimverò Academiæ Pariensi neque Deliorum peſtilentiam, neque fabuloſam Apollinis Pythiam, ſed certe tam nobilis tamque ingenuæ diſciplinæ Platonicum amorem illum vehementer exoptabo, ut exploſis & ejectis infinitarum nugarum ſophiſmatis, mathemata ſuccedant, idque brevi ſperò futurum: P. Ramus Veromanduus ſum, non Athenienſis Plato: neque Apollinis Pythiam commento illo poſſum excitare, ſed poſſum, ut in procœmio conſtituendæ & conformandæ Pariſienſis Academiæ jam tentatum eſt, & niſi temporis calamitas obſtitiſſet, perfectum jam eſſet: poſſum, inquam, regem meum, regis doctiſſimos & elegantioris doctrinæ amantiſſimos domeſticos & familiares de tantis Academiæ bonis admonere, proq; mea quantulacunque facultate eniti & contendere, ut Pythagoras & Plato in Academiam Pariſienſem regiis legibus, imo regiis privilegiis ac muneribus accerſantur. Dionyſius licet tyrannus is, qui deſcribitur, attamen philoſophiæ amore tanto captus fuiſſe prædicatur, ut Platonem Athenis maximis & muneribus & honoribus evocaret, Platoniſq; tanquam numinis alicujus adventu ignes & ſacra per totã Siciliam fieri juberet: Quanto Chriſtianis veraque pietate & humanitate præditis regibus ac principibus aptius & convenientius fuerit, optimi maximique dei dona in publicas ſcholas publicis privilegiis ac ſtipendiis inducere? Poſſum (inquam) regem regiſque familiares de tantis bonis admonere: imò verò & eodem argumento omnes orbis principes ad ſtudium mathematicæ eruditionis adhortari. Itaque detur nobis hoc loco egreſſionis extra regni fines, venia. Britanniam Galliæ bis antea magiſtram fuiſſe accepimus. Veterum Gallorum diſciplina, inquit Cæſar, in Britannia reperta, atque inde in Galliam translata eſſe exiſtimatur: Et tunc qui diligentius eam rem cognoſcere vellent, plerumq; illò diſcendi cauſſa proficiſcebãtur. Hoc antiquum magiſterium fuit: Deinde cum barbaries, afflicta Romanis bellis Galliæ libertate omnem quoq; diſciplinam afflixiſſet, ex eadem inſula Flaccus Albinus vel Alcuinus Carolo Magno honorificè acceptus liberales artes in Gallia rurſus excitavit: primaq; Pariſienſis academiæ fundamenta poſuit: Sic iterum Britannia Galliæ magiſtra fuit. Itaque ut Gallia nec ingrati nec immemoris animi monimentum erga principem eruditionis atque humanitatis ſuæ parentem teſtatum haberet, Franciſcus rex primus regias linguarum atque artium liberalium profeſſiones inſtituit: unde & Britãnia tanquam fructum communicatæ quondam doctrinæ legitimo fœnore repeteret: unde etiam tanquam municeps publici muneris honorem caperet. Itaque Rod. Bainum Britannum profeſſorem regium Lutetia habuit. Sed Carolus avi laudem æmulatus, publicum de regii profeſſoris excellentia judicium eſſe voluit, eoque idoneos omnes, velut ab aratro Cincinnatos ad philoſophiæ dictaturam evocari. At Eliſabetha Anglorum regina, Angliã tuam Galliæ diſcipulam diutius fieri ne ſinito, ſed Gallos viciſſim in Angliam provocato, doctrinę principatum pluris quam regnum quodvis ęſtimato. Natura & fortuna pleraſque reginas effecit: at nobilium linguarum peritas, laudandarum doctrinarum ſtudioſas & amantes, id eſt tui ſimi-

les ſola virtus efficit. In duabus eruditiſſimis regni tui Academiis ſciſcitando didici regiis ſtipendiis honorari profeſſores linguæ græcæ, hebraicæ: medicinæ, juris civilis, theologiæ. Regia ſunt illa regni ornamenta. At mathematicis artibus præmium regale nullum eſſe conſtitutum. Macti igitur eſtote profeſſores regii, duobus mathematicis collegii regii collegis: alter mathematicis elementis Arithmeticam & Muſicam, Geometriam, eiq; adjunctas Geodæſiam, Opticam, Mechanicam: alter reliqua φυσικώτερα in aſtrologicis, & geographicis profiteatur. Hoc votum apud te & de te Eliſabetha, eó ſanctius concipio, quia Anglia doctiſſimos innumerabiles, ſed é regibus etiam ipſis quoſdam mathematicos habuit, Ethelſtani nempe regis aſtrologicum opus in veſtris annalibus comperio. Quid veró orationis tuæ in Academia Cantabrigienſi conſpectis majorum tuorum magnificis gymnaſiis, gemitus ille generoſum Cæſaris animum veré referens (*At nihil tale feci*). Quid illa in doctiſſimo conventu eximii operis & ad perpetuam nominis tui memoriam monimenti promiſſio: nonne palam loquuntur & proclamant potius, Optate á regina ſingulare aliquod ingenuis literis ornamentum, cumulaté ac magnificé præſtabit. Itaque opto regios reginæ Eliſabethæ in Academia & Cantabrigienſi & Oxonienſi mathematicos profeſſores, qui ſempiterna præclariſſimi beneficii laude memoriá tuam exornent. Toletani Eliſabetham reginam aſtronomicis tabulis prædicant: imo veró Angli reginea in ſuis Academiis collegia perinde ut regia concelebrant, ut Anglorum reginæ cum regibus de gloria literarum certaſſe videantur. Angli igitur Eliſabetham reginam regali mathematicarum profeſſionum honore prædicabunt & celebrabunt. Neque dubito quin factum probet ac laudet Neſtor ille tuus Guilielmus Cæcilius non ſolum quia Cantabrigienſis Academiæ cancellarius eſt, ſed quia patriæ amantiſſimus. Neque tu Dee aut tu Aconti tantum reginæ decus contemnetis. Enimveró vicini Scotiæ reges inſulæ communem gloriam facere contendunto. Maria regina eſt ingenio variis & naturæ & doctrinæ dotibus ornato: Ornatum veró ſororis reginæ Jacobus Stewartus Moraviæ comes, ſi diſcipuli quódam noſtri inſignis & probitas & prudentia mihi bene perſpecta eſt, cùm cæteris ornamentis, tum mathematicis hiſce gemmis perlibenter augebit. Sed cohortationis hujus, Georgi Buccanane, partes tuæ ſunt, ut in Academia præcipué Andreana ad profeſſiones linguarum, latinæ, græcæ, hebraicæ, Philoſophiæ, Medicinæ, Juriſprudentiæ, Theologiæ, adjungantur mathematum profeſſores duo, & liberalium artium quondam ſolæ, certé principes ac reginæ regium ſtipendium regiumq; honorem tua perſuaſione conſequantur. Poeta es Europæ tota clariſſimus, cantatis præſertim ſuaviſſimo ſono divini vatis carminibus: At mihi crede, jam carmē iſtius perſuaſionis carmine luculentius nullum abs te cantari poterit. Baſſantinus Scotus Francis Euclidem fruendum dedit, dabit & libentius Scotis. Sed matheſeos amore digredior ab inſtituta hiſtoria longius, domum redeo. Plato mundum univerſum mathematicæ ſtudio per deliacum illud duplicandi cubi problema incendit atque inflammavit. Philoponus ſcribit Platonicorum commentationes de cubi duplicatione periiſſe, quod in interprete Græcorum interpretum doctiſſimo & φιλομαθηματικωτάτῳ valde miratus ſum. Extant enim apud Eutocium ſententiæ duodecim ſummorum

rum mathematicorum, quarum prima & ingenioſiſſima eſt Platonis, cujuſq; meſographus ad duas medias protinus inveniendum, ſingularis eſt: Mathematicæ itaque laudis principatus tum penes unum Platonem fuit. Sed principatus in eo maximé excelluit, quod é Platonis ludo, vel certé conſortio quodam & contubernio, táquam ex equo Trojano innumerabiles mathematicæ philoſophiæ principes exierunt. Tredecim Platonis familiares a Proclo deinceps commemorantur, quorum ſtudiis mathematica ſit abſoluta. Hinc Leodamas Thaſius, Archytas Tarentinus, Theætetus Atheniẽſis, á quibus mathemata ſunt amplificata, & εἰς ἐπιστημονικωτέραν σύστασιν, & in accuratiorem & magis ſcientificum ſtatum adducta, inquit Proclus. Logica huius illa fuit ante in Thalete & Pythagora matheſin facere καθολικωτέραν ἀϋλοτέραν καὶ νοερωτέραν. Ita nunc in Academia Platonicorum logica eſt εἰς ἐπιστημονικωτέραν σύστασιν erigere. Leodamas Thaſius a Platone didicit analyſeos modum, de quo dixi, perq; analyſim multa in Geometria reperit, ait Laertius, & Proclus ad 1 p 1. Archytas Tarentinus Pythagoreus nobilis, alter Platonis in mathematicis, poſt Theodorum magiſter, vel certé ſocius & conſors fuit. Platonem enim ferunt, ait Cicero, ut Pythagoreos cognoſceret, in Italiam veniſſe, in ea cúm alios permultos, tum Archytam Timæumq; cognoviſſe & didiciſſe Pythagorea omnia. Archytas veró ſcripſit, cúm alia mathematica, tum imprimis illam cubi duplicationem per ſemicylindrum cujus demonſtrationem Eutocius integram habet. Verum enimveró mathematicus iſte unus veré parens mathematicæ diſciplinæ dici meritó haberiq; poteſt, qui non genuit tantum, ſed aluit atque exercuit. Primus enim ſingularem mathematicæ fructum aggreſſus, mechanicam mathematicis principiis uſus artificioſé tractavit, primuſque motum organicum in figuram geometricam adhibuit: unde & lignea columba ab eo facta volaſſe apud Gellium prædicatur: ita ſcilicet libramentis ſuſpendebatur, & aura ſpiritus incluſa atque occulta concitabatur: Ex eodem illo mechanicæ & organicæ fonte orta ſunt αὐτόματα Dædali & ſimilium artificum, fabulis poeticis, propter artis occultam facultatem ſimilia. Notum enim illud poetæ noſtri:

Dædalus, ut fama eſt, fugiens Minoia regna,
Præpetibus pennis auſus ſe credere cœlo,
Inſuetum per iter gelidas enavit ad arctos:
Chalcidicaq; levis tandem ſuperaſtitit arce.
Redditus his primum terris tibi Phœbe ſacravit
Remigium alarum, poſuitq; immania templa.

Talia igitur Dædali ſigna illa ſunt in Menone Platonis, eo artificio facta, ut niſi revincta ſint, auſugiant: Tales Vulcani tripodes apud Homerum 18. Iliados, qui rotis interioribus acti, ſponté prælientur, commiſſoque prælio domum redeant. Sic enim poeta loquitur:

Τὴν δ' εὗρ' ἱδρώοντα ἑλισσόμενον περὶ φύσας
Σπεύδοντα· τρίποδας γὰρ ἐείκοσι πάντας ἔτευχεν
Ἑστάμεναι περὶ τοῖχον ἐϋσταθέος μεγάροιο.
Χρύσεα δέ σφ' ὑπὸ κύκλα ἑκάστῳ πυθμένι θῆκεν.

Ὄφρα οἱ αὐτόματοι θεῖον δύσονται ἀγῶνα.
Ἠδ' αὖτις πρὸς δῶμα νεοίατο θαῦμα ἰδέσθαι.

Quæ ad verbum ita ſunt.

Hunc autem invenit ſudantem verſum circa folles
Properantem: lebetes enim viginti omnes fabricaverat
Stare circa parietem firmæ domus:
Aureas autem ipſis ſub rotas unicuiq; fundo poſuerat,
Vt ei per ſe divinum ingrederentur certamen,
Et iterum ad domum redibant, mirabile viſu.

Hæc Dædali & Vulcani αὐτόματα primo politico ab Ariſtotele repetűtur. Verúm ad Archytam redeo. Hic mathematicus non ſolum mathematicæ uſum ludicris oblectamentis adhibuit, ſed in patriis bellis, quinquíes enim copiis civium ſuorum præfuit, & quinquies vicit. Quinetiam, ſi quid Vitruvio in proœmio libri ſeptimi creditur de machinationibus, geometriam mechanicam & organicam conſcripſit. Quare magnus mathematicus Archytas fuit, non ſolum ob inſignem matheſeos ſcientiam, ſed ob eximiam ſcientiæ utilitatem. Itaque & Horatius 1. Carm. tãquam de excellente mathematico dixit,

Te maris & terræ numeroq; carentis arenæ
Menſorem cohibent Archyta.

Theætetus verò Athenienſis magnæ famæ in Aſtrologia præſertim fuit, á quo etiam primò inſcripta eſſe dicuntur illa quinque ſolida, quæ primus Pythagoras invenerat. Magnus veró imprimis eſt Theætetus Platonis commendatione in dialogo Theæteti nomine inſcripto: in cujus initio magnæ laudes Theæteti continentur. Sed Leodamanti, Archytæ, Theæteto vicini fuere Neoclides, ejuſq; diſcipulus Leo. Neoclidis nomen tantum famaque celebratur: Sed diſcipulus Leo, quantus magiſter fuerit, facile declaravit. A Leonte modus eſt inventus, quo problema ſtatueretur poſſibile vel impoſſibile. Logica naturalis fuit in Cratiſto antea iſtius acuminis & ſubtilitatis. Modus veró in mathematicis elementis traditur, de quarto proportionali 18, & 19 p 9, utrum poſſibile an impoſſibile: At hic modus in totis elementis generalis nullus eſt: & tamen ſi tanti judicii theorema ullum fuit, valdé interfuit propoſitum eſſe. Sed Leo mathematicæ univerſæ elementa conſcripſit, τότε πλήθει καὶ τῇ χρείᾳ τῶν δεικνυμένων ἐπιμελέστερον, tű multitudine, tum uſu demonſtratorum accuratius. Auxit igitur Leo numerum elementorum: imó veró ad uſum aptiorem reddidit: Logica Thaletis καθόλου καθολικωτέραν, logica Pythagoræ ἀϋλωτέραν καὶ νοερωτέραν: Logica Archytæ ἐπιστημονικωτέραν fecit: Logica Leontis modó facit τῇ χρείᾳ ἐπιμελεστέραν. Quam laudem equidem permagnam eſſe judico. Thaletem, Pythagoram, Hippocratem mathematico ipſo artificio celebramus: Archytam & Leontem etiam artificii fructu & uſu: at ut fructus arborum radicibus, ſic artium uſus præceptis gratiores eſſe ſolent. Itaque mathematicum iſtum non ſolum de præceptis, ſed de uſu ſolicitum imprimis admiror & ſuſpicio. Leo igitur tertius mathematicæ philoſophiæ non ſolùm magiſter & doctor, ſed ſcriptor Pythagora & Hippocrate uſus laude

perfectior

perfectior & accuratior fuit. Secundus πυχνιώτης Leo fuit, & logicam hactenus novam attulit, non ſolùm qua dijudicaretur poſſibile problema eſſet, an impoſſibile: ſed quod præcipuæ laudis eſt, qua Geometriæ uſus facilius & expeditius tractaretur. Hos enim non tam doctores, quàm exercitatores artis præcipué laudo. Talis antea fuit unus Archytas, talis ſubinde erit Eudoxus. Eudoxus enim Cnidius ęqualis ſuperiorum, in arithmeticis magnus ad analogias à veteribus traditas alias tres adjunxit: imo ſi Scholiaſtæ Græco creditur, totum in Elementis quintum librum de analogiis invenit: De quarum ſophiſticis demonſtrationibus dicetur ſuo loco: doctrinam ſectionum á Platone inchoatarum auxit, uſus in hac inventione, Platonis analyſi, ut antea uſus eſt Leodamas, perque has lineas curvas, duplicationem cubi aggreſſus eſt, in qua deo ſimilem Eratoſthenes Eudoxum poſtea faciet: hanc tamen duplicationem Eutocius, ne ſua quidem recitatione dignatus eſt. Denique Geometriam deſcripſit, quam ex Archyta didicerat, & generalium theorematum numerum amplificavit. Logica videlicet illa fuit Thaletis, Pythagoræ, Archytæ, Leontis. ita nunc Eudoxi matheſim generaliorem facere. Hic aſtrologicas hypotheſes ἀνελιττουσῶν revolventium ſphærarum primus reperit, ut ex Ariſtotele & Alexandro ejus interprete perſpicitur, poſteaque perſpicietur in Ariſtotele atque in aſtrologia doctiſſimorũ hominũ judicio (ait Tullius) facile princeps fuit, & ita Cæſar apud Lucanum ſenſit, dum ſe Aſtrologiam Eudoxi emendaturum ita gloriatur,

Nec meus Eudoxi vincetur faſtibus annus.

Diſſeruit Eudoxus (ait idem Tullius) contra Chaldęorum prædictiones de natali die. In quo ingenium Eudoxi imprimis ſuſpiciendum arbitror, qui in iſtas vanitates invectus ſit: ut enim plurima in phyſicis rebus, ut georgicis, medicis, nauticis, prædictio vera ſit, plurima item eſt in ſpontaneis & conſilio ſubjectis rebus fallacia prædictionis & impoſtura. Sed hac de re alias Eudoxum perſequamur. Eudoxi nomine extant hodieq; brevia φαινόμενα, cum explicationibus Hipparchi. Sed enim, ut antea Archytas & Leo mechanicam & organicam, id eſt, Geometriæ uſum impenſius coluerunt: ſic & Eudoxus eidem ſtudio maximé deditus fuit. Archytas enim & Eudoxus, ait Plutarchus in Marcello, mathematicas contemplationes ab animo & rebus in mentis intelligentiam tantùm cadentibus ad rerum ſenſilium & corporearum exempla traduxerunt, Geometriam exornantes varietate demonſtrationis non ſolùm logicæ, ſed etiam practicæ, uſum omnino Geometriæ in vita permagnũ eſſe docuerunt. ὀργανικὴ ϗ μηχανική, hæc Geometriæ facultas dicta eſt machinalis & inſtrumentaria. Verùm indignatus Plato quod nobiliſſimam philoſophorum poſſeſſionem in vulgus indicarent ac publicarent, & velut arcana philoſophiæ myſteria proderent, utrumque ab inſtituto deterruit. Quod factum Platonis equidem laudare non poſſum: niſi forté poſſum tam nobilis diſciplinæ contemplationem quidem otioſam laudare, fructum veró & uſum vituperare, finemque artis improbare. Enimveró Plato divine, quænam iſta pené muliebris zelotypia abs te in philoſophiam inducitur: Sic pontifices Romani, faſtus quondam ſuos: ſic theologi plerique noſtri theologiam populo ignotam eſſe voluerunt. Romæ, ait Dion in Tiberio, porticus maxima in alteram partem inclinarat. Architectus quidam con-

tra omnium opinionem machinis erexit & in priſtinum ſtatum reſtituit. Tiberius admiratus opus, opifici invidit, pecuniaque remuneratum vrbe expulit: Cumque aliquanto poſt Romam Architectus reverſus impetrandæ veniæ gratia, vitreum poculum, veluti manibus forte elapſum colliſumque coram Tiberio redintegraſſet, Tiberius interfici iuſſit. Flexibile vitrum artifex ille fecerat: Tiberius necari iuſſit, ne ut Plinius 36. lib. cap. 26. author eſt, æris, argenti, auri metallis pretia detraherentur. Quid igitur, utrum Platoni morbus idem, qui Imperatori? Vileſceret aurum, ait Romanus, ſi vitrum flexibile malleoq; tractabile fuerit: ita modò philoſophus, Vileſceret philoſophia, ſi matheſis mechanicis opificum manibus exponatur. O philoſophum philoſophiæ amore aliquanto intemperantius captum atque incenſum! At quanto melius ac rectius judicaſti, cum philoſophos a ſchola & otio ad Rempub. gerendam, à contemplatione artium ad ipſarum utilitatem exercendam cogendos eſſe dixiſti? Fructum geometriæ mirabilem afferunt mechanica & organica, & ſine his humana vita, ferarum non hominum vita eſſet, ut ſecundo libro percipietur. Mechanicam & organicam Archytas & Eudoxus adamarunt: objurgas utrumque tanquam facinus indignum faciant. Apagete, ais, definite philoſophiæ dignitatem contaminare, & quod philoſophis proprium ornamentum eſt, cum imperitis opificibus communicare. Atqui, inquam, mallem utrumque ad mechanicam & organicam exercendum & celebrandum, pro tua ſingulari & authoritate & eloquentia cohortatus eſſes: uſum enim mathematicæ multò uberiorem teneremus: nec ereptus philoſophis propterea ſuus honor eſſet, ſed tantorum emolumentorum acceſſionibus eſſet amplificatus: Neque enim Geometria, ut veriſſimé Pappus in mechanica diſſeruit, mechanicis operibus contaminatur, ſed ornatur & honoratur, perfectaque tum mathematica eſſet & abſoluta, quando perfectum & abſolutum uſum, id eſt, finem propter quem eſt inventa, conſecuta eſſet, & tum philoſophi tanti boni authores & doctores juſtius obſervarentur & colerentur. Maxima igitur Platonis in mathematicis gloria fœdiſſimam ejuſmodi maculam ſibi aſperſit. Verum perge, maximis virtutibus & maxima quoque vitia vicina ſæpe ſunt. querimonia iſta gravis eſt: conqueſti ſumus excluſas é philoſophiæ ſcholis & ejectas mathematicas artes: & Pythagoram Platonemque vindices appellavimus: modò cõquerimur uſum mathematicarum artium celari & occultari. Utrumque enim in philoſophiæ ſchola volumus, & mathemata, & mathematum uſum. Agedum mathematicos reliquos proſequere. Amyclas Heracleotes Platonis familiaris, & Menechmus Eudoxi diſcipulus, uſuſque Platonis conſuetudine & frater ipſius Dinoſtratus longè perfectiorem Geometriam reddiderunt: Amyclas tamen & Dinoſtratus nomina ſunt, ut antea Mamertinus Anaxagoras, Oenopides, Neoclides Zenodotus. Quantum veró Menechmus valuerit in mathematicis, indicant ſectiones conicæ ab eo repertæ, quibus duas medias invenit, cujuſque inventio cæterorum inventionibus ab Eratoſthene apud Eutocium eſt præpoſita. Geometriam etiam videtur ſcripſiſſe, unde Proclus aſſumpſit omnia propoſitionum genera problemata appellari. Hinc Theudius magnus vir in mathematicis, non ſolùm in reliqua philoſophia præſtans, elementa nempe conſcripſit, & é peculiaribus

liaribus veterum inventis, pleraque fecit univerſaliora, nec odioſum ſibi, nec invidioſum putavit Pythagoræ, Hippocratis Leontiſque στοιχειωταῖς corrigere & emendare, ſed glorioſum fore judicavit tam nobilis diſciplinæ terminos longé latéque propagare. Hęc logica Thaletis laus prima anté fuit, alia καθολικώτερον; alia αἰσθητικώτερον explicantis. Deinde Pythagoræ quod mathemata ἀΰλως & νοερῶς conſideravit, tum Leodamantis, Archytæ, Theæteti, qui theoremata εἰς ἐπιστημονικωτέραν σύστασιν adduxerunt. Deinde Eudoxi qui generalia theoremata amplificavit: Poſtremo Leontis, qui & multitudine & uſu mathematicam ἐπιμελεστέραν fecit. Tertius hic igitur στοιχειωτὴς in mathematicorum patrum ordine, tertium laudis hujus locum obtinebit. Et eodem quidem logicæ laudis argumento quod matheſim καθολικωτέραν fecerit. Hinc etiam Helicō Cyzicinus Athenienſis iiſdem temporibus, cum cæterorum mathematum, tum Geometriæ ſtudio floruiſſe dicitur. Sic antea pleriq́ue nominati, nullis præcipuis inventis ornati. Hic (ut Plutarchus in Dione author eſt) cúm minori Dionyſio ſolis eclipſim prædixiſſet, in ingenti fuit admiratione, & argenti talento donatus eſt. Aſtronomicæ Ephemerides tum nullæ fuerant: Gloria iſta Regiomontani poſtea prædicabitur. Hermotimus veró Colophonius á Theæteto & Eudoxo præculta & præparata fecit ampliora: imo veró tanquam de ingenii induſtriæq́ue laude cum Hippocrate, Leonte, Theudio certaret, στοιχεῖα novam inſtituit, elementa multa reperit, & quoſdam locos præſcripſit. Cur igitur στοιχειωτὴς Hermotimus quartus habitus eſt? quia per ſe multa nova invenit, veterumq́ue inventa fecit ampliora. Ergo quó quiſque matheſim fecit magis univerſalem atque generalem, id eſt præceptis breviorem uſuq́ue faciliorem, eo majorem laudis fructum tulit. Neque hic calumniæ vel obtrectationis nomen audiebatur, ſed diſcipulis & ſucceſſoribus ſemper honeſtum & laudabile fuit magiſtrorum & ſuperiorum doctrinam, emendatione, additione, conformatione meliorem facere. Quamobrem in elementorum mathematicorum patribus, Hermotimus nobis quartus στοιχειωτὴς erit. Philippus Mendæus Platonis diſcipulus, ab ipſoque incitatus ad mathematicum ſtudium, quæſtiones ad Platonis expoſitionem inſtituit, omniaque ſibi ad explicandum propoſuit, quæ Platonis philoſophiæ conducere arbitraretur, quem laborem etiam Theon Smyrnæus poſtea ſuſcepiſſe dicitur. Platonici Philippi Alexander Aphrodiſeus in meteoris, & Vitellio meminit 65 p 10, quod compererit materiam iridis in profundo irradiari, & obſervarit opticum illud iridis admirabile, quod inſequentes fugiat, fugientes inſequatur. Atque omnes hi Platonici in Academia uná cōverſati, & communibus inter ſe quæſtionibus exercitati, mathematicam philoſophiam ad perfectionem deduxerunt, ait Proclus. Ita Procli judicio Platonis Academia mathematum inventrix, vel altrix, certé perfectrix efficitur: iſtaq; periodus eſt tertia pauló plus ducentis annis comprehenſa. In qua ſit operæpretium contemplari ſingularem præſtantium ingeniorum æmulationem, nulla quantumlibet excellentis magiſtri doctrina contentorum, quin melius, perfectius, fructuoſius ſemper aliquid ſperarent & exquirerent. Pythagoras, ut hunc etiam tanquam στοιχειωτὴν numerem, in formulā liberalis diſciplinæ mathematicas artes concluſit, eaſq; iuventuti cognoſcēdas & fruendas exhibuit. Laus

egregia eſt Pythagoræ. Hippocrates iſtam laudem æmulatus, eleméta demonſtrationibus exornata, deſcripſit & publicavit, indeque gloriam permagnam eſt adeptus. Leo tertius in iſto curriculo ſuperioribus parta ingenij præmia, non illa quidem eripuit, multitudine tamen Elementorum majore uſuque ampliore, majorem quoque & ampliorem palmam obtinuit. Nec tamen propterea quartus Theudius, quintus Hermotimus de contentionis ſuæ remuneratione deſperarunt, ſi prius illi metam attigiſſe viderentur, quàm hi é carceribus eſſent emiſſi. Theudius veterum commentationes in altioris ſcientiæ gradum extulit, totaque elementa clarius & elegantius explicavit: Hermotimus accuratius exſolvit, noviſque inventis locupletavit. Ergo

— Sunt hic etiam ſua premia laudi.

Denique in iſtorum hominum mentes, invidiæ, calumniæ, malevolentiæ mentio nulla ſuſpicióve incidit: amor de liberalibus doctrinis bene merendi: ardor mathematicas artes abſolvendi ac perficiendi tantum accendebat. Atqui periodus iſta eſt, in qua putat Proclus mathematicam in numeris & figuris inventam & perfectã fuiſſe. Magna tamen & longa variarum acceſſionum ab Academicis illis ſucceſſio numeratur, ut Proclus nobis interdum ὑπερβολαὶ loqui videatur. Xenocrates enim ſcripſit de numeris & numerorum contemplatione libros duos, de geometria duos, de geometricis rebus quinque, de aſtrologia ſex: & magiſtri Platonis illud arcté tenuit οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Nam cùm quidam mathematum imperitus auditor ejus eſſe vellet: Abi (inquit) λαβὰς γὰρ οὐκ ἔχεις φιλοσοφίας. anſas enim philoſophiæ non habes. Sed Ariſtoteles Xenocratis condiſcipulus multa nominatim mathematica opera conſcripſerat, ut mathematicum, mechanicum, opticum, muſicum. Ptolemæus opticam Ariſtotelis habuit, eamque copioſam fuiſſe teſtatur. Simplicius in Categoriis Geometricos ab Ariſtotele libros & mechanicos appellat: itemque plurima de Pythagoræ & Archytæ philoſophia περὶ στοιχείων, in quibus par eſt credere στοιχείωσιν aliquam mathematicam fuiſſe: & geometricos illos Simplicii libros στοιχεῖα iſta complexos eſſe. Mechanica adhuc extant ſuperiore anno à nobis publicé expoſita: attribuitur item de lineis individuis liber, ſed falsò, cùm ſatis é lectione appareat eſſe interpretis cujuſdam, nec admodum eruditi. Scripſerat tamen librum aliquem in hoc argumento, ut antea patuit adverſus Anaxagoram. Neque minus ἀγεωμέτρητος auditor Ariſtoteli quam Platoni vel Xenocrati diſplicuit: teſtis eſt auſcultatio matutina, ad quam nemo admittebatur niſi cujus elementa prius explorata eſſent. Ergo Ariſtotelis judicio στοιχείωσις reliquam philoſophiam phyſicam & politicam antecedat neceſſe eſt: Secus in philoſophiæ ſcholam nemo admittatur. Tam ſanctum fuit Platonicis omnibus principia philoſophiæ in mathematicis elementis conſtituere. Ariſtotelis veró liberum illud vereque philoſophicum ingenium hic imprimis veneror animo, ac mente ſuſpicio. Plato dehortatus eſt Archytam & Eudoxum, ne mechanicam in vulgus ederent: Ariſtoteli autem dehortatio illa, cohortatio fuit: Nec Platonis authoritas apud philoſophũ pluris fuit, quàm publica rerum utilitas. Itaq; mechanicam docuit, literiſq; proditam publicavit, eaque laude Platonem, Archytam, Eudoxum magnificé ſuperavit.

Sed Ariſtoteleum mathematici amoris ardorem aſtrologica præcipué demonſtrāt. Aſtrologia apud Græcos exilior adhuc erat: hypotheſes quas Eudoxus primus invenerat, cum Callippo Ariſtoteles correxit, ut in libris de cœlo Græci interpretes prodiderunt. Et certé Ariſtoteles in quæſtione de numero ſphærarum cœleſtium duodecimo philoſophiæ libro hæſitans, & ad Aſtrologos tanquam judices idoneos recurrens, non alias hypotheſes quam Eudoxi & Callippi & ſuas de concentricis orbibus numeravit: neque tamen ſibi ſatisfecit, ut & illic, & in problematis de altitudinis differentia ſignificatum eſt. Itaque ad primum illum mathematicæ philoſophiæ fontem, recurſum eſt. Alexander Aſiam tum fulminabat, & Calliſthenes pro Ariſtotele datus Alexandro, monitus eſt, ut ſi Babylon caperetur, Aſtrologia Babyloniorum á Chaldæis exquireretur, atque in Græciam mitteretur. Hæc enim opima orientis ſpolia á philoſopho expetita ſunt, & certé Babyloniæ illæ, de quibus jam dixi obſervationes annorum 1903. ad Ariſtotelem á Calliſthene miſſæ memorantur. Quare ſumma, & vix credibilia Ariſtotelis ſtudia in mathematicas artes agnoſcimus. Verūenimveró neceſſe eſt in iſto philoſopho & mathematico, querimoniā de mathematicis á philoſophico ſtudio ſecluſis renovare. Ariſtoteles omnium philoſophorū qui ſunt, qui fuerūt, liberrimus in philoſophia, & veritatis amantiſſimus fuit. Veteres logicos, mathematicos, phyſicos, ethicos acerrimé exercuit: neq; omnino philoſophum judicavit, niſi ſcientiæ, veritatis, ſapientiæ non cuſtodē duntaxat integrum & fidelem, ſed adverſus omnes propugnatorem ac vindicem. Pythagoras neminem philoſophum futurum putavit, niſi qui mathemata primū percepiſſet. Plato ἀγεωμετρήτους ab Academia repulit. Quid Ariſtoteles? quali iudicio in philoſophiæ inſtitutione fuit? An ἀγεωμέτρητον philoſophiæ diſcipulum probavit? An in Lycei ſpatia & ambulationes admiſit? Etenim ſi manibus Ariſtotelis placet, Ariſtotelei philoſophi inventi ſunt, qui mathemata non modó ad Ariſtoteleā philoſophiam minimé neceſſaria confirmarent, ſed prorſus inutilia eſſe prædicarent. Verum eſt. Scientia, aiunt, non habet inimicum præter ignorantem, neque porcis margaritę luto pretioſiores ſolens eſſe. Verúm quid ſi reviviſcat Ariſtoteles, quid ſtolidam feritatem, nonne de Lyceo flagris exterminandam præcipiet? Didicit in Academia Platonis mathematicas artes, & ab iis reliquas philoſophiæ partes deductas deinde cognovit: Docuit ſimiliter & ſcripſit mathematicas artes, & ab iis conſequentes philoſophiæ partes derivavit. Ecquo mœrore futurū arbitramur, ſi ſcholæ ſuæ dignitatem atque honorem tam indigné tamq; miſeré contaminari videat? Sed iſta labes Academiæ vindicanda nobis alio loco vehémentius eſt: Si ſpectetur quæ fuerit mathematum progreſſio, στοιχειῶται deinceps ut ætatibus, ita laudibus στοιχειώσεως crevere. Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus: ſin uſus στοιχειώσεως & utilitas conſideretur, Archytas, Eudoxus, Ariſtoteles principatum ſibi vindicabūt: authoritate veró & nominis amplitudine Thales, Pythagoras, Plato ſupra omnes erunt. Sed mathematicam Ariſtotelis ſcholam perſequamur. Ariſtotelis diſcipuli præcipué duo hic effloruerunt, Theophraſtus & Eudemus. Theophraſtus libros reliquit de numeris duos, de hiſtoria Geometrica quatuor, de lineis individuis unum. Sed & Eudemus hiſtoriam illam geometricam conſcripſerat, ut Laertius ait,

& citant Ariſtotelis interpretes, & in Archimedem Eutocius: ſed imprimis Proclus ipſe in commentariis: ſcripſerat etiam librum de angulis, qui citatur ſecundo Procli commentario. De hac tamen peripatetica ſchola, verbum in hiſtoria nullum Proclus fecit: eos ſaltem nominaſſet, unde hiſtoriã mutuatus erat, vel potius unde detruncarat. Satis enim conſtat é pleriſque locis per Ariſtotelis interpretes citatis, hiſtoriam mathematicam plené & integré ab Eudemo deſcriptam fuiſſe, cujus vix levia indicia á Proclo attingũtur. Quapropter Ariſtoteles, & Ariſtotelis diſcipuli nullam philoſophiam, niſi mathematicis fundamentis fundatam coluerunt. Ariſtæus ante Euclidẽ, ut Pappus ait 5. libros de ſolidis ſcripſerat, unde etiam Euclides aſſumpſerat. Decimo autem quarto & decimo quinto comparatio quinque ordinatorũ ex Ariſtæo etiam nominatim repetitur, ut ab Iſidoro quędam de laterum inclinatione, qui magnus magiſter & præſtantiſſimus vir ab Hipſicle nominatur. Ariſtarchus ab Archimede citatus, Græcé apud nos eſt de magnitudinibus & intervallis ſolis & lunæ: tametſi iſtorum tempora nobis minus perfecta ſunt. Meminerimus igitur mathematicam adhuc é Procli ſententia perfectam in Academia fuiſſe: cum tamen plurima deinceps á poſteris inventa ſint: στοιχειῶται quatuor adhuc expoſiti ſunt Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus: Quintus Euclides deinde á Proclo Platonicis commemoratis pauló junior efficitur, & dicitur ſub Ptolemæo primó floruiſſe, eique etiam notus fuiſſe in Ægypto. Valerius tamen ait libri octavi capite decimo tertio condúctores ſacræ aræ modum & formam ejus cum Platone conferre conatos, ad Euclidem Geometram ire juſſos, ſcientiæ ejus cedente, imó profeſſioni. Sed Proclus Geometriæ magiſter á Theophraſto atque Eudemo præſertim hac de re veritaté edoctus, ſed Eratoſthenes, de quo mox in hac hiſtoria mihi veriſimilior eſt, quam Valerius: nec duplicati cubi quicquam ad Euclidem, ſed ad Platonem principem totum referri comperio. Nec Euclides in Elementis quicquã nominatim de duplicando cubo propoſuit: alioqui tamen ſi hæc vera eſſent, non taciturus. Itaque Euclidem Platone & Platonicis juniorem á Proclo accipio. Utrũ veró tantus author Euclides fuerit, quantum facere Proclus videtur, conſiderandum poſtea tertio libro fuerit: nunc hiſtoriam tantúm propono. Quid igitur Euclides? quid in mathematicis invenit? Elementa, inquit Proclus, collegit, in iiſque pleraque Eudoxi compoſuit, pleraque Theæteti perfecit, aliaque á veteribus negligentius demonſtrata, demonſtrationibus iis affirmavit, quæ neque refelli, neque redargui poſſint. Magna laus Euclidis, ſi vera iſta ſunt, inchoata perficere, ex incertis certa facere, ſed maximé omnium, indigeſta componere. Hæc (inquam) magna laus, quamvis nullius elementi inventum interea Euclidi tribuatur, ſed expoſitio operis & exornatio. Ergo Euclides στοιχειώτης hactenus efficitur á Proclo, ut ſit elementorum non inventor, ſed demonſtrator, ſed compoſitor: Quo jure ſuperiores στοιχειῶται omnes palmam ſunt adepti & impoſterum adipiſcentur, ſi qui talem logici judicij prudentiam ad mathemticas inſtituendas attulerint. Quid tum? quæ præterea ſunt hujus ingenii monimenta? Nominantur muſica, optica, catoptrica, liber de diviſionibus, ubi docuerat figuras, quæ ſecarentur in figuras ſimiles vel diſſimiles, ut Proclus ait ad 14 d 1 ψευδάρια, id eſt mendacia, quales Ariſtotelis ſunt elenchi.

chi. Atque hic τῶν ψευδαρίων liber optabilis quidem fuerit: ut enim matheſis veritates longé certiſſimas, ita ψευδογραφίας habet multó fallaciſſimas: Adduntur etiam á nonnullis φαινόμενα & δεδομένα, apparentia & data. Pappus libro 7. Euclidi librum unum datorum tribuit: item 2 locorum ad ſuperficiem, & 3 πορισμάτων, id eſt corollariorũ: Attribuitur etiam fragmentum de levitate & gravitate, quod tamen Græcé videre nondum contigit. Hæc opera ſunt & monumenta Euclidis. Præcipué veró quiſpiam Euclidis Elementa admiretur, in quibus ſuperiorum illorum Hippocratis, Leontis, Theudii, Hermotimi elementa omni genere laudis longiſſimé ſuperavit, ait Proclus. Proindeque trans maria in Ægyptum uſque, apud Ptolemæum regem celebris habitus eſt: στοιχειώσεως tamen Euclideæ rationem & viam videtur rex ille non probaſſe, neque Euclides ipſe ſatis liberaliter regi feciſſe. Rex enim Euclidem aliquando interrogaſſe fertur, num qua ad Geometriam via magis compendiaria eſſet, quam στοιχειώσεως ab eo compoſitæ: cui Euclides, Semita, (inquit) ô rex ad Geometriam regia nulla eſt: Quo reſponſo videtur ſignificaſſe viam elementorum á ſe compoſitorum eſſe latam, apertam, ſimplicem, directam & tanquam militarem, ideoque regiam eſſe: Semitam autem breviorem eſſe lubricam & ancipitem, neque ideo regiam. Sed iſtud problema tertio libro plenius ediſſeretur, Regiſne hac in re judicium, an Euclidis λογικώτερον fuerit. Pergamus igitur. Qui deinde mathematici commemorantur? Euclidem ſequuti ſunt centum feré póſt annis duo mathematici inſignes, ætatibus inter ſe æquales, Eratoſthenes & Archimedes: ille ob excellentiam doctrinæ minor Plato vocatus eſt, eoq; nomine regiæ bibliothecæ in Ægypto præfectus. E ſcriptis ejus variis, poeticis, hiſtoricis, mathematicis, philoſophicis nil extat, quod audierim, præter cribrũ arithmeticũ in Nicomacho, præterque harmonica quædam in Ptolemæo, & epiſtolam & epigramma cũ meſolabio duplicandi cubi, quæ Eutocius recitat in ſecundo Archimedis de ſphæra: Eas tanti ingenii reliquias ſubjiciam in epiſtola & epigrammate.

REGI PTOLEMÆO ERATOSTHENES S.

EVeteribus tragicis, ut aiunt, quidam Minoa induxit Glauco ſepulchrũ extruentem, auditoque quod undique centum pedum eſſet, cum parvum improbaret regalis ſepulchri monimentum, dixiſſe, Duplum eſto: cum autem cubi ignarus Architectus eſſet, duplicans craſſitudine unumquodque latus ſepulchri, videbatur erraviſſe: Lateribus enim duplicatis planum quidem quadruplum efficitur, ſolidum veró octuplum. Quærebatur itaque etiam á Geometris, quomodo datum ſolidum manens in eadem figura quiſpiam duplicaret: ac vocabatur tale problema cubi duplicatio. Supponentes enim cubũ, quærebant ipſum duplicare. Cum mortales omnes diu multumq; hæſitaſſent, primus Hippocrates Chius intellexit: quod ſi inventum eſſet, quomodo inter duas rectas lineas, quarum major minoris eſſet dupla, duæ mediæ proportionales ſumerentur in continua proportione, duplicaretur cubus. itaque difficultas in aliam difficultatem non minorem converſa eſt. Aliquando veró póſt aiunt Delios graſſante morbo, ſecundũ oraculũ duplicare quan-

dam aram juſſos, incidiſſe in eandem anxietatem, tumque implorando Platonicos in Academia Geometras oraviſſe, ut quæſtionem diſſolverent. Cum igitur accuratè ſeipſos cohortati inveſtigarent, duabus datis duas medias aſſumere, Archytas Tarentinus dicitur per ſemicylindros inveniſſe: Eudoxus autē per lineas, quæ curvæ dicuntur. Atque his omnibus accidit, ut apodicticé quidem deſcriberent, at manu atque opere exequi & in uſum deducere non poſſent, præterquam paululum quiddam Menechmus, idque ægré ac difficulter. Verùm à nobis inventa quædam facilis organica, qua reperiemus duab. datis, non ſolúm duas medias, ſed quot quis juſſerit. Hoc autem invento poterimus omnino datum ſolidum parallelogrammis comprehenſum in cubum conſtituere, aut ex alio in aliud figurare, & ſimile facere, & augere obſervando ſimilitudinem: itaque & aras & templa. Poterimus autem & humidorum menſuras & ſiccorum, verbi gratia medimnorum metetram in cubū conſtituere, ac per ejus latus vaſa dimetiri ipſorum capacia, quantū capiant. Quinetiam nobilis iſta cognitio fuerit cupientibus augere catapultica, & organa lapides jaculantia. Neceſſe enim eſt omnino proportionaliter augeri & craſſitudines & magnitudinem, & perforationes & funium vias, iiſque trajectos nervos, ſi cura cōſiliumque ſit proportionalis augmenti. Hæc autem fieri abſque mediarum inventione non poſſunt. Hactenus eſt Eratoſthenis epiſtola, demonſtratio eſt in Eutocio, de qua ſuo loco: Epigramma Græcum apponam reddamque ad verbum. ita redi

Εἰ κύβον ἐξ ὀλίγου διπλάσιον, ὦγαθὲ, τεύχειν
  Φράζεαι. τὴν στερεὴν πᾶσαν ἐς ἄλλο φύσιν
Εὖ μεταμορφῶσαι· τόδε τοι πάρα, κἂν σύ γε μάνδρην
  Ἢ σιρὸν, ἢ κοίλου φρείατος εὐρὺ κύτος
Τῇδ' ἀναμετρήσαιο, μέσας ὅτε τέρμασιν ἄκροις
  Συνδρομάδας δισσῶν ἐντὸς ἕλῃς κανόνων,
Μὴ δὲ σύγ' ἀρχύτεω δυσμήχανα ἔργα κυλίνδρων,
  Μὴ δὲ μεναιχμείοις κωνοτομεῖν τριάδας
Δίζηαι, μὴ δ' εἴ τι θεουδέος εὐδόξοιο,
  Καμπύλον ἐν γραμμαῖς εἶδος ἀναγράφεται.
Τοῖς δὲ ἐν πινάκεσσι μεσόγραφα μύρια τεύχοις
  Ῥεῖά κεν ἐκ παύρου πυθμένος ἀρχόμενος
Εὐαίων πτολεμαῖε πατὴρ, ὅτι παιδὶ συνηβῶν
  Πάνθ' ὅσα καὶ μούσαις καὶ βασιλεῦσι φίλα
Αὐτὸς ἐδωρήσω, τὸ δ' ἐς ὕστερον, οὐράνιε Ζεῦ,
  Καὶ σκήπτρων ἐκ σῆς ἀντιάσειε χερός.
Καὶ τὰ μὲν ὡς τελέοιτο, λέγοι δέ τις ἄνθεμα λεύσσων,
  Τοῦ κυρηναίου τοῦτ' ἐρατοσθένεος.

Si cubum ex parvo duplum, ô bone, conſtruere
Cogitas: ſolidum omnem in aliud naturam
Bene transformare: præterea etiam ſi tu ſpeluncam
Aut ſirum aut cavi putei latam capacitatem
Sic menſus fueris, medios quando finibus extremis
Concurſus duplicium intus ſumpſeris regularum,
Neque tu Archytæ difficilia opera cylindrorum.

Neque

Neque Menechmeos coni-ſecare ternarios
Quæſieris, neque ſi qua deo ſimilis Eudoxi
Curva in lineis ſpecies adſcribitur.
Sed his in tabulis meſographa innumera conſtruxeris
Facilé ex modico fundo incipiens,
Aevi beati Ptolemæe, pater, quod puero convivens
Omnia & muſis & regibus chara
Ipſe dediſti, ille veró impoſterum, cœleſtis Iuppiter,
Etiam ſceptra ex tua conſequetur manu.
Atque hæc quidem velut perfecta ſint, dixerit quis votivam tabulam videns,
Cyrenæi hoc eſt Eratoſthenis.

Quapropter iſta de duplicãdo cubo Eratoſthenis geometria fuit aggreganda ad Thaletis, Leontis, Archytæ, Eudoxi, Ariſtotelis mathematicam non ſolùm veritatem, ſed utilitatem: cum duplicati cubi uſum tam ſtudioſé interpretetur in geodæſia humidorum, ſiccorum, catapulticorum, puteorum, ſirorum, antrorum: Itaque tali duplicandi cubi inventione Eratoſthenes ſic affectus eſt, ut Thales antea & Pythagoras affecti ſunt. Sed voluptatis affectionem elegantiore & illuſtriore ſacrificio declaravit: Illi nempe immolatis bobus lætitiam ſuam uno die conſecrarunt: hic, mentis ſacrificium mente ipſa ſempiternũ fecit, tabulamq; præclari inventi interpretem & nuntiam in templo deorum, ἀνάθημα ſcilicet ingenii ſui perpetuum conſecravit. Mathematicus igitur is Eratoſthenes fuit, qui de duplicando cubo, id eſt de extrema ſummaque Geometriæ laude cum principibus certaret. Ad Archimedem venio, cujus vitam deſcripſerat Heraclides, ait Eutocius, qui liber ſi extaret, jucundum nobis eſſet præſtantis artificis imaginem á bono pictore expreſſam intueri: Colligemus tamen ſtudioſé quidquid de tanti viri laudibus nobis é lectione præteritorum temporum in memoriam redierit. Voluit Deus in omnibus artibus aliquam velut ideam ſingularem eſſe, quam omnes ejus diſciplinæ ſtudioſi ad imitandum ſibi proponerent: ut in eloquentia, Demoſthenem & Ciceronem: in medicina Hippocratem & Galenum: ſic in mathematicis Archimedem. Fuit enim Archimedes ingenio ad mathematicam imprimis admirabili: ſtudio autem partibus infinitis admirabiliore fuit: atque ita dulcedine ſirenes cujuſdã geometricæ correptus, ut cibi & potionis cultuſque reliqui immemor tota cogitatione atque mente mathematicis incumberet. Quin ſi quando á ſervis & miniſtris ad balnea duceretur, figuras in cinere deſcribebat, lineaſque in corpore peruncto digitis ducebat. Archimedes veró inventione judicioque rerum ſingularum ſummus fuit: methodo tamen, & tota docendi via perobſcurus, quamvis Plutarchus valdé facilem judicet, libris tamen ipſis obſcuritas arguitur: Magnus in omnibus mathematicis diſciplinis fuit. Pappus octavo libro τῆς συναγωγῆς author eſt Arithmeticam & Geometriam ſtudioſé ab Archimede cõſcriptas eſſe. Arithmeticam ejus ad Zeuxippum citat libellus de numero arenæ: ſed multó maximé declarant pleręque propoſitiones, ut in ſecundo de ſphæra proportionibus numerorũ demonſtratæ. Maxima enim propoſitionum illarum ſubtilitas non niſi numeris explicatur. Quin

pro Cluentio orator cum dicit 64 millia ſexdecim judicibus eſſe diviſa, hoc Archimedes (ait) non potuit melius deſcribere. Hic tanquam proverbio Arithmetica Archimedis jactatur. Verùm Archimedes non Arithmeticæ, ſed Geometriæ gloria præcipué commendatur, ad quam totam communiter attinet liber περὶ ἰσοπεριμέτρων, quem tamen nondum videre nobis licuit: ad Geometriam de planis ſpectant dimenſio circuli, tractatio volutarum: ad Stereometriam veró de ſolidis referuntur libri de ſphæra & cylindro, de ſphæroidibus & conoidibus, quadratura parabolæ: Citantur etiam 3 p de quadratura parabolæ. & 3 p de conoidibus & ſphæroidibus elementa conica, quæ ipſius fuiſſe videantur: hæc geometrica ſunt: Sed labor in geometricis rebus Archimedi gratiſſimus fuiſſe dicitur, de ratione ſphæræ & cylindri: Ideoq; amicos oravit, ut ſepulchro ſuo imponerent cylindrum ſphæra comprehenſum, præſcripta ratione comprehendentis ad comprehenſum, tanquam id geometricarum vigiliarum & inventionum palmarium eſſet: quæ ratio demõſtratur ad 33 p 1. de ſphæra & cylindro. Atqui laborioſi inventi videlicet ea conſcientia fuit, quæ fuerat anté in Thalete, Pythagora, Eratoſthene, unde ſacra & anathemata. Sepulchrum autem ipſum jampridem nullum eſſet, niſi quinta in Tuſculana immortalitati eſſet á Cicerone conſecratum. Commemorat enim Tullius illud Archimedis ſepulchrum, cum de Dionyſio Syracuſanorum tyranno loquitur. Ex eadẽ urbe, ait, humilem homunculum á pulvere & radio excitabo, qui multis annis póſt fuit, Archimedem, cujus ego quæſtor ignoratum á Syracuſanis, cum eſſe omninó negarent, ſeptum vndiq; & veſtitum vepribus & dumetis indagavi ſepulchrum. Tenebam enim quoſdam ſenariolos, quos in ejus monumento eſſe inſcriptos acceperam, qui declarabant in ſummo ſepulchro ſphęram eſſe poſitam cum cylindro. Ego autem cum omnia colluſtrarem oculis (eſt enim ad portas Agrajanas magna frequentia ſepulchrorum) animadverti columellam non multum e dumis eminentem, in qua inerat ſphæræ figura & cylindri. Atque ego ſtatim Syracuſanis (erant autem principes mecum) dixi me illud ipſum arbitrari eſſe, quod quærerem. Immiſſis cum falcibus multi purgarunt & aperuerunt locũ. Quó cum patefactus eſſet aditus, ad adverſam baſim acceſſimus. Apparebat epigramma exeſis poſterioribus partibus verſiculorum dimidiatis feré. Ita nobiliſſima Græciæ civitas, quondam veró etiam doctiſſima, ſui civis unius acutiſſimi monumentum ignoraſſet, niſi ab homine Arpinate didiciſſet. Hæc Tullius de Archimedis ſepulchro, deq; ſphæra & cylindro, rationeque utriuſq; ſenariolis comprehenſa. Verumenimveró geometrica laus Archimedis uſu & utilitate rerum multo illuſtrior fuit quam ſciẽtia. Vetus illa jam inde a Platone mathematicis perverſa & præpoſtera opinio fuit, mathematicæ uſum non eſſe vulgo communicandum, ſed ad philoſophiæ authoritatem, tanquam Palladium aliquod in arce philoſophica recondendum & cuſtodiendum. Sic Archytas & Eudoxus á Platone deterriti, mechanicam & organicam colere deſierunt. Sic Euclides fortaſſe Ptolemæo ſuccinctiorem & faciliorem viam requirenti, moroſior fuit, dum negavit regiam ad geometricum ſtudiũ ſemitã eſſe. Verùm Archimedes, tametſi Platonis errore imbutus, contemplationem Geometriæ, ſi Plutarcho creditur, longiſſimé anteponeret uſui, attamen roganti Hieroni

Siciliæ

Siciliæ regi, multo gratior & humanior fuit, quam Euclides Ægyptio regi antè fuerat. Nam cum Archimedes coram Hierone de præſtantia Geometriæ diſſereret, fiduciaque artis jactaret paradoxum illud, de quo Plutarchus in Marcello, & Syneſius in epiſtolis, & Pappus in mechanicis & Tzetzes, Datis viribus datum pondus tollere: ac ſi mundus alteram terram haberet, ut Democriti decreto ferebatur, hanc illuc poſſet adducere: vel ut apud Pappum eſt Δός μοι (φησὶ) ποῦ στῶ, καὶ κινῶ τὴν γῆν. Da mihi (inquit) ubi conſiſtã, & movebo terram: cum, inquam, id jactaret Archimedes, rex geometram admiratus, rogavit, ut tantæ confidentiæ periculũ faceret. Quapropter Archimedes emptam è navibus regiis unam & in ſiccum littus eductam graviuſq; oneratam, ſolus machinis ſuis ad ſe perinde pertraxit, ac ſi in mari velis remiſq; moveretur: contra poſtea ſimili Geometriæ facultate Alexandrinam ejuſdem regis navim è littore in mare deduxit, quod omnes Siciliæ vires non potuerant, ut apud Athenæum eſt lib. 5. c. 7. & apud Proclum lib. 2. cap. 3. Et apud Tzetzem Archimedes Triſpaſto manu læva & ſola, quinquies millenum modiorũ pondus attraxit: Quibus ingenii miraculis rex permotus dixit, Archimedi quidlibet affirmanti credendum eſſe, tanquam tali artifici nihil poſſet eſſe difficile. Itaq; & Archimedem oravit, ut tantiſper a ſtudii geometrici meditatione ad exempla rebus humanis neceſſaria animum abduceret: atque inde machinæ illæ extiterunt, quibus Syracuſę poſtea adverſus Marcellum ab ipſo machinatore ita defenſæ ſunt, ut in illa oppugnatione Briareus & centimanus appellaretur a Romanis, tanquam poeticis fabulis celebratos gigantes, vel Jovem potius ipſum viribus æquaret. Ut enim Juppiter fulgure tonitruque terret orbem terrarum: ſic Geometra unus ſuis tormentis & machinis tantum exercitum perculit. Oppugnatio urbis propugnatioque a Græcis Polybio & Plutarcho, ſed parcius a Livio memoratur his verbis: Inde terra marique ſimul cœptæ oppugnari Syracuſæ, terra ab Hexapulo, mari ab Acradina, cujus murus fluctu alluitur, & quia, ſicut Leontinos terrore, ac primo impetu ceperant, non diffidebant vaſtam disjectamque ſpatio urbem parte aliqua ſe invaſuros, omnem apparatum oppugnandarum urbium muris admoverunt. Et habuiſſet tanto impetu cœpta res fortunam, niſi unus homo Syracuſis ea tempeſtate fuiſſet. Archimedes is erat, unicus ſpectator cœli ſiderumque, mirabilior tamen inventor ac machinator bellicorũ tormentorum operumq;, é quibus ea, quæ hoſtes ingenti mole agerent, ipſe perlevi momento ludificaretur. Murũ per inæquales ductum colles, pleraque alta & difficilia aditu, ſummiſſa quædam, ut quæ planis vallibus adiri poſſint, ut cuique aptum viſum eſt loco, ita omni genere tormentorum inſtruxit. Acradinæ murum, qui, ut ante dictũ eſt, mari alluitur, ex quinqueremibus Marcellus oppugnabat: ex cæteris navibus ſagittarii funditoreſque & velites etiam, quorum telum inhabile ad remittendum imperitis eſt, vix quenquam ſine vulnere conſiſtere in muro patiebantur: hi quia ſpatio miſſilibus opus eſt, procul muro tenebant naves. junctæ, aliæ binæ ad quinqueremes, demptis interioribus remis, ut latus lateri applicaretur, cum exteriore ordine remorũ, velut naves agerentur, turres contabulatas machinamentaque alia quatiendis muris portabant. Adverſus hunc navalem apparatũ, Archimedes variæ magnitudinis tormenta in

muris diſpoſuit,in eas,quę procul erant naves,ſaxa ingenti pondere emittebat,propiores levioribus,eoque magis crebris petebat telis:poſtremo,ut ſui vulnere intacti tela in hoſtem ingererent,murum ab imo ad ſummum crebris cubitalibus feré cavis aperuit,perque cava pars ſagittis,pars ſcorpionibus modicis ex occulto petebant hoſtem. Quæ propius quidem ſubibant naves, quo interiores ictibus tormentorũ eſſent,in eas tollendas deſuper murum eminentem ferrea manus firmæ cathenæ illigata,cum injecta proræ eſſet, gravique libramento plumbi recelleret ad ſolum, ſuſpenſa prora navim ad puppim ſtatuebat, dein remiſſa ſubitó velut ex muro cadentem navim cum ingenti trepidatione nautarum,ita undæ affligebat, ut etiam ſi recta recideret, aliquantum aquæ acciperet.Ita maritima oppugnatio eſt illuſa, omniſque vis eſt averſa, ut totis viribus terra aggrederentur. Sed ea quoque pars eodem omni apparatu tormentorum inſtructa erat Hieronis impenſis, curaq; per multos annos Archimedis unica arte:natura etiam adjuvabat loci.quod ſaxum,cui impoſita muri fundamenta ſunt,magna ex parte ita proclive eſt, ut non ſolum miſſa tormento,ſed etiam quæ pondere ſuo provoluta eſſent, graviter in hoſtem inciderent.Eadem cauſſa ad ſubeundum arduum aditum inſtabilemque ingreſſũ præbebat.Ita conſilio habito cum omnis conatus ludibrio eſſet, abſiſtere oppugnatione atque obſidendo tantúm arcere terra marique commeatibus hoſtem placuit. Hæc Livius.Quæ eadem Tzetzes & Plinius,& poſt Plinium Quintilianus lib. 1 ca. 10,. ubi de Geometria:Tranſeamus,ait,quod Archimedes unus obſidionem Syracuſarum in longius traxit. Verumtamen quamvis tantúm tamque ſingularẽ Geometriæ uſum Archimedes ſingularibus exemplis & admirandis operibus oſtenderit,propter quæ non humanæ,ſed divinæ ſcientiæ laudem ſit adeptus,hæſit tamen, ſi Plutarcho credimus,in illa Platonis perſuaſione, nec ullam mechanicam literam prodere voluit.Et Carpus Antiochenus apud Pappũ libro octavo ait ab Archimede in mechanicis nil niſi librum de compoſitione ſphæræ editum eſſe: cætera mechanica ſcripta velut indigna contempſiſſe.Atqui utinam Archimedi potius in mẽtem veniſſet,artium finem eſſe uſum, non contemplationem, maximeque hominum ac certiſſimæ utilitati conſulere maluiſſet, quam neſcio cujus opinionis errori obſequi,habuiſſet enim poſteritas præſtantis ingenii non theoremata ſolũ eruditionis altæ prorſuſque reconditæ,ſed ipſorum theorematum longé gratiorẽ humanæ vitæ & optabiliorem fructum.Denique Archimedem tantis miraculis attonita non ſuſpiceret ſolúm,ſed imitando proficiendoque amaret & coleret. Hæc cęca Platonis ambitio,Geometriæ non ſolúm uſum, ſed ſcientiam ipſam pené perdidit.Nam quo tempore Geometriæ uſus tenebatur, ſtudiũ quoq; Geometriæ cognitioq; viguit. At poſtquã in ſcholis uſus Geometriæ nullius tractatus eſt, Geometria deſpici paulatim & contemni cœpit, nec ſeſquimilleſimo ab hinc anno litera ulla ad Geometriam addita eſt: imó de tot mathematicis authoribus anté commemoratis,quota pars tandem nobis eſt reliqua? Sed tamen Plutarchus de Archimedeo mechanicæ contẽptu conſiderandus videatur. Vitruvius enim inter machinationũ ſcriptores Archimedem numerat,& nominatim 7.cap. 8.lib. citat Archimedẽ de librationib. aquę,cujus ſchema ſphæroides Archimedi videatur. Nominatur

& a Pap-

& á Pappo liber περὶ ὀχουμένων de his quæ vehuntur aqua, qui liber hodieq́; corruptus latiné circumfertur, hoc anno Commandini diligentia caſtigatior prodiit. Nominantur & á Pappo Archimedis σύζυγα conjugata: qui mechanici operis titulus fuit, quo nomine & Tryphon apud Athenæum libro quarto commentaria de inſtrumétis nominavit. ſed ab Archimede mechanica ipſius bis appellantur 6 & 10 p de quadratura paraboles: quibus tamē in locis iſorrhopica videntur appellari, ubi mechanica multiplex inſtituitur. Et Tzetzes memorat inter Archimedis ſcripta mechanicam de Barulco, pneumatico & hydrauſcopico & pleroſque Archimedis libellos ſibi lectos ait eſſe, unde Heron, Anthemius & omnis mechanographus hydrica & pneumatica, barulca thalaſſometra ſcripſerunt: Itaque deridet eos qui affirmant ab Archimede mechanicum nil, præter unicum libellum ſcriptum eſſe. Plutarchum videlicet & Carpum ita redarguit. Veruntamen Archimedes geometra talis ac tantus fuit. Citantur á Theone primo lib. magnæ conſtructionis catoptrica Archimedis, in quibus mirabile & illud eſt memoratum á Galeno de temperamentis lib. 3. cap. 3. & repetitum ab Anthemio, cujus hodieque fragmentum habemus, & á Tzetze eodem loco ex Anthemio propoſitum: librum hac de re nominatim citat Archimedis τῶν πυρίων τῆς ἐξάψεως ſpeculorum incenſiones, ut Archimedes ſpeculo triremes hoſtium deuſſerit, & Maurolycus affirmat extare Archimedis libellos de ſpeculis comburentibus, in quibus docet ſpeculo, ut ſit ad comburendum efficaciſſimum, formam dandam eſſe a parabola. Simile quiddam eſt a neſcio quo authore, Gogava interprete converſum. Aſtrologiæ vero & reliquarum rerum, quæ vulgo mathematis adnumerantur, quantam ſcientiam Archimedes habuerit, pleraque teſtimonia ſunt, ut diſputatio de numero arenæ é legibus Aſtrologiæ petita, ut liber ille a Carpo citatus de fabrica ſphæræ, ut ſcioterica, perque umbras corporum dimenſiones indicantia, ſphæræ angulique ad ſolis magnitudinem viſu deprehendendam, quæ ad Marcellum in arcula deferebat, quo tempore interemptus eſt: & ita á Livio Archimedes appellatur, unicus ſpectator cæli ſiderumque. Majus etiam hac de re Ciceronis teſtimonium eſt prima Tuſculana. Nam cum Archimedes ait, Lunę, Solis, quinque errantium motus in ſphæram alligavit, effecit idem quod ille, qui in Timæo Platonis mundum ædificavit deus, ut tarditate & celeritate diſſimillimos motus una regeret converſio:. Hanc ſphæram Claudianus vitream fecit, & his verſibus cecinit,

Juppiter in parvo cùm cerneret æthera vitro
Riſit, & ad ſuperos talia dicta dedit:
Siccine mortalis progreſſa potentia curæ?
Jam meus in fragili luditur orbe labor.
Jura poli, rerumq́, fidem, legemq́, virorum
Ecce Syracuſius tranſtulit arte ſenex.
Incluſus variis famulatur ſpiritus aſtris,
Et vivum certis motibus urget opus.
Percurrit proprium, mentitur ſignifer annum,
Et ſimulata novo Cynthia menſe redit.

Jamq́; ſuum volvens audax induſtria mundum
Gaudet, & humana ſidera mente regit.
Quid falſo inſontem tonitru Salmonea miror?
Æmula naturæ parva reperta manus.

Tales autem ſphæras Lutetiæ duas vidimus, non vitreas tamen, ſed ferreas: alteram apud Ruellium medicum, é bellicis Siciliæ rapinis huc allatam: alteram apud Orontium mathematicum profeſſorem regium germanico bello ſimiliter direptam. Sed quibus multo jam nobiliores in Germania prædicantur, de quibus poſtea. Aſtrologus igitur magnus Archimedes fuit, non arithmeticus aut geometra tãtum. Latius etiam in phyſicæ partes æqueponderantia Archimedis penetrant, unde permiſti cum auro argenti furtum deprehenſum, ut eſt apud Proclum lib. 2. cap. 3. Sed Vitruvius libri 9. cap. 5. rem ſubtilius commemorat his verbis. Archimedis vero cum multa inventa & varia fuerint, ex omnibus etiam infinita ſolertia id, quod exponam, videtur eſſe expreſſum nimium. Hiero enim Syracuſis auctus regia poteſtate, rebus bene geſtis, cùm auream coronam votivam, diis immortalibus in quodam fano conſtituiſſet ponendam, immani pretio locavit faciendam, & aurum ad ſacoma appendit redemtori. Is ad tempus, opus manu factum ſubtiliter, regi approbavit, & ad ſacoma pondus coronæ viſus eſt præſtitiſſe. Poſteaquam judicium eſt factum, dempto auro, tantundem argenti in id coronarium opus admixtum eſſe, indignatus Hiero ſe cõtemptum, neque inveniens qua ratiõne id furtum deprehenderet, rogavit Archimedem, uti in ſe ſumeret ſibi de eo cogitationem. Tunc is cum haberet ejus rei curam, caſu venit in balneum, ibiq; cum in ſolium deſcenderet, animadvertit quantum corporis ſui in eo inſideret, tantùm aquæ extra ſolium effluere. Itaq; cum ejus rationẽ explicationis offendiſſet, non eſt moratus, ſed exilivit gaudio motus de ſolio, & nudus vadens domum verſus, ſignificabat clara voce inveniſſe quod quæreret. Nam currens identidem græcé clamabat, εὕρηκα, εὕρηκα. Tum verò ex eo inventionis ingreſſu, duas dicitur feciſſe maſſas æquo põdere, quo etiam fuerat corona, unam ex auro, alteram ex argento. Cum ita feciſſet vas amplum ad ſumma labra implevit aqua, in quo demiſit argenteam maſſam. Cujus quanta magnitudo in vaſe depreſſa eſt, tantum aquæ effluxit. Ita exempta maſſa, quanto minus factum fuerat, refudit, ſextario mẽſus, ut eodem modo, quo prius fuerat, ad labra æquaretur. Ita ex eo invenit quantum ad certum pondus argenti certa aquæ menſura reſponderet. Cum id expertus eſſet, tum auream maſſam ſimiliter pleno vaſe demiſit, & ea exempta, eadẽ ratione menſura addita, invenit ex aqua non tantum defluxiſſe, ſed tantum minus, quantũ minus magno corpore eodem pondere auri maſſa eſſet quam argenti. Poſtea veró repleto vaſe in eadem aqua ipſa corona demiſſa, invenit plus aquæ defluxiſſe in argẽteam, quam in auream eodem pondere maſſam, & ita ex eo quod plus defluxerat aquæ in corona, quam in maſſa ratiocinatus, deprehendit argenti in auro miſtionem, & manifeſtum furtum redẽptoris. Hæc Vitruvius. Proclus tamen Geloni regi attribuit lib. 2. cap. 3. quod alii cum Vitruvio tribuunt Hieroni. Atqui iſta de coronis archimedea lætitia, Thaletis, Pythagoræ, Eratoſthenis lætitiam retulit, quã etiam Plutarchus apertius

tius oſtendit, dum Archimedem ait, tum veluti divinitus afflatum exclamaſſe illud εὕρηκα. Ergo matheſeos afflatum illum novo genere Archimedes declaravit. Thales inventa adſcriptione trianguli & circuli mathematicis muſicis bovem immolavit. Pythagoras inventa ratione laterũ trianguli rectãguli hecatombẽ immolavit. Eratoſthenes inventa cubi duplicatione votivam tabulã cum epiſtola, demõſtratione, epigrãmate ſuſpendit. Quid hic Archimedes inventa permiſti auri atq; argenti ratione, quid vovit? quid conſecravit? animã certè corpuſque, id eſt Archimedẽ totũ. neq; tum credo, Archimedes Syracuſano populo inſanire aut furere potius viſus eſt quã divinam matheſim aliquam tam inſolenti ſpecie portendere. Graves ſunt nẽpe mathematicorum ſtudiorum labores & magni, ideoq; cum voluptatibus magnis compenſari ſolent. Ex his igitur tam multis argumentis manifeſtum eſt variæ ac multiplicis ſcientiæ theſauros in uno Archimedis ingenio fuiſſe, propter quos etjam apud hoſtẽ Marcellum gloriãm ſummam conſecutus eſt. Edixerat .n. Marcellus, cum civitas caperetur, ut Archimedes ſervaretur, & interemptum militari imprudentia, graviter tulit. Sic enim Livius: Archimedem memoriæ proditum eſt in tanto tumultu, quantum capta urbs in diſcurſu diripientium militum ciere poterat, intentũ formis, quas in pulvere deſcripſerat, ab ignaro milite quis eſſet, interfectũ, ægre id Marcellũ tuliſſe, ſepulturæq; curam habitam, propinquis etiam inquiſitis, honori præſidioq; nomen ac memoriam ejus fuiſſe. Sic idem ferè Plinius lib. 7. cap. 37. Grande & Archimedi Geometriæ ac machinalis ſcientiæ teſtimonium M. Marcelli contigit interdicto, cum Syracuſæ caperentur, ne violaretur unus, niſi feſelliſſet imperium militaris imprudentia. Ergo mortuo Archimedi mathematica etiam glorioſa apud hoſtem fuit: & quidem ſic mihi perſuadeo Marcello glorioſius futurum fuiſſe, Archimedẽ vivum, quam totam Archimedis patriam Romano imperio adjunxiſſe. Archimedis enim machinis nulla Marcello civitas inexpugnabilis, nullus hoſtis inſuperabilis fuiſſet: Annibal denique aut fugiſſet, aut Archimedis manibus Marcello victus eſſet. Verùm ab Archimede divelli non poſſum, cujus tacta ſingula hæc ſtudioſius a nobis collecta ſunt, ut tantum tamq; excellentem mathematicum, quantum in me eſſet, non ſolùm ab oblivione hominum vindicarem, ſed modis omnibus ſtudiiſq; cognoſcendum & amplectendum perſuaderem. Credat enim mathematicæ diſciplinæ ſtudioſus ſe plurimum profeciſſe, cui Archimedes plurimum placuerit. Hactenus hiſtoria Procli progreſſa eſt, & in uno Archimede concluſa. Quamobrem in græcà periodo mathematicæ inventores & tanquam parentes adhuc enumerati ſunt: é quibus quinque στοιχειωταὶ nominantur, Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus, Euclides: Sed virtutis honore quodam nobiliſſimi ſunt Thales, Pythagoras, Hippocrates, Plato, Archytas, Eudoxus, Ariſtoteles. At enim Archimedes unus

—Tantum ſupra caput extulit omnes,
Quantum lenta ſolent inter viburna cupreſſi.

Multi præterea mathematici nobiles fuere, ut Hipparchus Plinio nunquam ſatis laudatus, ut quo nemo magis approbaverit cognationem cum homine ſiderum animaſque noſtras partem eſſe cæli, novam ſtellam & aliam in ævo ſuo genitam

deprehendit:ejuſque motu,qua die fulſit ad dubitationem eſt adductus, anne hoc ſæpius fieret,moverenturque & eæ,quas putamus affixas. Idemque auſus, rem etiam deo improbam, annumerare poſteris ſtellas, ac ſidera ad normam expangere, organis excogitatis,per quæ ſingularum loca,atque magnitudines ſignarent:ut facile diſcerni poſſet ex eo,non modó an obirent,naſcerenturq;, ſed omnino aliqua tranſirent moverenturve,item an creſcerent minuerenturque, cælo in hereditate cunctis relicto,ſi quiſquam,qui rationem eam caperet,inventus eſſet. Ptolemæus Hipparchi mentionem feré nullam facit, ſine aliquo novo laudis titulo. Hipparchus vero duodecim libros de ſubtenſis ſcripſerat, ſicut alia pleraque, é quibus ſuperſunt hodieque perbreves quædam explicationes in Arati & Eudoxi φαινόμενα, quæ quidam Eratoſthenis eſſe ſuſpicantur. Supereſt é veteribus & Apollonius Pergæus,qui egregiæ laudis encomio,geometra magnus appellatus eſt, & certé é præſtantis ingenii monimentis ad elementa Euclidis adjecti ſunt libri, decimus quartus & quintus ab Hypſicle contracti:in quibus Euclidis Geometriam multó altius extollere voluit: Ad hunc numerum aggregandi ſunt,qui numerantur a Pappo libri ſeptimi initio περὶ ἐπαφῶν de contactibus l. 2. inclinationum lib. 2. rationis apotomes 2.locorum planorum 2.conicorum 8.quorum quatuor græcé manu deſcriptos habemus,nunc nuper á Commandino latiné redditos & explicatos: quos tametſi Pappus idem ait ab Euclide antea fuiſſe inchoatos: Attamen Apollonius in eorum procemio Euclidé nominatim carpit, velut inſcium conicarum ſectionum: nec ideo inventas ab eo medias proportionales duas: ac vix quidem unam ſatis feliciter. Hic igitur Geometra magnus inter Geometriç proceres erit. Æneas Hierapolita compendium elementorum conſcripſit. Amphinomus, qui propoſitiones omnes mathematicas appellabat theoremata. Sed é geometris geometrici uſus magiſtris & mechanicis duo præcipué appellantur á Proclo Cteſibius & Hero. Cteſibius inter θαυματοποιοὺς mirandarum rerum artifices præcipuus habetur á Proclo,ſed tota hiſtoria á Vitruvio ſubtilius exponitur lib. 9. cap. 9. de inventoribus horologiorum. Sunt(inquit)ex aqua conquiſitæ ab eiſdem ſcriptoribus horologiorum rationes:primumque á Cteſibio Alexandrino,qui etiam ſpiritus naturales,pneumaticaſque res invenit. Sed uti fuerunt ea exquiſita, dignum ſtudioſis eſt agnoſcere. Cteſibius enim fuerat Alexandriæ natus,patre tonſore: is ingenio & induſtria magna præter reliquos excellens, dictus eſt artificioſis rebus ſe delectare. Namque cúm voluiſſet in taberna ſui patris ſpeculum ita pendere,ut cum educeretur, ſurſumque reduceretur, linea latens pondus deduceret,ita collocavit machinationem. Canalem ligneum ſub tigno fixit,ibique trochleas collocavit, per canalem lineam in angulum deduxit,ibiq; tubulos ſtruxit, in eos pilam plumbeam per lineam dimittendam curavit:ita pondus cum decurrendo in anguſtias tubulorum premeret cæli crebritatem vehementi decurſu per fauces frequentiam cæli compreſſione ſolidatam extrudens,in aerem patentem, offenſione & tactu ſonitus expreſſerat claritatem. Ergo Cteſibius cum animadvertiſſet ex tactu cæli & expreſſionibus,ſpiritus voceſq; naſci,his principiis uſus, hydraulicas machinas primus inſtituit. Item aquarum expreſſiones αὐτομάτους porrecti rotundationiſq; machinas, multa-

multaque deliciarum genera, in his etiam horologiorum ex aqua comparationes explicuit, primumque conſtituit cavum ex auro perfectum, aut ex gemma terebrata: ea enim nec teruntur percuſſu aquæ, nec ſordes recipiunt, ut obturentur. Namque ęqualiter per id cavum influens aqua, ſublevat ſcaphum inverſum, quod ab artificibus phellos, ſive tympanum dicitur, in quo collocata regula, verſatilia tympana denticulis æqualibus ſunt perfecta: qui denticuli alius alium impellentes verſationes modicas faciunt & motiones. Item aliæ regulæ aliaque tympana ad eundem modum dentata quæ una motione coacta, verſando faciunt effectus varietateſque motionum quibus moventur ſigilla, vertuntur metę, calculi aut tona proüciuntur, buccinæ canunt, reliquaque paterga. Hæc Vitruvius, aliaque plura deinceps eodem capite. Hoc idem Plinius. Laudatus eſt Cteſibius, ait lib. 7. cap. 37. pneumatica ratione & hydraulicis organis repertis. Meminit & Cteſibii Athenæus lib. 4. cap. 24. de muſicis inſtrumentis, quorum inventorem Cteſibium facit, é quibus omnibus admirabilem naturæ facultatem operæpretium ſit intueri: Hippocratis antea mercatoris ingenium cum tonſoris ingenio cõparato & judicato verum eſſe quod antea monui, herbas in pratis non magis à natura, quam artes in hominum ingeniis ingenerari. At non omnibus ingeniis ea natura eſt, fateor, neque inquam,

— Omnis fert omnia tellus.

Sed Cteſibiani ingenii præclarum monimentum à Vitruvio de hydraulica machina altiſſimé aquam extollente pluribus verbis exponitur cap. 12 lib. 10. unde licebit petere. Hæc tamen (ait ibidem Vitruvius) ſola ratio Cteſibii fertur exquiſita, ſed etiam plures & variis generibus aliæ, quæ ab eo liquore preſſionibus coacto, ſpiritu efferre à natura mutuatos effectus oſtenduntur: uti merulæ quæ motu voces edunt, atque engibata, quæ bibentia tandem movent ſigilla, cæteraque, quæ delectationibus oculorum & aurium ſenſus eblandiuntur. Ergo (inquam) Cteſibius licet tonſor non magis doctoribus & magiſtris multis indiguit ad occultiſſima Geometriæ myſteria concipiendum, quam Hippocrates antea indiguerat: horologia, organa (quæ modó dicuntur) & in his luſcinias cantantes, concertantes icunculas, cæteraque generis hujus reperit. Quid Hero, qualis tandem mechanicus fuit? Certé cognomentum publicæ laudis conſenſum quendam indicat. Cteſibius licet tam mirabilis opifex, non appellatur tamen mechanicus, ſed Heronis palma iſta propria eſt. Hero igitur Mechanicus omnem Geometriæ varietatem, elegantiam, ſubtilitatem videtur perſecutus eſſe. Studioſé vel curioſé potius Heronis opera nobis exquiſita ſunt, tandemque é variis bibliothecis collecta græce & manu deſcripta πνευματικὰ integra, αὐτοματοποιητικὰ multis locis corrupta, fragmẽta quædam geodętica: alia veró pleraque Heronis prædicantur, ut de machinis bellicis, earumque figuris eleganter deſcriptis, περὶ βελοποιΐας, quod opus vel idem, vel affine eſt: mechanica dicuntur eſſe in Vaticana bibliotheca Romæ, & quidem latine etiam converſa: Hic liber μηχανικαὶ εἰσαγωγαὶ ab Eutochio dici videtur 2. de ſphæra: Geometria denique ipſa apud Diegum Hurtadum eſſe dicitur. Duplicatio cubi, quæ Geometriæ coronis ſumma eſt, in Eutocio integra legitur, eaque à Pappo lib. 3. Theo. 7. præ cæteris approbatur. Itaque Hero videtur apud Proclum lib. 3. μηχανικὸς

fieri. Quamobrem iſte mihi imprimis placet author, qui Platonis Geometriam cum Archimedis mechanica, qui artem cum artis uſu tam ſolerter atque induſtrié conjunxerit. Itaq; ad Archytam, Leontem, Eudoxum, Ariſtotelem, Archimedem adnumero Heronem, & magnis illis mathematici & artificii & operis authoribus comparo. Sed Geminus logica in mathematicis facile par ſuperioribus fuit, adeo ut Proclus non dubitarit aliquando Euclidis judicio Gemini judicium præponere. Libros geometricarum enarrationum ſex conſcripſerat, á quibus pleriſque in locis Proclus eſt adjutus.. Præcipué veró circa curuarum linearum ſpecies elaboravit, demonſtravitque omnium omnino linearum tres tantum ſpecies ſimilares eſſe, rectam, circularem, cylindraceam: Sed prima Gemini laus fuit é particularibus elementis univerſalia facere, qualem Thaletis, Pythagoræ, Archytæ, Leontis, Eudoxi, Theudii logicam antea fuiſſe commemoravimus. Neque veró Geometra tantúm, ſed aſtrologus & phyſicus hic author fuit, ejuſque in phænomena & meteora iſagoge fertur in quibuſdam Italiæ bibliothecis aſſervari. Perſeus ad idem cum Gemino de lineis curvis argumentum aggreſſus, tres illas ſpecies, parabolem, hyperbolem, ellipſim invenit. Geſtiens igitur eadem lætitia inventori contigit, quæ antea Thaleti, Pythagoræ, Eratoſtheni, Archimedi contigerat, idque verſibus his eſt atteſtatum.

Τρεῖς γραμμὰς ἐπὶ πέντε τομαῖς εὑρὼν τὰς σπειρικὰς
Περσεὺς, τῶν δ᾽ ἕνεκα δαίμονας ἱλάσατο.

Ad verbum autem ita ſunt:

Tres lineas cum in quinque ſectionibus ſpirales inveniſſet
Perſeus, earum gratia dæmonas propitiavit.

Quarto igitur exemplo mathematicas voluptates experiamur, & innumerabiles ejuſmodi fuiſſe futuraſque eſſe omnibus animis mathematum ſerió ſtudioſis credi par eſt, ita quoties diagramma laborioſius inveſtigatum apparuerit Archimedeum εὕρηκα vel tacitis animis perſonet, proptereaq; votum muſis concipiatur. Philolaus, Plotinus, Porphyrius, Plutarchus, Poſidonius interdum á Proclo appellantur. Extant Plutarchi Mathematica problemata. Poſidonii nil præter nomen & citatos quoſdam locos. Sphæram Poſidonii 2. de nat. Cicero his verbis commemorat, Quod ſi in Scythiam aut in Britanniam ſphęram aliquis tulerit, hanc quam nuper familiaris noſter effecit Poſidonius, cujus ſingulæ converſiones idem efficiunt in ſole & in luna & in quinq; ſtellis errantibus, quod efficitur in cælo, ſingulis diebus & noctibus, quis in illa barbarie dubitet, quin ea ſphæra ſit perfecta ratione? Item Menelaus Alexandrinus, qui vulgo in libris ex Arabico converſis Mileus appellatur, poſt Hipparchum ſex de ſubrenſis libros conſcripſerat: item ſphærica in tribus libris, quæ a Theone citantur, quæq; hodie ex arabico per Platonem Tiburtinum converſa ſunt in manibus. Zenonis Epicurei geometrica quædam fuerant á Poſidonio refutata. Soſigenes á Julio Cæſare, ait Plinius libri 18. cap. 25. adhibitus ut annum ad ſolis curſum corrigeret. Ea tamen ipſa ratio poſtea comperto errore correcta eſt, ita ut 12 annis continuis non intercalaretur, quia cœperat ſydera annus morari, qui prius antecedebat. Et Soſigenes ipſe tribus commentationibus,

quanquam

quanquam diligentior eſſet cæteris, non ceſſavit tamen addubitare ipſe ſemet corrigendo. Hæc Plinius de Soſigene, quo authore Cæſar dictator viſus eſt quartam Aſtrologiæ ſectam facere. Ptolemæus veró adverſus Euclidem appellatur in Procli commentariis: at quantus & quam celebris mathematicus? Edita enim de cæleſtibus rebus volumina omnium ſuperiorum ætatum ſectarumque, quod de Ariſtotelis libris ſæpe teſtatus ſum, bibliothecam quandam continent, ſed via & arte ut credi par eſt, commodiore definitam & diſtributam: Hipparchi nempe libros duodecim, Menelai ſex de ſubtenſis videmus ab eo quinque theorematis contractos eſſe: aſtrologia reliqua, aſtrologiam Ægyptiam, Græcam, imo Latinam Cæſaris imperio ſubductam compendio pari complectitur. Quadripartitum veró obſervationes Chaldæorum nominatim appellat: Muſica, apoteleſmata, itinerarium ſtellarum, planiſphærium, analemma, geographia, totidem nobilis ingenii decora ſunt, & credi par eſt é mathematicis nullum genus á tanto doctore non explicatum eſſe. Itaque cum Ptolemęus viderit Thaletem, Pythagoram, Archytam, Platonem, Ariſtotelem, Eratoſthenem, Archimedem, cæteroſque illos,

Permiſtos Heroas, & ipſe videbitur illis.

Sed mathematicos reliquos breviter complectamur. Extant ab Eutocio de duplicando cubo ſententiæ Pappi, Philonis, Dioclis, Nicomedis, Spori, tanquam ſummorum in mathematicis magiſtrorum. Sed ex his, quorum ſcripta ſuperant, præcipuus eſt Pappus: deinde Theodoſius de ſphæra, de habitationibus, de diebus & noctibus: Diophantus cujus ſex libros, cum tamen author ipſe tredecim polliceatur, græcos habemus de arithmeticis admirandæ ſubtilitatis artem complexis, quæ vulgo Algebra arabico nomine appellatur: cúm tamé ex authore hoc antiquo (citatur enim a Theone) antiquitas artis appareat. Scripſerat & Diophantus harmonica. Nicomachus arithmeticam, geometriam, muſicam ſcripſerat. Arithmeticæ libri duo publicati ſunt. Geometriam aiunt eſſe Venetiis apud Diegum Hurtadum. Author hic antiquus etiam fuit: Nominatur enim á Pappo. Serenus cujus de ſectione cylindri duos libros diu quæſitos poſſidemus, & hoc anno á Commandino converſos. Proclus ipſe denique, licet logica leviter inſtructus, attamen eximius mathematicus fuit: certé libris & monimentis ejus recenſendis libro fuerit opus, ita multiplices unius ingenii fœtus memorantur. Geometricarum veró in Euclidem expoſitionum, libri quatuor diligentiam magnam teſtificantur. Atq; utinam, ut in primum Euclidis librum induſtrius eſſe voluit, ſic in reliquos paré induſtriam continuaſſet: ſed videtur aliis viam laboris indicare voluiſſe, laboris ipſius parte contentus fuiſſe. Aſtronomica de ſphæra, de aſtrolabo, de hypotheſibus aſtronomicis in manibus hominum verſantur. Tantus igitur mathematicus Proclus fuit. Fuit veró & Proclus alter á Zonara memoratus, qui non ſolum Archimedis inventa tenuit, ſed ex ſeſe nova quædam attulit. Suis enim machinis apud Byzantium claſſem hoſtium delevit: Urentia nempe ſpeculá ex ære fabricaverat, eaque de muro é regione hoſtilium navium ſuſpenderat, in quæ cùm ſolares radii incidiſſent, ignis deinde fulminis inſtar erumpens claſſiarios claſſemque combuſſit. Talis geometra fuit & Priſcus ille apud Dionem in Severo, de quo in obſidione

Byzantii hiſtoricus ita loquitur. Inerant nonnullis machinis harpagones, quas emittebant, retrahebantque celeriter. Harum navium atque machinarum magnam partem Priſcus municeps meus fecerat, quam ob cauſſam poſtea & reus capitis factus & abſolutus eſt. Nam Severus cognita ejus arte, vetuit ipſum morte mulctari, ejuſque opera deinceps, cúm in multis aliis rebus, tum in Atrorum expugnatione eſt uſus. Solæ enim machinæ, quas ille fecerat, non ſunt à barbaris exuſtæ. Severus igitur ob artis excellentiam Priſco pepercit, ut Marcellus Archimedi parci juſſerat, ſed imperium Severi vivo Priſco ſalutare atque honorificum fuit: Archimedi tantum mortuo Marcelli imperium glorioſum accidit. Lubet veró ad Proclum & Priſcum adjungere Diognetum in exemplo non tam arte magno quám eventu mirabili. Diognetus fuerat Rhodius (ait Vitruvius libri decimi capite viceſimo ſecundo) architectus, & ei de publico quotannis certa merces pro arte tribuebatur ad honorem. Eo tempore quidam architectus ab Arado, nomine Callias Rhodum cúm veniſſet, acroaſin fecit, exemplumque protulit muri, & ſupra id machinam in carcheſio verſatili conſtituit, qua helepolim ad mœnia accedentem corripuit, & tranſtulit intra murum. Hoc exemplar Rhodii cúm vidiſſent, admirati ademerunt Diogneto, quod fuerat ei quotannis conſtitutum, & eum honorem ad Calliam tranſtulerunt. Interea rex Demetrius, qui propter animi pertinaciam Poliorcetes eſt appellatus, contra Rhodum bellum comparando Epimachum Athenienſem nobilem architectum ſecum adduxit. Is autem comparavit helepolim ſumptibus immanibus, induſtria laboreque ſummo, cujus altitudo fuerat pedum 125. latitudo pedum 60. ita eam ciliciis & coriis crudis confirmavit, ut poſſet pati plagam lapidis baliſta immiſſi pondo 360. Ipſa autem machina fuerat millia pondo 360. Cúm autem Callias rogaretur a Rhodiis, ut contra eam helepolim machinam pararet, & illam, uti pollicitus erat, transferret intra murum, negavit poſſe. Non enim omnia eiſdem rationibus agi poſſunt: ſed ſunt aliqua, quę exemplaribus non magnis, ſimiliter magna facta habent effectus: alia autem exemplaria non poſſunt habere, ſed per ſe conſtituuntur. Nonnulla veró ſunt, quæ in exemplaribus videntur veriſimilia, cúm autem creſcere cœperunt, dilabuntur, ut etiam poſſumus hinc animum advertere. Terebratur terebra foramen ſemidigitale, digitale, ſeſquidigitale: ſi eadem ratione voluerimus palmare facere, non habet explicationem: ſemipedale autem majuſve, ne cogitandum quidem videtur omnino. Sic item quemadmodum in nónnullis parvis exemplaribus factum apparet, in non valde magnis fieri poſſe videtur, non tamen eodem modo in majoribus id conſequi poteſt. Hæc cum animadvertiſſent Rhodii eadem ratione decepti, qui injuriam cum contumelia Diogneto fecerant, poſteaquam viderunt hoſtem pertinaciter infeſtum, & machinationem ad capiendam vrbem comparatam, periculum ſervitutis metuentes, & nil niſi civitatis vaſtitatem expectandam, procubuerunt Diognetum rogantes, ut auxiliaretur patriæ. Is primo negavit ſe facturũ: ſed poſteaquam ingenuæ virgines & ephebi cum ſacerdotibus venerunt ad deprecandum, tunc eſt pollicitus his legibus, ut ſi eam machinam cepiſſet, ſua eſſet. His ita conſtitutis, quá machina acceſſura erat, ea regione murum pertudit, & juſſit omnes publicè & privatim, quod quiſque habuiſſet

buiſſet aquæ, ſtercoris, luti, per eam feneſtram, per canales effundere ante murum. Cum ibi magna vis aquæ, luti, ſtercoris, nocte profuſa fuiſſet, poſtero die helepolis accedens antequam appropinquaret ad murum, in humida voragine acta conſedit, nec progredi, nec regredi poſtea potuit. Itaque Demetrius cum vidiſſet ſapientia Diogneti ſe deceptum eſſe, cum claſſe ſua diſceſſit. Tunc Rhodii Diogneti ſolertia liberati bello, publicé gratias egerunt, honoribuſque omnibus eũ & ornamentis exornaverunt. Diognetus autem eam Helepolin reduxit in urbem, & in publico collocavit & inſcripſit, Diognetus é manubiis id populo dedit munus. Hęc Vitruvius de Helepoli Calliç & Diogneti: illa geometrici artificii quippiam habuit, hæc potius phyſici. Quapropter Geometria mechanicos in Archyta, Eudoxo, Ariſtotele, ſed mechanicos centimanos & Briareos, imó civitatis patriæque defenſores & propugnatores in Archimede, in Proclo, in Priſco, Diogneto machinata eſt. At hiſtoria hæc infinita fuerit, & Græcos veteres é tertia periodo tantúm mihi propoſueram. In Theone itaque perorandi tempus eſto: Euclidis virtutes antea deſcriptæ ſunt. Theon videtur Euclidem longiſſimé ſuperaſſe, & στοιχειώτης ultimus fuiſſe. Etenim mathematica elementa, quæ Euclidi vulgó tribuuntur, videntur Theoni tribuenda. Nec enim ullius propoſitionis inventio inter Euclidis laudes á Proclo numeratur, ſed demonſtrationum accuratior explicatio. Cujus rei fidem ampliſſimam nactus ſum, comparandis primo Elementorum libro Procli demonſtrationibus cum Theonis qualibet demonſtratione. Proclus ætate major Theonem minorem neque videre, neque noſſe potuit. Proclus floruit proximo poſt Chriſtum ſeculo, Theon fere quarto. Proclus veras Euclidis demonſtrationes habuit, in quibus appellatur Euclides per excellentiam modó, στοιχειώτης, modó γεωμέτρης, interdum ſuo nomine Euclides appellatur. Compara igitur Theonis demonſtrationes, quę modó Theonis nomine leguntur, recognoſces veſtigia quædã Euclidearum demonſtrationum. Neque enim Grammatici, Rhetores, Logici, atque artifices omnino novi artem ullam ſic immutare poſſunt, quin plurima communia retineant: Recognoſces, inquã, antiquę Geometriæ, ſive Hippocraticæ, ſive Leontiæ, ſive Theudiæ, ſive Hermotimeæ, ſive Euclideæ, ſive etiam Heroniæ nonnulla, ſed & plurima immutata comperies, certoque judicio mathematicorum Elementorum demonſtrationes non Euclidis, ſed ut appellantur, Theonis eſſe judicabis. Sed ne qua hac de re dubitatio exiſteret, Theon ipſe ſuas editiones in elemẽta nominatim citavit in commentariis in 1. lib. conſtructionis magnæ Ptolomęi. Theon igitur eodem jure elementa ſibi vindicabit, quo ſibi Euclides antea vindicaverat. Forma eſt cauſſa, per quam res eſt, id quod eſt: formæ itaque novus author, novus item author eſt eſſentiæ. Hac conditione atque lege quinque vel ſex στοιχειῶται continua ſucceſſione ad ejuſdem hæreditatis poſſeſſionem adierunt, Hippocrati Leo, Leonti Theudius, Theudio Hermotimus, Hermotimo Euclides, Euclidi Hero ſucceſſit atque hæres fuit: ſic modo Theon Euclidi vel Heroni ſuccedito, mathematicam poſſeſſionem cernito, & στοιχειώτης ſextus vel ſeptimus eſto, itaque Theon iſta laude tanto major eſt Euclide, quanto præſtantior antiquis Euclides habitus eſt. Ptolemæum veró videtur long[illegible]o loco Theon, quam Euclidem habuiſſe: &

Alexandrinus populari ſuo pietatem neſcio quam præſtitiſſe. Euclides στοιχείωσιν ſuſtulit: At Ptolemæi Aſtrologiam in aſtris ipſis collocavit: reſtes ſunt Græcè publicati doctiſſimi in Ptolemæum commentarii: teſtes aſtronomicæ tabulæ, quæ apud regiam fontis bellaquei bibliothecam cuſtodiuntur: é quibus omnibus planũ efficitur Ptolemæum Theoni doctorem longé præſtantiorem viſum eſſe. Itaque & Ptolemæus Aſtrologiæ regnum adhuc obtinuit. Euclides nominatur στοιχειώτης, ſed reveta ac veritate Theonis στοιχείωσις iſta eſt. Demonſtrationes opticorũ Theonis item vidētur eſſe, ut in opticis idē Theon præſtiterit, quod in Elementis: Zambertus φαινόμενα ſimiliter ad Theonem authorem refert, & Valla δεδομένα Theonis eſſe ſcribit, ut Euclidi præter inane nomen nihil admodum relinquatur: pleraque etiam alia, ut in Aratum, in Platonis etiam mathematicos locos, Theoni adſcribũtur: Tot tantiſque tamque locupletibus teſtimoniis admirabilis eruditio comprobatur. Theonis igitur ingenio matheſis, mathematica elementa debebit, optica, φαινόμενα, δεδομένα, aſtrologiæ denique firmamenta vel ornamenta debebit. Quapropter mathematum Græci doctores & authores tot ac tanti à Thalete ad Theonem hunc in modum breviter propoſiti adſcriptiq; ſunt. Spero autem aliquē noſtro exemplo excitatũ recentiores mathematicos deſcripturũ eſſe, ab eoq; præcipué Franciſcum Fluſſatem Candallam, genere quidem illuſtrem principē, ſed mathematica gloria univerſæ Galliæ longé principem celebratũ iri. Sed antiquos tantúm mihi propoſui. Quorum excellentes & diſſimili genere laudabiles virtutes animadvertimus. Nam ſi mathematicæ inſtitutionis compoſitio & cōformatio ſpectetur, στοιχειῶται Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus, Euclides, Theon principem fructũ laudis ferent, ſi nobilitas mathematicæ ſcholæ & amplitudo perpendatur, mathematũ authoritas ad Pythagoram, Platonem, Ariſtotelem pertinebit: ſi, quod ſummũ eſt, mathematum non ſolúm ſcholaſtica veritas & é libris demonſtratio, ſed popularis uſus atque utilitas æſtimetur, Archytas, Eudoxus, Eratoſthenes, ſed maximé atque altiſſimé ſupra omnes unus Archimedes in cœlum ferendus erit. Quamobrem ſi tot taleſque mathematici fato aliquo ab inferis in hanc lucem redivivis corporibus excitati pre foribus tuæ baſilicę (Catharina Medicea) adſtarent, poſtularentque ut in auditorio regio perceptis ſtudiis Grammaticæ, Rhetoricæ, Logicæ proximus ante Phyſicam & Politicam mathematis locus eſſet & honos, neque juventus, niſi mathematis erudita ad Phyſicam & Politicam admitteretur, moveret, opinor, præſtantium perſonarum authoritas, & poſtulantium dignitas, rem per ſe juſtam atq; optabilem facilius impetraret. Si ad hanc inſtitutionem operam ſuam pollicerentur, ecqua animi reverentia audirentur? qua liberalitatis alacritate exciperentur? Dionyſius, ut prędixi, ignes tota Sicilia incendit Platonis unius adventu: quinam igitur tot Platonibus honores quamque novi exquirerentur? Adſunt veró ac pené oculis corporis cernuntur, audiuntur certé & agnoſcuntur. Quamobrem tuæ jam hoſpitalitatis erit hoſpites majorum tuorũ, hoſpites regum noſtrorum, hoſpitio tuæ amplitudini conſentaneo excipere.

PROOEMII MATHEMATICI LIBRI PRIMI FINIS.

P. RAMI

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. II.

PRIMUS ſcholarum mathematicarũ liber nobis adhuc fuit de mathematicæ primis inventoribus & authoribus, unde artis dignitas præſtantiaque intelligeretur: Sed duæ mathematicis artibus graves adverſariæ opponuntur, inutilitas & obſcuritas. Hæc ſiquidem peſtifera duplex opinio jampridem per animos hominum pervaſit, perſuaſitque vulgo imperito mathematicas artes inutiles eſſe: hæc eſt prima mali labes. Deinde ut utilitatis nonnihil habeant, tamen perobſcuras perque difficiles eſſe: quod malum etiam ſuperiore pernicioſius eſt. Ergo duæ iſtæ exitiabiles perſuaſiones ex animis hominum nobis evellendæ ſunt, ſi mathematicas artes populares efficere contendimus: imó veró ſi crimine inertiæ liberari volumus. Quoties enim dum Euclidis Elementa prælegimus, reprehenſi ſumus à maledicis: quod noſtræ profeſſionis aliena, imó veró etiam incognita doceremus? quod in re inutili nimium ſtudii atque operæ poneremus? denique quod regiæ profeſſionis otio abuteremur? Voces enim quotidianæ ac feré perpetuæ ejuſmodi fuerunt, quæ conſtantiam noſtri ſtudii non philoſophiam, ſed pertinaciam eſſe clamarent. Ergó his vocibus ſatisfiat, & de noſtræ profeſſionis fructu reſpondeatur. Profeſſor eloquentiæ & philoſophiæ factus ſum, fateor. Matheſis, aiunt reprehenſores noſtri, philoſophicæ profeſſionis aliena eſt: Certé homines ita judicant, & philoſophiam eam ſolam arbitrantur eſſe quam didicerunt. At Pythagoras, Plato, Ariſtoteles philoſophiæ, phyſicæ & politicæ principia in mathematicis ſtatuerunt, & bellam iſtorum philoſophorum ſapientiam, ſine capite, vel potius ſine corde eſſe docuerunt. Cum igitur Henrico primum, deinde Franciſco, tum Carolo Regib. profitendæ philoſophiæ fidem dedi, truncam principe corporis parte ſophiſticam ad noſtrorum reprehenſorum fatuam calumniam nequaquam recepi, ſed doctiſſimorum & omni philoſophię laude facile principum judicio religioné meæ profeſſionis obligavi. Nihil igitur alienum philoſophicę profeſſionis facio, ſi via deſcriptis, uſuque legitimo confirmatis Grammatica, Rhetorica, Logica, deinceps ex ordine Arithmeticam & Geometriam perſequor, & eum laborem ſponte ſuſcipio, quem ne mathematicus quidem profeſſor quiſquam ante me in regia cathedra ſuſceperat. Primus enim mathematica Euclidis elementa ab initio ad extremũ in regia cathedra prælegi, & alios docui, quod mihi perſuaſeram, quemadmodum nihil eſſet grammaticé compoſitum, quod à Grammatico explicari non poſſet, ſic ratione & logicé nihil eſſe demonſtratum, quod à logico retexi non poſſet: Deniq; Maronis ſententiam illam veram eſſe,

—— Labor omnia vincit
Improbus. — —

Sed liber proœmii hujus deinde tertius & ab eo mathematicarum ſcholarum reliqui libri, imò veró mathematicarum artium libri de laboris hujus improbitate loquentur amplius. Verúm, inquis, ignota tibi & antea nunquam audita profiteris. At, inquam, prima nobis ætas mathematicis ſtudiis dedita fuit, & quinto abhinc ac viceſimo anno Arithmeticam, ſex primos Euclidis libros, ſphæram in Mariano gymnaſio publicé docui, & extat ex illo etiam tempore Latinus Euclides epiſtola noſtra commendatus. Non igitur mihi novam, & antehac inauditam diſciplinam profiteor. Sed philoſophos noſtros ſimplices ac minimé malos familiariter admonere cupio, quam miſeré ætatem in ſophiſmatis egerint. Attendant igitur ſingulares hi doctores, quid hic reſpondeam. Ariſtoteles piſcator, auceps, venator, apiarius, arator, in foro orator, rerumpublicarum gubernator nunquam fuit. Quomodo igitur hominum iſtorum artes deſcribere potuit? Hic homines ignari quantum ſolida logica in explicatione & tractatione artium omnium poſſit, attoniti obſtupeſcunt, & Ariſtotelem tot artium ſcriptorem divinitus, ac neſcio quo naturæ miraculo factum arbitrantur. Verum iſta naturæ miracula, logica miracula fuerũt: totaque vis iſta, facultatis logicæ fuit: materiæ ſibi ab opificibus vel opificum commentariis accumulatæ, genera generumque ſpecies ſecernere: generalia generaliter, ſpecialia ſpecialiter ſuis locis atque ordinibus diſtinguere atque explicare. Artem igitur hanc Ariſtoteles habuit, faciendæ artis artium omnium longé maximã præſtantiſſimamque: cujus imperiti, rerum licet ipſarum peritiſſimi, tamen artem inſtituere & componere nequeãt. Quamobrem reprehenſores noſtri mirari deſinant, quanam facultate potiſſimum confiſus, ad mathemata tractandum accedam. Ætatis bona pars, non in mathematis ſolúm, ſed multo magis in logico illo fabricandarum artium inſtrumento, & poliendo, & acuendo, & modis omnibus exercendo nobis conſumpta eſt. Neque mathematicis artibus illuſtrius ullum vel utilius argumentum optare potui, in quo Ariſtoteleam illam logicæ facultatis excellentiam demonſtrarem. Quare nec incognita nunc primum aggredior, neque imparatus, neque inermis, neque rerum, quamvis maximarum difficultatibus animo inferior. Verúm in re inutili, aiunt, nimium operę ponimus. Hic mihi venia deprecanda eſt, quod de re apud eruditos omnes certiſſima, tamen tanquam Lutetiæ incerta dicere inſtituam: doctos & ingenuis artibus ornatos mihi faciles & placatos oro, mathematum ignaris, proprioque ignorantiæ odio etiam inimicis reſpondeo. Mathematicæ artes, inquis, ſunt inutiles. Quamobrem, inquam, aut quæ tandem perſuaſio hominibus mathematicas artes ignavas adeoque inertes eſſe perſuaſit? Vetus porro eſt a voluptuariis præſertim & mollibus philoſophis repetita inutilitatis opinio. Ariſtippus ſiquidem, ut eſt 3. metaph. libro, mathematicas artes cavillabatur, quod nullam haberent demonſtrationem boni, id eſt utilitatis, ut Syrianus interpretatur, quod judicium totæ Epicureorum familiæ ſecutæ ſunt. Quin Epicurus ipſe cum illa Platonis & Ariſtotelis non ſolúm ornamenta, ſed [illegible] mata contemneret, Polyænum familiarẽ ſuum Geometriam dedocuit, omn[illegible] liberalibus illis artibus eruditos contumelioſé vexavit, ait Tullius. Atque [illegible] Ariſtippi & Epicuri tantúm illi quondam fuiſſent, non etiam ſingulis [illegible]

na[illegible]

naſcerentur. Virgilius Epiſcopus Salæburgenſis in Germania pro concione dixerat antipodas eſſe. Bonifacius Epiſcopus Moguntinus homo tam ἀγεωμέτρητος quã Ariſtippus, quamque Epicurus, Virgilium crimine impietatis accuſavit, quod antipodibus inductis, alius etiam Chriſtus induceretur: judicium defertur ad Utilonẽ regem Bojorum. Bonifacius á Pontifice Zacharia, cujus nempe legatus eſſet, literas impetrat ad Utilionem, quibus Virgilius damnatus eſt. Hæc circa annum Chriſti 745. contigerunt, ut Aventinus author eſt in annalibus Bojorum. Neque veró hodie Bonifacii & Utiliones vel Ariſtippi omnino atque Epicurei deſunt, qui mathematicas artes non modó ut inutiles, ſed ut impias calumnientur: tantumq; cõſuetudinis ſemel inductæ vis per annos plurimos potuit, ut nullus in Scythia vel barbarie ulla ryrannus immaniorem potentiam uſurpaſſe videatur. á tyrannis graviſſimæ peſtes illæ ſunt hominum apud Platonem & Ariſtotelem, ſcholis interdicere, publicarum diſciplinarum ſtudia prohibere. Temporum veró hominumve ignorantia tyrannis animorum nempe crudeliſſima hanc eandem calamitatem in Galliæ Academiis peperit mathematicas artes, non illas quidem nominatim accuſando, ſed prætereundo nullis neque præmiis neque honoribus dignando. Itaque cum vel optimus quiſq; civis leges & mores civitatis intueri debeat, nec in ulla reipub. parte dignitatem ullam mathematicis propoſitam videat, ecquid mirum, ſi juventus patriæ ritum & conſuetudinẽ ſecuta, mathematicas artes deſpiciat? ecquid potius non mirandum, ſi quis animus, ſupra iſtam lutulentæ perſuaſionis fecem elatus virtutem tanquam per ſe amabilem ſuoque fructu optabilem colat? Quapropter ea quæſtio diligenter conſideranda nobis eſt, conſulendi mortales omnes & interrogandi, teſteſque ad hoc judicium adducendi. Proclus veró licet Elementorũ interpres & patronus, tamen hic non magnæ utilitatis interpres & patronus eſt. Sed tamen audiatur. Quem fructum tandem mathematũ profitetur? Duplicẽ, inquam, facit Elementorum finem, alterum diſcipuli, alterum diſciplinæ gratia. Diſcipuli cauſſa finem mathematicæ facit, inchoare diſcipulum ad Geometriam breviter ac ſummatim informare, ad reliquas Geometriæ partes agnoſcendum. In quo fine conſtituendo, Proclus valdé factus eſt immemor immenſæ laudis Euclidi attributæ, ubi contenderat Geometriam ab Euclide fuiſſe abſolutam: Hic paulo parcius loquitur: ut Grammaticæ rudimenta pertinent ad reliquum, plenumque Grãmaticæ fructum conſequendum: ſic στοιχείωσις Euclidis præparat auditorem ad integrum & cæteris partibus expletum & abſolutum mathematicæ fructum. Itaque Proclus Arithmeticam & Geometriam in Euclide totam eſſe non putat: Alterum veró mathematicæ finem ſingularem Proclus & admirabilem é neſcio quorum interpretum opinione conſtituit in quinque mundanarum figurarum cognitione, tetrahedri, cubi, octahedri, icoſahedri, dodecahedri: tanquam talium figurarum conſtitutio, adſcriptio inter ſe & comparatio tanti fuerit, ut mathematicæ tota utilitas, id eſt finis, conſtiterit, ſi hæc paucula teneas, finemque mathematicæ ſis conſecutus, ſi ſcias illa corpora conſtituere, adſcribere, comparare, quodque plura non ſint ordinata, demonſtrare. Hic enim Pythagoræ & deinde Pythagoreis theologia quædam arcana fuit, tanquam Deus de fabricando & architectando

mundo cogitans, Pythagoreorum quinque corporum illorum Geometriam ſibi, velut ideam propoſuerit. Hæc enim Platonis in Timæo theologia eſt. Verùm ſacer ille Geometriæ finis ab Ariſtotele 8. cap. 3. lib. de cœlo vehementer exagitatus & labefactatus eſt, longeque gravius Proclus ipſe eſt antea philoſophatus, cum mathematicas artes popularis utilitatis cauſſa repertas eſſe docuit. Arithmeticam tractandæ mercaturæ, Geometriā dimetiendæ terræ gratia, & à nobis ſuo loco theologia illa pro merito ſuæ divinitatis excoletur. Elementorū mathematicorum finis eſt, ait Proclus, quinque figuras mundanas bene metiri. Ariſtippus videlicet ejuſmodi commentum aliquod audierat, eoque adductus, mathematicas inutiles eſſe judicavit. Et verò ſi nil aliud matheſis præſtatura ſit, Ariſtippus cauſſam obtineto. Verumenimverò Arithmeticæ finis eſt bene numerare, non ſolùm has quinque figuras, ſed omnia omnino quæ quidem numerari poſſunt. Geometriæ finis eſt, ait Proclus, quinque figuras bene metiri: imò verò Geometriæ finis eſt bene metiri non ſolùm quinque figuras, ſed in planis rectilineis triangula, quadrangula, multangula, in obliquilineis circulos, helica, in ſolidis pyramides, priſmata, ſphæras, conos, cylindros, earumque figurarum omnium rationes, proportiones, ſimilitudines, omneſque omnino cujuſcunque magnitudinis affectiones interpretari. Sic ex utroque & numerandi & metiendi fine bona innumerabilia vel ad contemplandum vel ad agendum gignuntur, ut Proclus ipſe Procli illius longè diſſimilis lib. 1. cap. 7. 8. 9. 10. copioſè vel profuſè potius, & quidem è Platonis imprimis authoritate declaravit. Hæc igitur bipartita nobis utilitas proponetur ad contemplandū, ad agendum: contemplandi & omnes deinceps artes phyſicas & politicas percipiēdi principia & elementa in mathematicis antea Pythagoras, Plato, Xenocrates, Ariſtoteles poſuêre: Pythagoram igitur, Platonem, Xenocratem, Ariſtotelem à calumnia fatuorū idiotarum vindicemus, & doceamus mathematicas artes eſſe principia & elementa phyſicæ & politicæ philoſophiæ: ut principiis ignoratis ſolida naturalium & moralium rerum ſcientia nulla teneatur. Audiatur igitur Plato, & Academiam ſuam tueatur. Doceat quamobrem matheſis diſcendi ac cognoſcendi prima via ſit. Etenim totum hoc mathematicum ex Arithmeticis & Geometricis genus ſenſibus abductū Plato ſuis verbis appellat ἑλκτικὸν, ἀγωγὸν, παρακλητικὸν, ἀναγωγικὸν, μεταστρεπτικὸν νοήσεως, διανοίας, θεᾶς, ἀληθείας, id eſt ejuſmodi, ut, alliciat, impellat, excitet, erigat, convertat intelligentiam, ratiocinationem, contemplationem, veritatē: quod quidem eſt & imprimis logicū: Ex omnib. enim artibus matheſis una præcipuè veri ſtudioſa præcipuèque logica fuit, neque perſonarū quamlibet probabilium, aut probatarū authoritate, ſed argumentorū neceſſitate judicat, cogitq; animum in rebus ipſis attentum eſſe, neque ulla unquam ſchola ſeveriorem logicam, quam mathematica tenuit. Ut objectos colores acutè videas, oculos corporis apertos & nitidos & converſos eſſe neceſſe eſt; ut igitur intelligibilia comprehendas, mentem excitam motuque rationis erectam, & converſam eſſe neceſſe eſt: matheſis porrò excitat atque erigit, unaque præ cæteris omnibus artibus hominis judiciū ſtabilit & confirmat: Hinc tamen ἀφαίρεσιν phantaſticā Pythagorei quidam & Platonici

tonici degeneres fabulati ſunt,& in Ariſtotele ſunt quidam hac de re loci: Verumtamen contrariis in eodẽ philoſopho locis & valentioribus refutati. Etenim 2,& 3, c. 13. libri metaph. tota iſta ἀφαίρεσις vehementer labefactatur, efficiturque abſtractio cõmunis artium omnium,in quibus generalia tantúm documenta é ſingularibus exemplis inducta & abſtracta proponuntur: Denique abſtractio illa mathematica dicitur πλασματίας ὁ λόγος fabulator ſermo. Quare cum mathemata audies á Platone dici ἑλκτικὰ, ἀγωγὰ, παρακλητικὰ, ἐγερτικὰ, μεταστρεπτικὰ, ab Ariſtotele ἀφαιρετικὰ, intellige non ſophiſticam fabulæ neſcio cujus umbram, ut mathemata ſint in democraticum intermundium neſcio quod recluſa,ſed logicam mẽtis actionem,qua veritatis demonſtratio purius & accuratius cõſideratur. Itaque Diodorus ille Stoicus cæcus Ciceronis præceptor, quod credibile vix eſſet, ſine oculis Geometriæ munus tuebatur,verbis præcipiens diſcentib. unde,quo, quamq; lineam ſcriberẽt, ut eſt 5. Tuſc. Sic Didymus Alexandrinus captus á parva ætate oculis, & ob id grãmaticorũ elementorũ quoque ignarus tantúm miraculũ ſui omnibus præbuit, ut Dialecticam quoq; & Geometriam,quæ vel maximé viſu indiget, uſque ad perfectũ didicerit,ut Hieronymus in catalogo ſcriptorũ eccleſiaſticorũ author eſt: mentis videlicet acrior contemplatio in corporibus illis cæcis viguit: quoque ſenſu oculorũ minus poterant,eo vehementius animo nitebantur. Neq; veró jam diſputo mathematis tanquam horologiis ſonitu & tintinabulo mané nos é ſomno nos excitari,nihil præterea juvari: ſed affirmo tanquam clariſſimo lumine oculos mentis agi convertiq;,atque apertos ad omnia videndũ & intelligendum illuſtrari. Quapropter in Timæo mathematica appellatur κατὰ παίδευσιν ὁδὸς ad eruditionẽ via, ut qui mathematicam didicerit, poſſit reliquas omnes artes facilé perdiſcere. Illud Pythagoreũ videlicet παιδευτικὸν a Platone ſignificatur, & æmulatio Pythogorea proditur. Infimum ordinem gymnaſii Pythagoras mathematicorũ fecit, & παιδευτικὸν nominavit. Sic Platoni matheſis ὁδὸς κατὰ παίδευσιν modó ſtatuitur. Sed de Arithmeticis illud eſt in Rep. Platonis eximiũ. Quid veró, ait Socrates, nunquã animadvertiſti,qui natura Arithmetici ſunt,eos ad omnes artes percipiendum perſpicaces & acutos eſſe? Ac ſi tardi & hebetes in hoc ſtudio erudiantur & exerceantur, ſi nil aliud adjuventur: attamen confeſſione omnium, promptiores & acutiores fieri? Quid multa? Plato in Epinomide Arithmeticis artibus tantũ tribuit, ut ſtatuat hominẽ ejus facultatis imperitũ ἀνοητότατον καὶ ἀφρονέστατον, inſipientiſſimũ & amentiſſimũ eſſe. Hęc tanta laus Arithmeticæ ab hoc philoſopho tribuitur, par etiam & eadẽ Geometriæ tribuitur: Quin ad Geometriã illa ἑλκτικὰ, ἀγωγὰ præcipué referũtur,& voluptates Thaletis, Pythagoræ, Eratoſthenis, Archimedis, Perſei nõ Arithmeticæ,ſed Geometriæ fuerunt. Itaque á Platone clariſſima quædam ex utraq; arte lux ingenii proponitur. His mathematis ſingulis, ait Socrates, inſtrumentũ quoddã animæ cæterarum alioqui diſciplinarũ ſtudiis corruptum & occæcatũ, tum expurgatur, tũ recreatur, quod diligentius & accuratius ſervandum ſit, quam decem oculorum millia. Hyperbole Platonica, inquies. Sané,& tamen vera. Nec enim Argus ille, qui fingitur á poetis decem corporeorum oculorũ millibus tam acuté tamque laté unquam cerneret, quam his duob. Arithmeticæ & Geometriæ luminibus

cernitur. Quæ cum ita ſint, iſtos mathematicæ philoſophię oculos liceat in reliquas omnes conſequentes artes convertere, & ab iis profectas utilitates intueri. Etenim muſica in ſonis & concentibus eorũque intervallis & ſyſtematis, generibus & formis, in auditu Arithmetica eſt: Ideoque Ptolemęus in muſicis 2. c. 1. l. vocat numeros τὰς συνῳδίας τῶν λόγων. & 3. c. figuris organorũ magnam vim tribuit ad differentias ſonorum, quam geometricam in ſonis cauſſam Ariſtoteles in libello de audibilib. anté propoſuerat. Optica veró in viſu, nil niſi geometria eſt in luce, umbra, colore, viſus ipſius natura & facultate, veritate, hallucinatione, é ſitu, motu, numero, quãtitate, figura, ſeu viſus ipſe rectus ſit, ſeu ſpeculorum reflectione, ſeu diverſorum denſitate & raritate mediorum refractione: unde pictoribus non ſolúm lumen & umbra, ſed medius inter utrumque ſplendor, qui propterea tonus appellatur: & á tranſitu commiſſuraque colorum arnoge, cæteraque artificibus iſtis nota optica: duoque ut Ptolemæus in muſica loquitur, nobiliſſimi in homine ſenſus aurium & oculorũ λογικώτατοι ſine mathematis nil certo conſtantique judicio ſentirent. Tum veró quantum phyſicis rebus mathematica luminis adferat, Timæus Platonis, & & Phyſica Ariſtotelis maximo argumento ſunt. In Timæo Platonis Deus mundi animam rationibus Arithmeticis & proportionibus componit: deinde corpus geometricis figuris architectatur. Phyſica itaque Platonis é numeris & lineamentis Arithmetica & Geometrica, id eſt, mathematica eſt neque ἀγεωμετρήτοις cognobilis. Ariſtotelis verò tota de motu & quiete, de tempore cœloque, de animalium ortu, progreſſu, hiſtoria, totaque omnino phyſica non ſolúm exemplis, ſed fundamentis mathematica eſt. Quid ergo? Ariſtippus phyſicam Ariſtotelis profiteatur? quid libro primo de tetragoniſmo, ſecundo de duob. rectis in triangulo: tertio de cõpoſitis gnomonibus, reliquis de infinitate magnitudinis: quid deinceps in libris de cœlo, quod διάμετρος, ἀσύμμετρος: quid cætera illa de triangulis & pyramide, de ſphæra octo pyramidib. cõpoſita reſpondebit? quid in meteoris dicet de iride? Certé deridebit & contemnet, & pueris iſta facilia eſſe dicet. Fabula enim hujus argumenti nunc nuper eſt acta. Inciderat quidam Ariſtippus in iſtos Ariſtotelis locos & diametrũ aſymmetrũ dixit eſſe quadrati dimenſionẽ, & alia neſcio quæ ejuſdem ignorantię: de quib. cum moneretur á diſcipulis, reſpondit ſe Gorgiã nõ eſſe, ut ex tempore de omni poſita quæſtione reſponderet: atq; ita tanquam non de manifeſta ignorantia argueretur, ſed de duplicandi cubi problemate urgeretur, modeſtos diſcipulos impudentia deluſit. Sed injuſtam Ariſtoteleæ philoſophiæ talẽ maculã Ariſtoteles ipſe eluet ac delebit: & mathematicam futuro phyſico neceſſariã eſſe evidentiſſimé demõſtrabit. Etenim phyſica tota maximam partẽ occupatur in quiete motuque rerũ naturalium: unde igitur quietis motuſque naturalia elementa cauſſæ, inſtrumenta ab Ariſtotele repetuntur? Ariſtoteli certé in mechanicis nil promtius veriuſque quicquam fuit, quam omnis motus quietiſque & naturalis & contra naturam cauſſam é Geometria repetere. Lubet igitur ab Ariſtotele elegantiſſimã de geometrico quietis & motus organo philoſophiam proponere, ut bardũ neſcio quod ſine matheſi, philoſophaſtrorum pecus é lethargo ſuo 'exuſcitem. Adeſdum igitur Ariſtippe, & philoſophiam tibi ignotam & inauditam percipe. Æqualitas,

inquit

inquit mathematicus phyſicus, quietis cauſſa eſt: angulus autem rectus eſt æqualitatis, & ſtatum facit. Axioma veró valde magnum in tota rerum natura atque animadvertendum. Quieſcunt omnia ad rectos angulos. Ecquid mirum? hoc enim imperium dei atque numen Geometricum eſt, quo terra medio mundi loco ordinata conquieſcit, ideoq; cubico octonum rectorum ſolido á Pythagoreis comparata. Hoc, inquam, effatum eſt rerum, infra cujus æquabilitatem & perfectionem angulus acutus eſt, ſupra veró obtuſus. Itaque cum jacemus humi aut in lectulo decumbimus paralleli plano horizontis, aut eidem congruentes, tum pedibus & capitibus angulos rectos facimus. Cúm ſedemus in hemicyclo, vel thoro aliquo rectis tibiis & femoribus, cruribus rurſus rectum angulum facimus. Quies igitur fit angulis rectis, ſtatus etiam fit angulis rectis: ſic plantæ, arbores, animantes ſtatum ſuum tuentur. Nam ſi inclinatio vel declinatio ulla accidit, anguli obliqui ruinæ protinus motum aliquem minitantur. Ergo quies, ergo ſeſſio, ergo ſtatus fit angulis rectis. At quoniam quies fit parallelis plano terræ corporibus, ſtatus autem perpendicularibus, attende quamnam hic Geometriam natura machinetur, & quomodo é paralleliſmo perpendiculum moliatur. Jaces angulis rectis, ut ſurgas, & corpore erecto perpendicularis horizonti fias. Geometriam á natura tibi traditā meditere. Quatuor acutos efficies utroq; brachio & latere, thorace & cruribus, femoribus & tibiis: Hos, inquam, angulos ſic acues. Ambulatio deinde progreſſuſq; obtuſis tibiarum femorumq; angulis efficietur. Quibus poſitis efficitur quod quieſcimus, quod ſedemus, quod ſurgimus, quod ſtamus, quod ambulamus & progredimur, Geometriçuſum eſſe. Sed ab eodem philoſopho aureas iſtas in phyſicis motibus meditationes pauló plenius meditemur, ut ἀγεωμέτρητοι Ariſtoteleoli Ariſtotele judice phyſicam ſine mathematica nullam eſſe fateantur & erubeſcant. Unum circulum hic pro figuris omnibus ad quæſtionis demonſtrationem figurabo. Geometriæ nempe miracula é rotundis figuris pręcipua ſunt, circuluſque miraculorum omnium merito principium & miraculum primum ab Ariſtotele ſtatuitur. Cauſſæ mirabiles (ait) effectus etiam mirabiles habent. At circuli eſſentia ipſa tam mirabilis eſt, ut contra naturæ leges recondita quadam & arcana Geometriæ ſubtilitate ficta eſſe videatur. Etenim fit é recto, quamvis obliquus ſit, fit é quieto ſimul & moto: Deinde convexum in eo eſt & concavum, ſed illa, quamvis contraria pugnantiaque, tamen ſunt minora. Motus ſimplex in eo nullus eſt, ſed idem anté, poné, ſurſum, deorſum: imo pro infinitis in eodem radio punctis omnibus velocitatis & tarditatis differentiis ſimul agitur: & quod maximé omnium ipſe admiratus ſum, idem circuli motus tot repugnātiis conflati naturalis eſt ſecundū peripheriam in obliquum, & violentus ſecundum diametrum, quo retrahitur in centrum. Itaque retractionis repulſioniſque motus in minore radio major eſt, dum peripheriæ æquales permeantur. Secus naturales violentique motus peripheriis ſunt proportionales. Hæc, inquam, rotundæ figuræ myſteria ſunt. Contraria ſimul eſſe non poſſunt. Axioma logicum eſt. Circulus tamen totus contrariis qualitatibus & affectionibus inter ſe diſcrepantibus formatus & figuratus videtur. Quapropter rotundum cum ſit ea natura præditum, effectus etiam plane mirificos habet, in tem-

FF 3

plis etiam ad majorem deorum venerationem quondam imperito populo propoſitos. Quies veró, ſeſſio, ſtatus hic nihil expectetur: motus, motus inquam, totus ex hac figura eſt. Rotundum igitur mobiliſſimum eſt omnium mobilium, atque ad celeritatem motus promptiſſimum. Quid ita? Acutus angulus velocitatis artifex antea fuit. At in rotundo ſubjectum planum tangente, angulus quovis acuto rectilineo minor acutiorque efficitur, & á ſubjecto protinus é veſtigio recurrit, idcoque nil aſperitatis habet, nil offenſionis, quo velocitas motus impediatur. Quid vis? Rotundum ſtare loco neſcit, nutat vel micat potius omnes in partes dimidio ſui uſquequaque velut inclinatum. Itaque leviſſimo momento huc vel illuc impellitur: Quin, ut quorundam opinio fuit, ſuapte figura aſſiduè volvitur, moveturque ingeniti a natura motus etiam cum violento copulati entelechia ſempiterna. Rotundum veró etiam quietis cauſſam eſſe, ſed globo infimo & tanquam immobili centro in concentricos ſuperiores globos incluſo, Naſo philoſophatur, & cauſſam terreſtris quietis iſtam 6. Faſt. verſibus eleganter exprimit, hanc igitur á poeta geometriam attendamus

Terra pilæ ſimilis nullo fulcimine nixa
Aere ſubjecto tam grave pendet onus.
Ipſa volubilitas libratum ſuſtinet orbem,
Quiq; premat partes, angulus omnis abeſt.
Cumq; ſit in media rerum regione locata
Et tangat nullum pluſve minuſve latus:
Ni convexa foret, parti vicinior eſſet,
Nec medium terra mundus haberet onus.
Arte Syracuſia ſuſpenſus in aere clauſo
Stat globus immenſi parva figura poli.
Et quantum á ſummis tantum ſeceſſit ab imis
Terra, quod ut fiat forma rotunda facit.

Ut igitur naturalis forma principium motus & quietis, ſic geometria inſtrumentum motus & quietis præſtabit, ſine quo, ut natura ipſa rerum nil efficit, ita philoſophus in naturæ operibus nihil intelligit. Ehodum Ariſtippe mathematicis illis luminibus orbate, quid plus in phyſicorum philoſophorum ſchola, quam Polyphemus ab Ulyſſe occæcatus in ſpelunca videris? Enimveró quid Aſtrologia tota, quid aliud eſt quám arithmetica numeratio motuum cæleſtium, quám Geometrica globorum cæleſtium & ſtellarum, ſecundum longitudinis, latitudinis, altitudinis ſpatia figuratio & dimenſio? Aſtrologia omnium liberalium diſciplinarum una maximé involuta eſt, & graviſſimis hypotheſium impedimentis obſeſſa, á quibus per elementa logicæ imprimis, deinde Arithmeticæ & Geometriæ diligenter exculta liberari vindicariq; poſſit. Etenim ſi de diſciplinis omnibus aliis conſcripti libri funditus interiiſſent, tamen protinus ab innumerabilibus Grammaticis, Rhetoribus, Logicis & cæteris artificibus artes illæ reſtituerentur. Si aſtrologiæ libri omnes eſſent caſu aliquo ignis, quod Ægyptiæ bibliothecæ contigit, exuſti, quæro non quotuſquiſque, ſed quis aut cujas aſtrologus aſtrologiam excitaret? Cauſſam

veró

veró laboris in cæleſtem diſciplinam infiniti hypotheſes attulêre:commenti genus in cæteris artibus inſolens atque inauditum. Grammaticæ, Rhetoricæ, Logicæ, Arithmeticæ, Geometriæ, atq; omnino præter aſtrologiam, cujuſvis diſciplinæ principia ſunt experientiæ & obſervationes primæ in generalia & univerſalia documẽta à logicis artificibus collectæ & inductæ:quarum cauſſa nulla alia quæritur, ſed ipſæ pro cæterorum deinde fundamentis ponuntur. Aſtrologia veró jam inde ex Ariſtotelis ætate vel potius mente primis obſervationibus & experimentis non cõtenta, cauſſas illis principiis antiquiores exquiſivit, quæ curſus, recurſus, ſtationes, tarditates, velocitates efficeret. Hęc nempe hypotheſium eſt origo. Tum enim Eudoxus Gnidius primus hypotheſes revolventium orbium reperit, quas cum Callippo Ariſtoteles correxit & emendavit:neque ſphęras illas in cælo commentitias putavit, ſed naturales & veras judicavit: imó tanquam divina corpora coluit: hinc dii numero quinquaginta quinque duodecimo philoſophiæ libro conſecrati. Hanc tamen Ariſtotelis Theologiam Pythagorei non ita multo póſt valde ridiculam fecerunt, cum tot orbium concentricis diis profanatis & é cæleſti templo exturbatis epicyclos & eccentricos orbes induxerunt, nec poſtea tertio quoq; vel quarto ſeculo hypotheſes novandi modus fuit, ut ætate quoque noſtra Copernicus, aſtrologus non antiquis ſolum comparandus, ſed in aſtrologia prorſus admirandus, tota antiquitate hypotheſium rejecta, hypotheſes non illas quidem novas, ſed tamen admirabiles revocavit, quæ aſtrologiam non ex aſtrorum, ſed ex terrę motu demõſtrarent. Veruntamen Aſtrologi & veteres & novi centuriis tabularum ad hypotheſes compoſitis Aſtrologiam perinde oppreſſerũt. Enimverò ſatis conſtat é Proclo in Timæum Platonis, & é Græcis Ariſtotelis interpretibus Aſtrologiam veterem Babyloniorum, Ægyptiorum, Græcorum etiam ante Eudoxum ſine hypotheſibus fuiſſe, & ab ea cæleſtium corporum motus numeratos ac prædictas eclipſes eſſe, ut obiici non poſſit hypotheſes ideo neceſſitate ulla inventas aut retentas eſſe, quia ſine his cæleſtium motuum calculus haberi non poſſet, cúm tot ſecula habitus ſit:neque artificü cujuſquam logica hic prętexenda, cum hypotheſes contra logicas omnes conſtruendæ artis leges, ſint inventæ. Cõmentum igitur hypotheſium abſurdum eſt:ſed tamen commentum in Eudoxo, Ariſtotele, Callippo ſimplicius, qui veras hypotheſes arbitrati ſunt:imò tãquam deos ἀστρῶν, orbium ſunt venerati. At in poſteris fabula eſt longé abſurdiſſima, naturalium rerum veritatem per falſas cauſſas demonſtrare. Quapropter logica primúm, uti dixi, deinde mathematica Arithmeticæ & Geometriæ elementa ad ampliſſimæ artis puritatem & dignitatem conſtituendam adjumenti plurimúm conferent. Atque utinam Copernicus in iſtam Aſtrologiæ abſque hypotheſibus cõſtituendæ cogitationem potius incubuiſſet, longé enim facilius ei fuiſſet aſtrologiam aſtrorum ſuorum veritati reſpondentem deſcribere, quam gigantei cujuſdam laboris inſtar terram movere, ut ad terræ motum quietas ſtellas ſpecularemur. Quin potius é tot nobilibus Germaniæ ſcholis exoriare philoſophus idem & mathematicus aliquis, qui poſitam in medio ſempiternæ laudis palmam aſſequare. Ac ſi quis caducæ utilitatis fructus tantæ virtutis præmio proponi poſſit, regiam Lutetiæ profeſſionem præmium conformatæ abſ-

que hypotheſibus aſtrologiæ tibi ſpondebo: ſpóſionem hanc equidem libentiſſimé vel noſtræ profeſſionis ceſſione præſtabo. Quapropter, ut cœpi dicere, his arithmeticis & geometricis oculis cælum ſuſpiciendum nobis eſt: Veréque Pythagoras, veré Plato, veré Ariſtoteles mathemata phyſicis diſciplinis elementa præire voluerunt. Imo voluit Hippocrates, voluit Galenus: Etenim quid Theſſalo filio Hippocrates præcipit: nempe ut Arithmeticam & Geometriam non ſolum ad ſplẽdorem vitæ, ſed ad medicinæ uſum ſtudioſé perdiſcat: Arithmeticam quidem ad morborum intenſiones, remiſſiones, periodos, mutationes, judicia: Geometriam veró ad oſſium ſitum, ordinem, luxationem, repoſitionem, contritorum refectionem, cõpoſitionem, exemptionem, affectionem denique omnem atq; curationem. Quid Galenus? eadem quæ Hippocrates præcipit, & quidẽ Hippocratis exemplo. Athletæ (ait) plerique omnes in gymnicis ludis coronam expetunt: conſequẽdi tamen ſtudium nullum adhibent: Ita medici plerique Hippocratem mirifice extollunt: omnia tamen potius efficiunt, quàm ut Hippocratis ſimiles eſſe videantur: Hippocrates & Geometriam & Aſtronomiam ſummo ad medicinam adjumento cenſet eſſe: at ii invehuntur in earum artium ſtudioſos: tantum abeſt ut ſibi capeſſendas & cognoſcendas arbitrentur. O præſtantiſſime Galene, antea te, propter eximias ingenii dotes diligebam: nunc veró etiam amo coloque, qui anno ante ſeſquimilleſimo videaris P. Rami gratia adverſus medicos mathematum calumniatores tam nobilem ſententiam dixiſſe. Sed perge. In Politicis vel Ethicis quam neceſſaria mathematum ſit intelligentia, non ſolum Platonis & Ariſtotelis philoſophia ampliſſimé declarat, in qua bonarum actionum atque adminiſtrationum partes ratione, proportione, ſymmetria definiuntur. Et quidem Platonis politia mathematicum lectorem uſqueadeo requirit, ut Philippus Mendæus, ut Theon etiam ſive Alexandrinus, ſive Smyrnæus, ut quidam arbitrantur, libro ad eam rem ſeparato mathematicos Platonicæ philoſophiæ locos interpretandos ſibi propoſuerint. Ariſtotelis autem de principe virtutum juſtitia in Ethicis liber mathematicus omnino eſt. Sed miſſam facio veterem illam philoſophiam: ad noſtram potius convertor. Romanæ leges quot locis ac partibus numerorum ſubtilitates, lineàmentorum γραμμικαὶ ἀποδείξεις requirunt? Extant Buteonis eruditi mathematici lucubrationes de fluviaticis inſulis, de dividendo fructu arboris in confinio, & pleraque ejuſmodi, quibus aperté & perſpicué hæc utilitas mathematica, imó neceſſitas ad jus civile intelligendum demonſtratur. Neque veró ad agendum & exequendum dico, id enim erit poſtea, ſed ad intelligendum & cognoſcendum, quæ legibus ipſis ſanciuntur. Theologia paganorum mathematicis velamentis tota involuta eſt: Chriſtianam theologiam potius intueor & conſidero, in qua Deus creat omnia in numero, menſura, pondere: id eſt, ad regulam arithmeticam, geometricam, iſorrhopicam. Impiæ opiniones ex arca Noei exortæ ſunt propter ignorationem Geometriæ: Itaque Buteo locum illum erudite expedivit. Itaque ad doctrinam Chriſtianam recté & ex ordine percipiendam, Auguſtinus ſummus doctor non modó literas latinas, græcas, hebraicas, ſed artes uno nomine omnes ingenuas, neceſſarias profitetur, & libris quatuor in hoc argumento conſumptis ad eas cohortatur.

Enimveró, ſi quis deliacum illud duplicandi cubi oraculum verum fuiſſe arbitretur, Deos gentium credat etiam mathematicæ gloriæ cupidos fuiſſe, Deoſque hominibus mathematicos videri voluiſſe. At jam potius attendat & animadvertat quæ verus, verus, inquam Deus ad Iobum hominem divinum voce divina ac cœleſti profatur, Ubi eras (ait) cum fundarem terram? indica ſi noſti intelligentiam. Quis poſuit menſuras ejus ſi ſcias? aut quis extendit ſuper eam, regulam? Super quid baſes ejus defixæ ſunt? aut quis projecit lapidem anguli ejus? cum proclamarent ſimul ſtellæ matutinæ & jubilarent omnes filii Dei? & quis obtexit valuis mare? cúm erumperet ipſum, cum é matrice egrederetur? cum ponerem molem veſtimentum ejus & nebulam faciem ejus? Et fregi ſuper illud, decretum meum, & poſui vectem & valvas: & dixi, hucuſque venies neque ultra tranſgredieris, & hic pones elationem fluctuum tuorum. An à diebus tuis præcepiſti mane, indicaſti auroræ locum ſuum ut apprehenderet alas terræ? Deinde ibidem, Conſideraſti uſque ad latitudinem terræ? indica, ſi noſti, eam totam. Quænam via ſit, in qua habitet lux & tenebræ, quiſnam locus earum? ut accipias illud ad limitem ſuum, & ut intelligas ſemitas domus ejus? Item ibidem, Quæ via qua dividatur lux: diſpergat Eurum ſuper terram. Item num ligabis delitias plejadum? aut attractiones Orionis ſolues? Num educes arcturum tempore ſuo & bootem cum filiis ſuis adduces eos? An noſti ſtatuta cælorum? An pones dominium ejus in terra? hæc inquam, mathematica non mortalis hominis problemata, ſed æterni atque omnipotentis Dei oracula ſuſpiciat & admiretur, qui cacodæmonem Apollinem mathematicú prius ſuſpiciebat atque admirabatur. Suſpiciat, inquam, & admiretur ex ore præpotentis Dei oracula geometrica de fabrica mundi terræque baſibus & ſitu, de valvis & vectibus vinculiſque maris & terræ. Oracula optica de loco lucis & tenebrarum, oracula aſtrologica de plejadibus, Orione, arcturo, boote, de cœli imperio in terras ac dominatu: oracula geographica de terræ menſura & latitudine. hæc, inquam, oracula mathematica vel theologus quamlibet judicio ſuo præſtans, meditetur: Et ſi forte mathematicis luminibus orbatus erit, ut ſunt omnes Bonifacii mathematum non ignari modó, ſed oſores, in mathematicorum ſcholam lumen accenſum veniat, ut gloriam Deo clariorem & puriorem tribuat, attentiuſque auſcultet quæ quotidie laudes in templis Deo concinantur. Cœli enarrant gloriam Dei. Stellas a ſtellis claritate differre: totam denique in [illegible] civitatis mathematicam meditetur, quæ abſque mathematicis oculis perſpicue cerni non poſſunt: tumque deſinet quiſquis theologus hic futurus ſit, mathematicas ut inutiles, vel etiam ut impias calumniari, Platoniſque ἀκρόαμα verum judicabit, τὸν θεὸν μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν, quia numero, ratione, menſura [illegible] univerſitatem & conſtituit & gubernat, ut Plutarchus in octavo [illegible] interpretatur. Quamobrem Pythagoras, Plato, Ariſtoteles ſcholarum [illegible] philoſophiam recte atque ex ordine inſtituram [illegible] & attendis [illegible] probabunt, jureque optimo mathemata p[illegible] ac [illegible] præponenda [illegible], & a philoſophiæ cathedris [illegible] ſe perſuadebunt. Plat[illegible] ἀκρόαμα illud [illegible]um obtinebit, d[illegible] a [illegible]

ticæ & Geometriæ lumina plusquam decem oculorum millia conferre ad res phyſicas & politicas contemplandum, ad res innumerabiles conſiderandum. Quid plura? Venienti in Academiam Ariſtippo occlamitabit μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Adhuc prima pars inſtitutæ quæſtionis fuit, quód mathematica valeat ad reliquas artes phyſicas & politicas intelligendum & perdiſcendum: quam ut libet Ariſtippus acceperit, ſecundam partem [illegible] gravius & ægrius feret. Itaque contra ſecundam utilitatem mathematum objectio [illegible] promptior eſt, mathemata ad [illegible] nil conferre: imo mathematum nullum finem eſſe. Auſus etiam [illegible] quod [illegible] eſt, quod indoctus adverſus doctrinam non audeat [illegible] eſt, pal[illegible] in [illegible] te Academia Pariſienſi dicere mathematicarum artium nullum [illegible] eſſe, neque popularem ullam utilitatem hinc expectandam eſſe: imo [illegible] etiam calumniam tam inſanam atque amentem publicare. Quapropter talis temeritas eſt obſ[illegible]dum: & tamen maledictum in mathematicas artes jam olim etiam jactatum. Etenim videtur utilior ſingularis experientia, tractatioque & actio rerum, quam generalis demonſtratio & univerſalis contemplatio. Itaq; logiſtica arithmeticæ: geodæſia geometriæ: nautica aſtrologiæ præſtare exiſtimantur. Neque enim dives quiſquam efficitur contemplatione divitiarum, ſed uſu: neque beatus [illegible]tione beatitudinis, ſed fructu. Hæc igitur Ariſtippo atque Ariſtippum ſequenti Epicuro calumniæ ſuæ ſpecies fuerit. [illegible] ut nonnihil valeat ad ingenium acuendum, ad agendum nihil prodeſt. At [illegible] hæc vulgaris opinio, quod mathematicæ nullam utilitatem ferant, apud Quintilianum lib. 1. cap. 10. proponitur nomine Geometriæ, qua numeros & formas comprehendit. In Geometria [illegible] partem fatentur eſſe utilem [illegible] ætatibus: Agitari namque animos atque acui ingenia, & celeritatem percipiendi venire inde concedunt: ſed prodeſſe eam non ut cæteras artes, cum perceptæ ſint, ſed cum diſcatur, exiſtimant. Hæc Quintilianus cum Ariſtippo cumque Epicuro, [illegible] dicitur, cum Platone illo ante jam a nobis objurgato conſentit. Sic enim Platonem mathematicis contemplationibus [illegible], ut uſum vulgarem & popularem [illegible]neret, Archytamque & Eudoxum [illegible] atque [illegible] mathematico [illegible]maculari & [illegible] crederet. Tamen Platonis & hujus Ariſtippi [illegible] ferentia eſt. Plato [illegible] mathematum [illegible] potiores, a[illegible]vinum eſſe intelligebat: ſed [illegible] imperitis opificibus [illegible] at Ariſtippus nullum omnino mathematum uſum eſſe calumniatur. Ariſtippi [illegible] mathematica [illegible] eſt Platonicæ illius zelotypiæ. Mathematicarum [illegible] mathematum [illegible], qui contemplationem & demonſtrationum [illegible] cepit, [illegible] omnem incre[illegible] [illegible] in phantaſiis & ab omni ſenſu [illegible]. Et velut, ut antea dixi, in Democrito [illegible] in[illegible] reconditum. Hinc Pythagoreorum in Proclo ſymbolum σχῆμα καὶ βᾶμα, ἀλλ᾽ οὐ σχῆμα καὶ τριώβολον, figura & gradus, non autem figura & triobolum [illegible] Geometriæ quodlibet theorema ad Platonis μεταστροφὴν referendum ſit, [illegible] ullum popularē uſum. Sic Pythagorei muſicæ rationes tantum metiebantur, [illegible] auditus.

auditus ſenſu atque judicio: in eoque a Ptolemæo reprehenduntur. Matheſis igitur iſtorum mathematicorum judicio referenda ad res phyſicas & politicas intelligendum & judicandum: ab actione autem & machinatione prorſus amovenda: Denique matheſis terra parens quædam eſt, quæ largiatur hominibus ſua ſponte munera plurima metallorum & frugum: auro tamen contemplationum ſuarum mathematici tantum delectantur, vilia popularis uſus legumina deſpiciunt: Pythæ nobis videlicet erunt. Pythes enim (ut eſt apud Polyænum libro octavo) aureis fodinis inventis totam Pythopolim auro inquirendo, fodiendo, purgando, cæteris operibus intermiſſis penitus occupabat: quo tempore ceſſabat agricultura, & reliqua ad vitæ cultum neceſſaria opificia. Quod cúm grave civibus eſſet, mulieres uxorem Pythæ adierunt, oraruntque ut apud virum ea de re ageret. Quas cùm bono animo [illegible] juſſiſſet, metallicis imperavit, ut cibos, piſces, bellaria, opſonia omnia ex auro facerent. Pythes peregré domum reverſus cœnam petit: uxor auream ei menſam apponit, in qua nihil edulii inerat, ſed omnia facta ex auro eduliis ſimillimo. Pythes [illegible] artis imitatione postulabat, quod eſſet illa ſ[illegible]nde alia atq; alia ejuſdem generis offert. Itaque indignanti marito & famelicum ſe dicenti reſpondet. At tu agriculturam & [illegible] mechanica [illegible] ſuſtulisti, aurumq; dentaxat fodere juſſiſti: quod hominibus inutile ſit futurum, niſi plantæ & [illegible] & reliqui terræ fructus excolantur. Hac igitur uxoris prudentia Pythes ſtultitia ſuam edoctus agriculturam & opificia reliqua permiſit. Parabolam ſubtilius non interpreter, ſuæ cenſuimus hac de re antea Platoni, & ambitionem pontificum, theologorum, philoſophorum communem propoſuimus: Et res eſt ante oculos, artium omnino liberalium omnium contemplationes quidem ipſas ingenuas vereq; aureas eſſe, ſed uſus tantum neceſſarios: eorumq; gratia contemplationes iſtas inventas eſſe. Itaque ſpero mathematicos noſtros aureis demonſtrationum ſuarum contemplationibus tantopere delectatos Pythen ſecuturos eſſe, uſumque mathematum permiſſuros. At Ariſtippus hic reſiſtit, & matheſin ad agendum prorſus inutilem eſſe contendit. Verumenimvero iſta mihi placet objectio, & eo me ducit quó ſponte properabam. Flavius faſtos populo exhibuit & cornicum oculos confixit, [illegible] que [illegible] eſt conſecutus: hanc igitur gratiam vobis proponimus. & [illegible] tantó pleniorem, quantó majus in medium prolati Geometrici uſus beneficium ſ[illegible]. Statui mathematicam non ſolum ad philoſophandum in phyſica & politica, ſed ad agendum, & quidvis domi militiæque fabricandú pertinere. Qu[illegible] quod in Pariſienſi foro hac de cauſſa attigimus, in orbis terrarum theatro [illegible] es omnium gentium præſides judiceſque, alacrius eſt agendum, contendendum, perorandum. Itaque arithmeticas actiones & geometricas illic expoſitas [illegible] ac ſeparemus [illegible] & copioſius exponamus: & [illegible] pi[illegible] [illegible]ndam[illegible]. Mittamus Romanæ juventutis inſtitutionem illam in numeris [illegible] apud Horatium,

Romani pueri longis rationibus aſſem
[illegible] in partes centum di[illegible]cere. Dicat
[illegible] Albini, ſi de quincunce remota eſt

Uncia, quid ſupereſt? poteras dixiſſe, triens. ô
Rem poteras ſervare tuam: Redit uncia, quid fit?
Semis.——

Romam, inquam & antiquitatem omnem miſſam faciamus, & pro urbibus omnibus Lutetiam unam urbium omnium longè maximam & opulentiſſimam urbem circumſpiciamus, & mathematicæ utilitatis teſtem producamus. Dionyſiaca via eſt urbis illa regalis ditiſſimis mercatoribus frequentiſſima. Hoc hominum genus non modo cum provinciis ampliſſimi regni omnibus, ſed cum mercatoribus Italis, Hiſpanis, Germanis, Flandris, Britannis quotidiana commercia exercet, varietate magna prorſus & diſſimilitudine numiſmatum, ponderum, menſurarũ. Interroga igitur quanam arte freti difficultates iſtas explicent: reperies Arithmeticæ primas & ſummas ſubtilitates in commutationibus & comparationibus illis adhiberi & exerceri, mercaturamque totam Arithmeticam eſſe, quo in genere trapezitarum nummatio, gazaque penitus occupatur. Progredere vero a regali illa via Palatium verſus, occurret pons aurificum non tam tignis & trabibus ſolidus, quam auri atque argenti pondere gravis: Interroga alterum hoc divitum hominum genus, qua ſcientia aurum cum argento, utrumque cum ære metallove alio miſceant ac temperent, atque iam miſtum ac temperatum explorent ac ſeparent: Archimedis diſcipulos in coronis aureis eſſe dices: ſic alligationis proportio ab illis ſubtiliter & acute [illegible]. Jam propius in ipſam Palatii arcem aſcendito, & honoratum illud [illegible]que regiarum rationum collegium conſiderato, [illegible] abacos & calculos introſpicito, nil niſi Arithmeticam quandam in toto illo ſplendore, nil niſi Arithmeticos magiſtros recognoſces. Verum ſi in regis ærarium penitus introieris, in eoque diviſores, quæſtores, judices attente animadverteris, in conſtituendis per provincias æqua ratione vectigalibus, in colligendis & comparandis, in æſtimandis generibus rationum omnium & dijudicandis, mirabere Arithmeticæ [illegible] tantas utilitates & commoditates in hominum vita comprehendi. Quid [illegible] amplius? Ingredere in illud inauratum ſupremæ curiæ templum, regali quadam majeſtate ſuſpiciendũ & admirandum. Hic orator, dicet Quintilianus, indoctus judicatur non ſi tantum circa ſummas trepidat, ſed ſaltem ſi incerto & indecoro digitorum geſtu a computatione diſſentit. Oratorem mitto: communem judici cum oratore cauſſam potius diſputabo. Quid in iſto [illegible] judex ſine proportione, modò arithmetica numeri, modo geometrica dignitatis efficiet? hoc enim examine lanx utraque juſtitiæ in æquamento & librramento partium tanquam radiorum æqualium & æquitate juris æquiponderantium conſiſtit. Quid in controverſiis herciſcundæ familiæ, dividendi [illegible], damni, conſimiliumque litium, ubi partes ſæpè toto dividuo ſunt majores? Quid, inquam, in hiſce judiciis, judex ſine aurea compoſitæ proportionis regula judicet? Si enim verborum ſcripturam potiùs quam ſententiam [illegible] aliquam ſequatur, [illegible] [illegible], quod putabit, jure [illegible] injuriam [illegible]? Ergo in ſummo [illegible] arithmetica vel [illegible] extremi juri [illegible] æqui bonique arbitria: Quorſum [illegible] in una urbe Arithmeticæ utilitates [illegible] timus,

timus, tot in omnibus urbibus, in omnibus hominum ſocietatibus veriſſimum [illegible] intelligere. Neque vero pacatis & civilibus negotiis expediendis arithmetica finem uſumque ſuum duntaxat oſtendet, ſed in gerendis bellis magnam ſibi partem aſſumet. Platonem igitur hic attendamus quamvis utilitatis hujus argumento aliâs infenſum: ſed Platonem quidē jam popularem plané factum complectamur; deque Platone idem quod de Ariſtotele ſæpe alias ſentiamus, in utriuſque philoſophi libris varias de variis rebus ac diſcrepantes ſententias deprehendi: neque Platonem ſemper Platonem, neque Ariſtotelem ſemper Ariſtotelem eſſe. Plato igitur verus, & Platonico ſpiritu animatus audiatur. Quid igitur Plato, quamobrem bellicis rebus Arithmeticam utilem arbitratur? ad inſtruendas, inquit, & ordinandas acies. Enimvero inſtruere aciem ſimplicem, duplicem, triplicem, quadruplicem, huic hoſtium, vel illi numero opponere arithmetica militia eſt. Itaque, ait idem Plato, perridiculum ducem Agamemnonem Palamedes in tragœdiis effecit, cúm & numerum a ſe inventum & acies ordinatas, naveſque & reliqua omnia ad Trojam numerata eſſe gloriatur, tanquam Agamemnon numeri ignarus, ignoraret etiam quot pedes haberet. Sic Ælianus numerum 16384. pariter parem militiæ gratia excogitatum eſſe dicit ad commode mutandas acies. Sed ratio & proportio in bellicis rebus mirificas vires habet. Polybii libro nono quæſtio eſt, matheſin imperatori imprimis eſſe neceſſariam. Scalas rex Philippus ad Meliteorum urbem capiendam non ſatis longas attulit, turpi clade affectus diſceſſit. Itaque ſymmetria ſcalarum ab hiſtorico curioſius explicatur, ut ſint ad murum, ut 12 ad 10: latitudo autem ad altitudinem dimidia. ἀσυμμετρία illa etiam noſtris Gallis ad Mediolanum perinde nocuit, ne quis ignorationem Geometriæ non multis calamitoſam arbitretur. Sed ratio ordinis in prælus victoriam e proportione imprimis machinatur, ut ex intervallis ordinum, aut ſubſidia mittantur, aut defeſſis receptus concedatur. Sic triplex Romana acies ad Geometricam intervallorum proportionem inſtructa Gallicæ phalangi ad arithmeticam proportionem inſtructæ præſtabat, quia miles idem tertio illic præliari poterat, qui hic ſemel fractus nunquam recreari poſſit. Itaque Romanus exercitus idem partibus omnibus, eodemque revocato undique robore præliari poterat: prima acie quaſi capite, ut cornibus tauri atque apri dentibus, media tanquam pectore, ut vultures, extrema velut unguibus & calce, ut leones & equi. Denique ſi haſtatus prima acie victus eſſet, receptus inter principes & triarios poterat acie ſecunda, tertiaque iterum atque iterum decertare. Quid vis amplius? arithmetica pacis tempore negotiatur, vendit, emit, aurum argentumque appendit & fabricatur, rationes ærarii expendit, & diſpenſat, oratores, & judices inſtruit. At eadem etiam militiæ ac prælio [illegible], & pacis bellique temporibus adjumenta mirifica ſuppeditat. Quæ [illegible] ut[illegible] tot tantiſque pace belloque utilitatibus æſtimanda eſt, quod & quanti [illegible]ticæ utilitates æſtimabimus. Eat igitur jam Ariſtippus noſter, & arithmeticam, ut inutilem calumnietur, & mathematum uſum in finem neget [illegible] ullum [illegible] in arithmetica bene numerandi finem tam multiplici fructu [illegible] cumulatum videat. Sed geometriæ propria [illegible]tas

requireretur. Hæc enim matheſis præcipuo inutilitatis crimine accuſatur. Arithmeticæ utilitates ſunt eximiæ: at humanas dices, ſi ad geometriam reſpexeris. Geometricas vero primis hominibus divinas non humanas viſas eſſe judicabis, indeq; primos earum authores conſecratos eſſe. Agedum Ariſtippe cõtemptor & calumniator geometriæ, attende uſum doctrinæ iſtius admirabilem, & quidẽ ab illo eodem mathematum nobili præcone, qui affirmat Deum μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν. Etenim cũ Deus [illegible] æternæ ſpatia definire ſtatuerit, geometria imprimis uſus eſt, quę longitudinũ, latitudinũ, profundorũ ſpatia terminaret, omniumq; ſymmetriã, rationem, proportionem, ſimilitudinem diſcerneret, quæ autem levitate ſurſum tolleret, aquam terramque pondere deprimeret, quæ denique cæleſtes globos ita tornaret, ut ad converſionis motum nihil rotundius effingi, nihil aptius [illegible] poſſet. Itaq; mundi architectus [illegible] in fabricando machinandoque univerſitatis [illegible] geometriam imprimis adhibuit, neq; Plato quicquam magnificentius loquutus eſt, quam cum dixit Deum μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν. At iſta pro tuo ingenio [illegible] narrabat mihi nuper auditus quidam philoſophus, & in mathematicis [illegible] Ariſtippi vel Epicuri valde diſcipulus. Verum Ariſtippe, Plutarchus, P[illegible] illud [illegible] ſic interpretatur. Et ſi Plutarchi ingenium hic etiam aſpernaris, Ariſtippe, quoniam Ariſtoteleus haberi vis, in iſta philoſophia tam magnifico ingenium admirare. Finem geometriæ negas ullum eſſe, ullumve uſum popularem. Atqui geometriæ finis eſt bene metiri, ut grammaticæ loqui, & finis ille non tantum ſuperiora illa myſteria complectitur, ſed per univerſam geodæſiam [illegible] & mechanicam latiſſimos fines habet. Geometria, inquis, nullum finem habet nullumque uſum popularem. Certé ne tibi perpetuo adverſari videar, concedo geometriæ nullum finem nullumque prorſus uſum eſſe, ſed tibi tuiſque ſimilibus. At Deum immortalem, primum [illegible] geometricæ exercitationis & actionis campum, id eſt geodæſiam ingrediamur: quas hic utilitatum divitias, & quidem uno radii inſtrumento reperiemus!

—— Ecquis fuit alter

De[illegible] eſt radio totum qui gentibus orbem?

Radius lineæ [illegible] lineæ longitudinem latitudinem, altitudinem [illegible] ſtatione [illegible] modo duplici metietur. Atque hac arte dimetiendi [illegible] per lineas rectas [illegible] triangulorum ẽ dim[illegible] datitriangul[illegible] Triangula, ſeu quadrangula, ſeu multangula [illegible] triangulis. R[illegible] endis triangulorum areis, [illegible] & areæ [illegible] la[illegible] dis diametris [illegible] n, ſectionum metietur. Ra[illegible] [illegible] dine dim[illegible] plan[illegible] [illegible] tertiam nempe [illegible] metietur? C[illegible] [illegible] ſimi[illegible] deque ſphæram & ſphærica [illegible] Quid [illegible] G[illegible] non ædific[illegible] modo qua[illegible] [illegible]

——ca[illegible]ne meatus

Deſcribent radio, & ſurg[illegible]ia ſider. dicent.

His igitur geodæticis Geometriæ emolumentis jam Ariſtippum [illegible]em [illegible] & inde etiam mendacii Ariſtoteles convincet, & em[illegible]is quidem [illegible]ntis, ut Polybius, ut Quintilianus, ut Vegetius ſcripta ſua [illegible] ex[illegible], ſi quod de iis interpretari queant. Geodæniæ theorema eſt, [illegible] qu[illegible] p[illegible] netri non æquat plana vel ſolida: neq; ἰσοπεριμετρα pr[illegible]tinus ſunt [illegible]: quod Proclus in triangulis docet ad 4. & 37 p. 1. Polybius igitur diſputans de geometriæ emolumentis, Megalopolis ait, ambitu fuit quinquaginta ſtadiorū, Lacedæmon quadraginta [illegible] & tamen Lacedæmon duplo major Megalopoli. Hoc inquit, ignaris mathematicis [illegible] di[illegible] videtur. Quid ſi, ut, dixi, fieri poſſe, ut civitas ambitu quadraginta & [illegible] ſtadiorum ſit dupla civitatis centum ſtadiorum ambitu: planum atque [illegible] videtur. Attamen [illegible]umq; verū & geometrica neceſſitate demonſtratum: [illegible]q; contrahatur magnitudines vel locorum vel exercituum ex ambitu metiri. Collibus & vallibus diſtra[illegible]i an[illegible]ctus videntur majorem civitatem efficere. At [illegible]us eſt.. Edificia enim recta ſublime [illegible]ntur. Itaq; ſi æqu[illegible] fingantur, [illegible] & parallela multi[illegible] plano atq; clivo conſtructorum deprehendetur. Hæc Polybius, à quo deinde Quintilianus ornamentum hoc g[illegible] mut[illegible]ur. De terminis, ait, menſuraq; rerum ſunt lites & ψευδογραφιαι, quæ geometrica ſcientia deprehenduntur, qualis eſt illa, Extremis lineis eandem menſuram colligentia eſſe æqualia, quomodo decepti hiſtorici, qui magnitudines [illegible] navigationis ambitu crediderūt. At ut quæq; forma perfectior, ita capacior ut orbis quadrato, quadratū triangulo. Ph[illegible]pus t[illegible]piter denſus in [illegible]alis ut antea [illegible] Vegetius altitudinis menſura ex [illegible] docuit. Id geodæticū ex [illegible] b. eſt, quibus poſitis planu factū eſſe arbitror, quot & quāta cōmoda geometria geodætica hominibus adferat, & quidā vulgari tantùm per unicū radium menſura. Subtilior enim eſt illa menſura triangulorū ſeu planorū, ſeu ſphæricorū per rectarū ſubtenſarum ut Ptolemæus, vel ſinuum ut recentiores docent, canones & tabulas. Atq; hic geodæticus geometriæ uſus latiſſime per cœlum terraſq; diffuſus eſt. Ho[illegible]us [illegible] cœli cardines deſcripſit, ſideribuſq; [illegible] & vagis [illegible] ſedes notavit. Europam, Africam, Aſiam, Americam climatis d[illegible] ad cœli ſpeciem [illegible]vit, [illegible]emq; illum hipparchi[illegible]um vel diis immortalibus, judice [illegible], im[illegible] t.u[illegible]q;, ſi verus ille judex eſſet, Deos immortales mortalis homo ſuperavit. Q[illegible]um Ariſtippus iſtas Geometriæ utilitates tam populares eſſe di[illegible], c[illegible]oveatur animo, mendaciis confidere, regiis profeſſionibus inſidiari, [illegible] t[illegible] nobilis diſciplinæ machinari dignat. Sed enim campus alter exercendæ Geometriæ in mechanicis & organicis quanta m ubertatem copiarū & fœcunditatem pa[illegible]ultates autē mechanicæ geometriæ, quinq; infinita vi à P[illegible] & Tz[illegible] pr[illegible]untur, cuneus, polypaſton, vectis, cochlea, axis in peritrochio, [illegible] un[illegible] figuris circulum [illegible]m, ut antea, p[illegible] unde [illegible] A[illegible] [illegible]tele impudentiæ & ignorantiæ verum depre[illegible]. Q[illegible] [illegible]er ar[illegible] Ariſtippus, & mechanicū iſtum geometriæ tam celebrē [illegible]q; po-

pularem uſum percipe. Reminiſcere igitur rotundum factum eſſe mobilium omnium mobiliſſimum, & quidem mobilitatis ſpecie magis admirabili quam explicabili & perceptibili. Mobiliſſimum (inquam) eſt omnium mobilium: imó veró omnium moventium potius organum moventiſſimum, tantoque moventius quanto majus. Quamobrem? quia radii quanto majores, tanto velociores. Hinc rotæ curruum, hinc trochleæ rechamorum majores ſunt agiliores celeriuſque movent. Itaque multiplicatis trochleis facultas movendi prorſus eſt incredibilis: ſic aliis aliæ copulatæ connexæque majores ſuperioreſque minoribus & inferioribus auxiliantur. Illæ nimirum in Archimede, Proclo, Priſco antea manus multiplicatæ fuerunt: hinc multæ dæmonum vel potius improborum hominum mechanica abutentium præſtigiæ, ut ſtatuæ in templis ſua ſponte moveantur, ut oracula edant, ut clamores faciant, quæ in templo Syriæ deæ Lucianus ſcribit accidiſſe: & tamen Cteſibii engibata ac merulæ miracula tam ingenioſe edidiſſent. Ergo quod bigis quadrigiſque commeatus, merces, onera ſeu pondera quælibet vehantur, exportentur é finibus noſtris ad finitimos populos, vel ex illis contrá ad nos importentur, quod aratrum agris circumagatur, quod extollantur altius gravia repugnantibus naturæ legibus, rotundæ figuræ geometricum beneficium eſt. Quare rotunda machina eſt moventiſſima, & quidem tanto moventior, quanto non ſolum major, ſed levior & latior. Agedum, rotunda quæcunque ſint, facillimé moventur moventque: adeoque ſingulare eſt, ubi rotunditas nulla expreſſa cernitur, ibi tamen é centro radioque rotunditatis effectus exiſtere. Itaque funda quam manus longius jaculatur, ligna inter medio genu longiora vel terræ infixa pedeque terram propius preſſa, vel ab extremo elata curvantur difficiliusque geſtantur, quin a medio humeris impoſita tanto ſunt graviora, quanto longiora. Radii nempe longiores, ideoque mobiliores. Quapropter iſtas rotundæ figuræ copias & facultates, licet humidæ oculis, tamen viſibiles efficiamus. Duplicem metamorphoſin pro ſingulari quadam geometriæ intelligentia & peritia hic Ariſtoteles invenit. Libra & vectis virtute & facultate circuli ſunt, quamvis in iis circuli peripheria nulla videatur. Libræ jugum ſeu ſcapus & librile diameter eſt, ſpartum, centrum, unde brachia jugi paribus intervallis, velut in peripheriam radii expanduntur. Agina qua ſuſpendi [illegible] ternus eſt, intra quam perpendiculare jugo examen libramenti vel æquamenti & æquilibrii judicium facit: Eſtque tum jugum ipſum terreſtris horizontis plano parallelum. Quapropter libræ majores ſunt accuratiores, quia radiis majoribus velocius indicant diſcrimina ponderum. Appenſæ ſupera ſcapi parte, ſi lancem alteram depreſſeris, redeunt ad æquamentum, quia ſupra ſtabile examen, pars librilis amplior erecta eſt. Appenſæ infera ſcapi parte non redeunt, quia infra fixum examen pars librilis amplior eſt. At ſi medio in jugo veroque libris centro appenſa libra ſit, æquipondiæ lances quocunque diſpellantur, perpetuo tamen redeunt. Gravia enim æquamenti ſedem nacta graviſſima ſunt, quæ tum deinceps quemlibet aſſecuta, tanto leviora fiunt, quanto longius ab æquilibrio ſemota ſint. Iſta videlicet libra ſummus ille Deus univerſum mundum libravit, qua conſiſterent in medio mundi æquamento gravia, indeque diſpulſa un-

dique

dique rediret ad idem medium, & quidem tanto velocius, quanto propius accederét, quod geometricé ſuo tempore demonſtrabitur: Eſt enim Jordani hac de re luculenta demonſtratio. Libra igitur rotundæ figuræ anima quædam eſt ipſa oculis ſubjecta, quamvis ejus corpus nuſquam appareat, quod in ſtatera multó magis ſit admirandum, ubi non jam dico nullus circulus, ſed lanx unica ſit, atq; interdũ lanx omnino nulla: unico tamen unco & æquipondio jus & æquitas in ea ponderatur, & ubi libræ ſpecies nulla ſit, pro infinitis per totum jugum ſpatiis æquipondio vagante innumerabiles libræ reperiuntur. Quamobrem mechanica rotundi anima potius, quám figura hanc in hominũ genus beneficentiam exercet: beneficentiam, inquam, tantam primis hominib. viſam, ut Aſtrea libræ videlicet inventrix pro dea juſtitiæ culta ſit, & in cæleſte ſignum relata, æqualiter tempora diei noctiſq; diſtribuat, unde Poeta,

Libra diêi ſomnique pares ubi fecerit horas,
Et medium luci atque umbris jam devidet orbem.

Quare hodieq; imperatorum, regum, civitatum, tribunalia & fora, non græcas romanaſve legiſlatorum tabulas, ſed libram definienda & demonſtranda populis juſtitia in Aſtreæ manu conſtituunt. Quapropter metamorphoſis é rotundo in libram prima ejuſmodi fuit primis hominibus, ut inde geometricum numen coleretur. Verúm heus Ariſtippe, dormis fortaſſe, neq; ſatis ea, quæ cõtra calumniá tuam dicũtur, animadvertis. Rotundi anima alteram ſibi machinam multo ſubtiliorem machinata eſt. Ecquamnam, inquies. Vectem, inquit Ariſtoteles, μόχλος καὶ μοχλίον Græcis dicitur. Palus eſt acuta cuſpide: Hic circuli nulla peripheria, nullũ centrum apparet, diameter eſt tamen, terminiq; duo pondera ſunt, alterum lingua, alterum caput. Ad locum autem ponderi propiorẽ preſſio ſeu fulcimentum lapidis aut durioris cujuſlibet materiæ, id eſt hypomochlium, ſubjicitur. Ergo mochliũ ſubjecto hypomochlio pondus levabit unius hominis viribus, quod multarũ manuum conjuncta multitudo levare nequeat. Itaque in altis ædificiorũ ſubſtructionibus unus vectis pro multis fabrorũ manibus ſupereſt, modoq; pondera lapidum, trabiumq; fabris & architectis ſublevat, modó eiſdẽ collopis forma ſuculas verſat, modó tollenonis ſpecie aquas é puteis olitoribus exhaurit, modó phalangæ forma bajulis & phalangariis proportionalia radiis pondera partitur, modó jugi nomine in aratro bobus æquum arationis laborem diſpenſat. Vectis igitur hominum generi cõmoditates maximas & ampliſſimas machinatur, ſed vectis plerumque inverſus eſt, terraque vel aqua eſt pro levando onere, mobilis ponderis angulus pro hypomochlio & preſſione, qualis plerumq; vectis eſt, in aquis præſertim, in quib. non jam ſuſtollit onera, ſed rotarum inſtar currum vehit. Hinc enim tranſmiſſio fluminum atque æquorum, hinc toto mundo mare perambulatum. Quare remus agit atque impellit navigium? quia vectis eſt: ſcalmus eſt, hypomochlium: mare, mobile pondus: remex eſt vectiarius. Gubernaculum exiguum in extrema puppi collocatum ingentes triremium moles inflectit, & quidem ſedentis gubernatoris, & tanquam nihil agẽtis manu, quia gubernaculũ eſt vectis & radix gubernaculi eſt hypomochlium. In extremo autem gubernaculum collocatur, quo facilius obliquet navim, indeq;

motus ad proram facilius perveniat. Modica enim motio in puppi facta, ad proram latius extenditur. Æqualium ſiquidem angulorum major cruribus, major eſt baſi. Age veró ad mathematicam Ariſtotelis philoſophiam propugnandum, Ariſtotelis arma copioſius expediantur. Quæ vis igitur imperare ventis, velut equis potuit, ut navigia tanquam plauſtra veherent, idq; faceret modó vehementiús, modó remiſſius? Vectiarium, inquiet mechanicus Ariſtoteles, imperium iſtud fuit. Malus enim mochlium eſt: edolium vero calxve mali, hypomochlium: Itaq; quanto altioribus antennis ad ſumma carcheſia velum ſuſpenſum fuerit, tanto vectis aurigatio velocior erit ac vehementior. Hinc etiam in ſpiritus non imperium, ſed tyrannis quædam inventa eſt, ut invitis ac repugnantibus ventis tamen Geometria abuteretur, velis nempe á puppi remiſſis obliqué modicéque ad proram obliquatis remigum inhibitione contraria: Et ſic nimirum Palinurus Maronis machinatur,

Colligere arma jubet, validiſque incumbere remis,
Obliquatque ſinus in ventum. ——

Magna igitur exiguæ machinulæ opera ſunt, ſed quia quotidiana ſunt & ordinaria, mirabilia videri non ſolent. At primos θαυμάτων iſtorum authores credibile eſt, ſeculis ſuis admirabiles fuiſſe. Hinc Dædali & Icari fabula: hinc Neptunus etiam Deus maris effectus: & certé Poetę mechanicam, opinor, veritatem ſecuti, Neptuno tridentem tanquam mochlium attribuerunt, ipſumque μοχλευτὴν, id eſt vectiarium nominarunt, & ſic apud noſtrum eundem Poetam iſta machina Trojanæ naves ſcopulis illiſæ ſublevantur.

Cymothoe ſimul & Triton adnixus acuto
Detrudunt naves ſcopulo: levat ipſe tridenti.
Et vaſtas aperit Syrtes, ac temperat æquor.

Quapropter ut libra Aſtreæ, ſic vectis Neptuno conſecratus eſt. Libra ſuum numen ſuamque deam ſibi reperit, vectis etiam ſuum ſibi numen, ſuum deum reperit: Neptunus Græcis Poetis eſt μοχλευτὴς tanquam concuſſor & machinator, quia terram mareque moveat & concutiat. Quod veré quidem dicitur, ſed ea vis parum animadvertitur, unde machina nempe Neptunii tridentis vectis eſt, & Neptunus ipſe mochleutes vectiarius eſt, vectiſque machinatio veré terræ mariſque commotio concuſſioque nominatur, cum terra marique pondera vectis tam multa moveat concutiatque. Itaque hic alterum é geometricis utilitatibus numen ſacratum eſt. Sed infinita ſunt vectis opera & emolumẽta: vectis non ſolúm levandis & portandis ponderibus, fabris, architectis, olitoribus, bajulis, agricolis, nautis opitulatur, ſed ſylvas, latomias & liquidorum præla ingreſſus, ligna, marmora dividit, vina, olea, unguenta exprimit. Etenim duplicatur in cuneo, magnaſque moles arborum & marmorum duobus in contrarias partes diſtrahentibus vectibus divellit, pars acuta ſecat acumine, ſuperficies utrinque planæ altera deorſum deprimit, altera ſurſum erigit. Hypomochlia ſunt oræ utrimque cuneum excipientis rimæ. Sic uvæ, oleæ, mala, pyra, cæteraque humida prælis ſubjecta cuneis premuntur, & quidquid liquoris habent, perſolvere domino compelluntur. Ex eadem facultate ſecures exertæ, cunei nempe tanquam malleo alligati. Sed præcipuas vectis laudes

machi-

machinulæ duæ forceps & forfex quotidiano & propé perpetuo hominū uſu complexæ ſunt. Etenim uterq; vectis communi hypomochlio duplicatus eſt. Ecquid (inquiet irridens hoc loco Ariſtippus) etiamne geometriæ uſum in officinis omnium opificum reperies? Certé dicet Ariſtoteles & mechanici qui vulgó appellantur nil niſi geometriæ practici quidam ſunt & geometrici uſus diſcipuli, quamvis ipſam Geometriam ignorent. Cogita igitur, quibus tandem manibus candens ferrum, æs, argentum, aurum, ab infinitis opificibus metalla tractantibus exerceantur, digitos illos, vectes, manus illas forcipes eſſe intelliges.

Prenſant enim, ut Poeta noſter ait, *verſantque tenaci*
forcipe ferrum:

Meditetur itaque Ariſtippus quibus cultris tonſores capillos hominū, paſtores vellera ovium, ſartores pannos veſtimentorum, opifices alii plumbum, ſtannum, ferrum etiam argentum atque aurum: metalla denique omnia ſecent, cultros iſtos forfices vectiarios, communique hypomochlio cuneatos intelliget. Has igitur duas machinas, niſi geometria vitæ humanæ ſuppeditaſſet, quot & quātis ad commodé aptéque vivendum adjumentis hominum genus privatum ac deſtitutum eſſet? Quare vectis fabros & architectos, vectis olitores, vectis per omnia flumina mariaque naviculatores & navitas, vectis lignatores, lapicidas, marmorarios, vinitores, olearios, unguentarios, ſertarios, aurifices, metallicos, chirurgos, tonſores, paſtores, ſartores: omnes deinde opifices beneficiarios habebit. Quid plura? cum primis hominibus Deus eſſet egregiis emolumentis mortales adjuvare, mirum eſſe non debuit, ſi geometria divinos honores tam variis numinibus adepta ſit. Quæ cúm Ariſtoteles ita feré nominatim recenſuerit, nonne Ariſtippo mathematicas artes ut inutiles irridenti iraſceretur, diceretque quod in philoſophia dicit, mentiris Ariſtippe, matheſis non eſt hominum vitæ inutilis: ſed vita hominum ſine matheſi, non inutile modó ſed miſerabile ævum traheret. Ariſtippus hic expalleſcet, opinor, ſeque turpi vel ignorantia vel malitia lapſum confitebitur: gratiaſque habebit Ariſtoteli, (debebit certé) qui mechanicam talem, id eſt tam popularem alterum geometriæ uſum expoſuerit: unde intelligeremus Platonis illud oraculum eſſe longé longéque veriſſimum, Deum in adminiſtranda mundi machina μάλιστα πάντων γεωμετρῶν, cúm in adminiſtranda humana vita hominem μάλιστα πάντων γεωμετρῶν videamus. Ideoque ex hominibus Deo propinquos charoſque eſſe, qui geometriæ ſtudium colunt ac tuentur, tamque ſingulares hominum generi commoditates exquirunt. Fatué autem & ſtolidé imperitos, vel flagitioſé improbos qui vituperant & calumniantur. Sed enim Ariſtotelea tot utilitatum mechanica ſubtilior & acutior eſt fortaſſe, minuſque ab Ariſtippo percipitur, craſſiora igitur magiſque ante oculos poſita mechanicæ commoda diſſeramus. Metallica Ariſtoteles confitetur parum ſibi perſpecta eſſe: Geometria tamen huc finem uſumque ſuum dilatavit. Agite igitur, erigantur animi, atque attendant ad mechanicas geometriæ actiones & utilitates, quas deinde proferam. Pluto divitiarū Deus fingitur á Poetis apud inferos regnare, credo quód universa argenti auriq; vis in terrę viſceribus occulta teneatur. Cúm itaque de mundi nobilibus ſcholis ſtudioſé mortales

omnes, qui alicunde peregre ad nos rediiſſent, percunctarer, nulla in gente tam multas mathematici ſtudii ſcholas comperiebam publicis ſtipendiis ornatas, quám in Germania, cauſſamq; unam eſſe ſubterranea audiebam illa Plutonis regna, quod maxima principibus & liberis civitatibus penderentur tributa é fodinis auri argentiq; & cæterorum metallorum, quæ geometrico innumerabilium machinarũ artificio præcipué ſuſtinerentur ac ſarcirentur. Ergo Germanicus ille Pluto geometricis manibus divitias ſuas Germaniæ effodit atq; eruit. Geometria nobis Aſtream in libra & Neptunum in vecte conſecravit: jam Plutonem etiam ſuis machinis Deum fecit. At Romanus ille Curius glorioſius eſſe judicavit aurum habentibus imperare, quam aurum ipſum poſſidere. Quare fictitios hoſce Deos, commentitia iſta numina prætereamus, ſubterraneiſq; divitiis illis omiſſis divitiarum potius ipſarũ dominia imperiaque meditemur. Hæc enim Ariſtippe tibi gratiora erunt, & tamen é geometriæ copiis etiam comparata. Hic enim geometriæ mechanicæ præcipuum regnum eſt. Ergo á metallica mechanica ad militarem mechanicam tranſeamus. Etenim (ait ille noſter Plato de principe civitatis) ad caſtrametãdum, ad occupandũ locum, contrahendum & laxandum aciem, tum copias cæteris modis ordinandum in ipſis & itineribus & præliis plurimum intereſt, geometricuſne ſit, an non. Perpendãtur hæc Platonis verba ſingula. Caſtrametatio, ait Plato, geometrica eſt. Etenim ſignum á centurione tanquã punctum ponitur, unde vel circulus, ſi copias exiguas videri oporteat, vel quadratum, ſi magnas, circumquaq; certo intervallo deſcribitur: dimetiente linea tranſverſa latera ſecantur. Itinera in pontium & naviũ fabrica, in fluminũ derivatione, equitũ hinc & illinc inter pedites medios collocatione, geometrico artificio cõficiuntur. Quid tũ veró? Locus iiſdẽ artib. oppugnatur & propugnatur: hinc enim aggeres, vineę, turres ambulatoriæ cęteræq; machinæ oriuntur. Machinalis illa geometria fuit Archytæ, Eudoxi, Archimedis, Procli, Priſci, é quorum hiſtoria tota iſta utilitatis quæſtio tractari expedirique potuit. Ergo Geometria utilitatem hanc militiæ dedit: ſed eadem ſuis figuris præliorum varietates admirabiles efficit. Cuneo facto pauci Cęſaris milites Sicambrorum neſcio quot millia perruperunt & incolumes evaſerunt: Orbe autem facto trecenti legionarii ſex millia Morinorum amplius horis quatuor ſuſtinuerũt: Quin ſi orbis multitudine hoſtium circumventus ſit, longitudo quam maxima veluti rectę peripheriam exęquantis porrigatur, alterniſq; converſis cohortibus corona hoſtium dextro ſiniſtroq; cornu media dividatur, diviſaq; profligetur, cæteraque illa in militia Cæſaris á nobis explicata, quid aliud quám velut in abaco geometriã demonſtrãt? Quapropter Platonicæ mathematum utilitates iſtæ magnæ ſunt & illuſtres: patriam & Remp. non ſolum hoſtili ſervitute liberare ſed ſubacto hoſte finib. amplificare, provinciis augere, felicem deniq; ac fortunatã facere Geometriæ geodæticæ uſus magni ſunt: geometrię per totas humanæ vitę partes, terra mariq; mechanicæ uſus magni ſunt: magni in metallis, magni in præliis: Quapropter qui regnare atq; imperare cupient, mechanicas iſtas Geometriæ vires & facultates exquirãt neceſſe eſt. Quid multa? da mihi hominem geometricis facultatibus ac viribus armatum: hunc tibi pro multis millibus præſtabo. Eſto apud barbaros & agreſtes Ame-

ricæ

ricæ populos inter infinita millia unus grammaticæ, rhetoricæ, logicæ, arithmeticæ facultatibus, quę animi propriæ ſunt, ornatus: Hìc eloquẽtia ſapientiaq; animi cæteris animis imperabit, omniumq; conſenſu animus ille, rex animorum erit. Itaque geometricæ vires in aliquo uno corpore ſimiles illis animorum viribus ſunto: corpus iſtud geometricis armis armatũ, ſic in corpora ut animus ille in animos imperium habebit. Quid vis amplius? ita ſtatuo, ubi grammatica, Rhetorica, logica ſchola nobilis fuerit, ibi quoq; nobiles grammaticos, rhetores, logicos eſſe: ita ubi mechanica militaris diligenter exculta fuerit, ibi etiam milites egregios fore. Quod ne cui ut admirabile, ſic incredibile videatur, quid aliud Alexander Magnus, cúm millibus 40. domuit innumerabilia millia, demonſtravit? Ergo in Germaniá unicá mathematum ſcholam, vel potius unicam militum officinam redeamus. Etenim ſubit hoc loco gentis ut procera robuſtaq; corpora, ſic animos fortes mathematicis viribus elatoſque ſuſpicere atq; admirari. Finxit vetuſtas Martem in Thracia genitum: Vulcanum cælitus neſcio quo delapſum: fabula utraq; in Germania revera ac veritate fidẽ accepit. Nullum hodie in Gallia, Britannia, Dania, Polonia, Italia bellum ſine Germano milite geritur. Germania generum omniũ arma quotidie nova machinatur, vicinis omnibus populis largitur: Germania ſuis bellis, quibus ipſa quotidianis ac ferè perpetuis veluti confirmandæ virtutis ludicris exercetur, non modò ſine externo milite abundè ſufficit, ſed vicinis bellis viros, equos, arma ſuppeditat. Hæc verè Martis ſchola eſt: hæc Vulcani officina eſt. Sed Martem, Vulcanumque, Martiſq; ſcholã & Vulcani officinam matheſis genuit, aluit, informavit. Henricus Haſſianus centeſimo ab hinc & octogeſimo ferè anno primus mathematicas artes Lutetia Viennam tranſtulit, unde brevi tempore per univerſam Germaniam proſeminatæ mathematicorum tanquam familiæ, indeque mirabiles tres artes ſunt inventæ. Primò bombardica ſeu tormentorum bellicorum mechanica: cujus uſus bello Veneto contra Genuenſes, qui ſe interfici ſentiebant: quo tamen teli genere non animadvertebant: bello inquam, Veneto circa annum ferè 1400. primúm innotuit mundo, á germano quodam nominis ignoti primum repertus: deinde multis modis auctus & amplificatus. Secundo ex eadem gente mathematico beneficio prodiit typographia, quæ videtur in Purbachii tabulis ad Regiomontanum referri, inter cujus opera ſaltem tẽtata ars illa mirifica literarum formatrix appellatur: neq; chronologia repugnat, cum primum typographię exemplum Mogontiæ editum ſit anno 1466 á Petro Gerneſo puero Joannis Fuſtei, ut cõſtat é Ciceronis officiis, quæ prima omnium librorum typis æneis impreſſa ſunt: Exemplar officiorum iſtorum habeo im membrana impreſſorum: quę ad finẽ hanc adſcriptionem continent, Præſens M. Tullii clariſſimum opus Joannes Fuſt Moguntinus civis non attramento, plumali canna, neq; ærea, ſed arte quadam perpulchra, manu Petri de Gernshem pueri mei feliciter effeci, finitum anno M.CCCC LXVI. quarta die menſis Februarii. Hæc inquam adſcriptio poſtrema, tempus indicat libri primúm typis impreſſi. Ita ars artium omnium conſervatrix, typographia é mathematis Germaniæ primum nata eſt. Poſtremo nautica atque in omnes univerſi orbes oras navigatio excitatis jam per univerſam Italiam mathematis: uſus

nempe aſtrologiæ verſatur, ut in medicina, agricultura, ſic præcipué in nautica: & ea jam olim fuerat Thaletis quædam aſtrologia, quæ mathematicis auſpiciis renovata à Columbo anno 1491, à Veſpucio 1501 antipodas terrarumq; atque oceani tractus omnes Ariſtippis atq; Epicuris aperuit. Tres, inquam, hæ ſingulares artes, bombardica, typographia, nautica mathematicæ germanicæ invẽta ſunt. Itaq; mathematica repente gratiã imperatorum, regum, populorum omnium admirabilem adepta eſt. Quamobrem Ariſtippe jam hîc opinor ad mathematicos honores obſtupeſces. Maximilianus Imperator publicas mathematum profeſſiones liberali ſtipẽdio Viennæ inſtituit. Mox tamen nobile Imperatoris exemplum in ſingulis academiis principes liberique populi ſecuti ſunt. Sed mathematicorum germanorum unus Regiomontanus longiſſimé excelluit: monimenta ingenii orbi terrarum nota ſunt, ingenio delatus honos non omnibus fortaſſe notus. Vienna profeſſore Regiomontano glorioſa eſt. Matthias Hungariæ rex ſeculo ſuo regum decus pro tabula aſtronomica pretioſam veſtẽ & Hungaricos aureos octingentos dono miſit. Ephemerides annorum triginta, novus tum & ignotus antea matheſeos fœtus, ita gratus accidit, ut exemplaria ſingula duodecim Hungaricis aureis venderentur Germanis, Hungaris, Italis, Gallis, Britannis certatim coëmentibus, ſed ſummus ille à Sixto Pontifice Romano honor fuit, abſentem Regiomontanum Ratiſponæ epiſcopum deſignatum eſſe. Honor igitur alit artes (ait Tullius) omneſque incenduntur ad ſtudia gloria. Ergo matheſis in Germania præcipué effloruit. Noriberga tum Regiomontano fruebatur: mathematici inde & ſtudii & operis gloriam tantam adepta, ut Tarentum Archyta, Syracuſæ Archimede, Byzantium Proclo, Alexandria Cteſibio non juſtius quàm Noriberga Regiomontano gloriari poſſit. Extinctis enim mathematicis Archyta, Archimede, Proclo, Cteſibio matheſis Tarẽtina, Syracuſana, Byſantia, Alexandrina extincta eſt. At inter artificum Noribergenſium Regiomontani mathematis eruditorum delicias eſt, muſcam ferream ex artificis manu velut egreſſam cõvivas circumvolitare, tandemq; veluti defeſſam in Domini manum reverti: Aquilã ex urbe adventanti imperatori longiſſimé obviam ſublimi aere procedere, atque adventantem ad urbis portam comitari. Deſinamus itaq; Archytæ columbam mirari, cum muſcam, cum aquilã geometricis alis alatam Noriberga exhibeat. Ergo nobiles illi quõdam in Græcia atq; Ægypto artifices hodie nulli ſunt: Regiomontani Noribergæ ſuperſunt. Senatus enim populuſq; Noribergenſis operam dedit, ut perpetuos Regiomontanos haberet. Itaq; Vernerus primum: deinde Schoneri pater & filius Regiomontani animam deinceps excitarunt. Sed illud de civitate ſingulare eſt, atq; apud omnes civitates prædicandum: Stipendiũ dare de publico mathematum profeſſori non ei ſolum qui doctis & eruditis prælegat, ſed ei quoq;, qui vernacula lingua Latiné Græcéq; ignaros opifices erudiat: hinc etiam nobiles ſine literis artifices: imó mathematicæ diſciplinæ etiam apud poſteros doctores. Durerus enim pictor hanc Noribergenſibus laudem tribuet. Quin ſi qui mechanicorum operum artifices inſignes non ignavia aut culpa, ſed adverſa valetudine aut fortuna in egeſtatem inciderint, opem ferre miſeris atq; afflictos ſublevare Noribergenſium quotidiana claritas eſt. Superi tibi Noriberga gloriam

gloriam iſtam perpetuo cõſervent atq; augeant. Quid reliquas Academias mathematicis laudibus illuſtres commemorem? Vitembergam equidem Melanchthone fortunatam judico. Plato pro ſumma eloquentiæ & eruditionis authoritate mathematicum ſtudium in Græcia excitavit: Melanchthon in pleriſq; Germaniæ academiis jam mirabiliter excitatum reperit, ſed Vitembergæ perexiguum: itaque pro variæ ac multiplicis doctrinæ, pro vitæ innocẽtioris & ſanctioris auctoritate, quantam meo quidem judicio, nemo doctor vel profeſſor, in patria conſecutus eſt unquam, mirabiliter inflammavit: ut Vitemberga non ſolum theologiæ & eloquentiæ, quibus laudibus tum præcipué præſtabat, ſed mathematicæ diſciplinæ ſtudiis antecelleret. Melanchthonis hac de re præconiũ in Milichio, in Rheinoldo ſempiternum erit: Sed Milichius medicus eſſe poſtea maluit: Rheinoldũ ut primum legi, mirandum in modum probavi. Literæ erãt in eo Latinæ & Græcæ, ſermonis ea facilitas, ut Melãchthonis diſcipulum facile poſſes agnoſcere: matheſis & matheſeos diligentia tanta, quæ bibliothecas omnium mathematicorum, ſi ſuperfuiſſet ætas, mathematicis cujuſq; modi libris expletura videretur. Et tu Peucere alterum Melanchthonis præconium in mathematicis futurus eras, niſi medicinam pluris quam mathematicam feciſſes, vel potius ſine mathematicis nullam conſtantem veramq; medicinam judicaſſes. Gemma Lovanium, Appianus Ingolſtadium, Stoflerus & Scheubelius Tubingam, Monſterus & Vurſtiſius Baſileam, Oſvaldus Friburgum, Tagautius Genevam, Nabodus Coloniam, Joannes Stenius edito de variis artibus progymnaſmate oſtendit quantam mathematum laudẽ Luneburgẽſibus ſuis meriturus eſſet, ſi ſe totũ his ſtudiis penituſq; dedidiſſet. Herlinus Argentinam, Valentinus Engelardus Erphordiam, Rheticus & Homilius Lipſiam: Rheticus etiã Cracoviam mathematis illuſtravit. & literis noſtris ad ſtudium liberandæ hypotheſib. Aſttologiæ incitatus ſpem quoq; illuſtrandæ Pariſienſis academiæ dederat: ac niſi medicinam mæcenatis cujuſdam loco perdiſcere & exercere coactus eſſet, jampridem alterum Copernicum mathemata celebrarent. Homelius etiam Carolo Imperatori & Auguſto Saxoniæ electori mathematũ magiſter fuit, & ab utroq; ampla præmia conſecutus. Hieronymus Volfius præclarum antea nomen converſionibus Demoſthenis & Iſocratis aſſecutus, præclarius aſſecuturus, ſi mathemata ſicuti poteſt, Auguſtanis ſuis illuſtrarit. E reliquis, quos ſuperſtites eſſe audio, muſis bibliothecæ noſtræ noti ſunt, Daniel Santbetus Stadius, quem præſentem Lutetiæ vidi, & regium profeſſorem vidiſſem, niſi tum terror neſcio quis plus apud eum, quàm noſter amor potuiſſet. Siderocrates egregiis ingenii monimentis mihi percharus eſt, ut Leovitius, cujus vaticinium illud tanquam é tripode mihi ſpeciatim redditum, equidem ſic accepi. Scribis enim, doctiſſime Leoviti, é magna illa ſyderum conjunctione, unde & purioris religionis aureum ſeculum brevi rediturum vaticinaris, artes quoque plurimas; quæ adhuc abditæ latuerant, emerſuras, reſque maximas modico impendio perfectum abſolutumque iri: adeo ſolertia & expedita ingenia his temporibus exiſtent. Faxit Deus optimus maximus ut hæc omnia ad ipſius gloriam, ad Eccleſiæ & Reipub. ſalutem referantur. Hæc tua & tuis verbis deprecatio mihi tecum communis erit: Communis itaque voti uterq; reus

Lætaque animi conſcientia compos eſto: ut & tu ex aſtris verum deprehendiſſe: & ego per inertiam atque ignaviam curſui naturæ nihil obſtitiſſe videar. Daſypodius nobis etiam familiaribus literis notus, Herlinum Argentinæ exuſcitat, & quas opes animi Herlinus Platonico illo neſcio quo zelo occuluerat, in vulgus expreſſit. Sed infinitum ſit mathematicos omnes tot academiarum inſignes nominare: Neq; dubito quin pleroſq; nonnullis nominatis inſigniores præteream, quoſque pro meritis ingenii libenter obſervem ac liberaliter colam. Equidem cum de ſcholis extra Francorum regnum poſitis ſtudioſè interrogarem, Tigurinam miratus ſum mathematum profeſſione tamdiu caruiſſe. Pagus Tigurinus eſt Helvetiæ civitatis princeps nō ſolúm amœnitate regionis & loci, ſed ſingulari quodā erga doctos homines etiam peregrinos ſtudio atque amore. Literas Latinas, Græcas, Hebraicas, ſed imprimis ſacras alit colitque, ut jam Theologia nulla pleriſque Europæ populis niſi Tigurina videatur. Ecquid veró perceptis primis literis & linguis ad politicam vel humanam vel divinam mathematis aptius vel antiquius optari Pythagora, Platone, Ariſtotele, judicibus potuit? Itaq; felix tuis bonis & fortunata civitas una mathematum adeoque liberalium artium reliquarum acceſſione felicior quotidie ac fortunatior in perpetuum eſto. Verumenimveró Germania, quod é Germanis in Galliam profectis, & é Gallis é Germania reverſis frequenter audio, principibus doctis & eruditis præcipué fortunata, præcipueq; beata eſt. Jucundum mihi fuit didiciſſe quanto mathematum ſtudio teneantur Principes Heſſiæ, Saxoniæ, Auſtriæ. Guilielmus Landgravius Heſſiæ videtur Caſſellas Alexandriā tranſtuliſſe: Sic Caſſellis artifices organorum obſeruandis ſyderibus neceſſariorum inſtruxit, ſic quotidianis per inſtructa organa obſeruationibus oblectatur, ut Ptolemæus ex Ægypto in Germaniam cum armillis & regulis veniſſe videatur. Narrat Gellius é bajulo Protagora philoſophum á Democrito eſſe factum. Narrant Germani á Guilielmo Landgravio Heſſiæ, Democritica nempe ſolertia prædito ex Eberhardo ſartore artificem ſingularium in aſtronomicis rebus operum mirabilem factum eſſe. Sed Landgravii mathematica organa Auguſtum Saxoniæ electorem pari amore Aſtrologiæ incenderūt, jam ſua ſponte, & Homilio doctore vehementer incenſum. Itaq; αὐτόματον aſtratiū Landgravius optanti Auguſto, non illud quidem ſuum donavit: ſed elegantius alterū per opifices ſuos conficit. Auguſtus etiam ad cæleſtium motuum emendationem animum illo Julii Cæſaris animo nihilo inferiorem præ ſe ferre dicitur, ſi Soſigenem nanciſcatur. Quid Maximilianus Imperator, nonne hæreditariam avi Maximiliani, patrui Caroli, patris Ferdinandi Imperatorum, é mathematicis ſtudiis gloriam obtinet? Tu igitur Crato Imperatoris medice, quia es idem ſingularis etiam mathematicus, imperatoriam iſtam gloriam amplificato. Carolus Archidux Auſtriæ manu fabricatus eſt inſtrumenta, quorum fabrica vel ipſis opificibus etiam operoſa fuerit. Danubius iſto loco Matthiam illum Corvinum rurſus ante oculos ſubjicit, non ſolúm duobus orientis & occidentis imperatoribus formidabilem, ſed regali in omnes laudandas artes magnificentia apud omnes nationes gloriandum & ſæculis omnibus prædicabilem: ut te quoque Joannes electe rex Hungariæ gentiumque aliarum cohortet ad majorum

rum

rum tuorum gloriam. Matthias extincto Ioanne patre, obtruncato etiam fratre in vincula conjectus, tandem à fratricida rex factus eſt. Solymanus Turcarum imperator te vagientem in cunis infantem patre rege orbatum regnoque pene toto ſpoliatum regiis muneribus excepit, liberis Selymo & Bajazeti oſculandum præbuit tanquam imperii conſortem habituris. Itaque regia educatio in armis & omnibus ingenuis artibus deinde perpetua fuit: indeque adeo doctores linguarum atque artium excellentes ad nobilem academiam conſtruendam undique magnis præmiis evocati. Deniq; purior religio ſummum ſummi futuri regis augurium ſuſcepta, & ſubditis tuis communicata. Hunc igitur ſic excitatæ, ſic exercitę virtutis tam ſingularem curſum ſummus ille in cælo regnorum atq; imperiorum & everſor & inſtaurator cælesti aura dirigat: teq; alterum Hũgaris Matthiam faciat, à quo cũ reliquarum doctrinarum artifices, tum Regiomontani imprimis honorentur, & ad hæc nobilia ſtudia excitentur. Sed in Germaniam redeo. Heidelberga mathematicis ſtudiis etiam reconditioribus præ cæteris Germaniæ ſcholis non ita pridem floruit: Virdungus, Curio, Morshenius, Leovitius, aliique permulti inficiantem facile refellerent: atq; imprimis Grynæus, qui hoc tempore mathematicam profeſſionem, qua poteſt induſtria, tuetur. Sed fama neſcio quę percrebuit mathemata a nonnullis academiæ patronis (à quibus tuenda fuerant) oppugnari: fama ſané indecora nobili academiæ, quæ præſertim reliquorum liberalium ſtudiorum mæcenatem tam raris virtutibus excellentem nacta ſit. Itaque Palatine Comes comitum longé optime & humaniſſime, imperioq; non Germaniæ ſolum, ſed univerſæ terræ propter eximiam religionis pietatem digniſſime, mathematicam diſciplinam inter cæteras liberales diſciplinas fructu liberalitatis tuæ dignam judicato, & calumniis repreſſis hanc etiam inter eximias laudes tuas mathematicam laudem excitato. Unus tantæ tot tamque magnarum artium arithmeticæ, muſicæ, geometriæ, opticæ, aſtronomiæ, coſmographię profeſſioni profeſſor, quamliber idoneus ſatisfacere pro dignitate niſi diurno tempore non poſſit, collega tanti laboris ſocioque opus eſt. Habes domi Xylandrum cúm pleriſque laudibus aliis tum converſis mathematis & Pſelli latiné, & Euclidis Germanicé celebratum: alioſq; fortaſſe nobis ignotos, qui mathematicam profeſſionem egregié tueátur. Chriſtophorum ducem Palatinum omnibus ingenuis exercitationibus (quæ Palatini electoris filium deceant) ſtudioſé deditum, hujus meæ poſtulationis procuratorem apud te & oratorem mihi conſtituo. Valde enim confido paternæ gloriæ patrimonium tam locuples non eſſe contempturum. Ultimus Septentrionis Bootes ille, quamvis cæli motu tardus, tamen ingenia ad mathemata percipiendum colendumque prompta velociaque genuit. Chriſtianus rex Danorum & Norvegorum mathematis vehementer oblectatus, Haffniam academiam his inſtituit: Tibi veró Erice rex Suecorum, id eſt Gothorum Cymbrorumque, glorioſum eſt à teneris annis expeditiſſimũ latinę linguę uſũ habere, omnes liberales artes amplecti: Upſaliam literarum academiam ſubditis imperio tuo populis liberaliter impertiri. Memento igitur quæ Huberto Langueto laudum tuarum per Galliam præconi de promovendis ingenuis artibus receperis, eaque, ut docto & magnanimo rege dignum eſt, cumulaté præſtato.

O beatam Germaniam,quæ tales principes habeas! Aſtræas antea,Neptunos,Plutones,Martes,Vulcanos in mathematicis templis ſuſpeximus,jam Mercurios ſuſpiciemus:Neque mathematica tantum eſt armigera Germanis,ſed conciliandæ pacis interpres eſt atque internuntia.Duo lubet ad duos Cæſares conciliandum nobilia exempla commemorare. Chriſtianus rex Daniæ, á Cæſare Moſcovitarum pacem pro Livonia impetrare cupiens miſit argenteum αὐτόματον cæleſtium motuum affabré atque artificioſé factum cum aliis muneribus: cætera quidem munera Moſcovita accepit: αὐτόματον veró cúm didiciſſet cæleſtium motuum organum eſſe, contumelioſé deriſum Dano remiſit, inquiens ipſum de cælo ſtulté ſolicitum eſſe, cúm de terra inter ipſos armis certaretur. Hic Cæſar dicitur ducentis equitum millibus comitatus in prælium deſcendere: At videmus ab humanitate quam inermis nudusque ſit.Hunc Ariſtippo vel Epicuro diſcipulum in diſciplinam, ſi lubet, tradito: Virgilium in Bonifacii gratiam cupidiſſimé condemnabit. Alterum exemplum eſt de Imperatore Turcarum,qui ad imperii ſui fines propagandum, mathemata ſtudioſe perdiſcunt, & in arithmeticis, geometricis aſtronomiciſque artibus ſummos doctores habent.Sed hoc exemplum alterum ut illuſtrius, ita magnificétius á Paulo Jovio narratum eſt,cúm de legatis Ferdinandi Imperatoris ad Conſtantinopolitanum Cæſarem loquitur.Tulére,ait,munera,excelſum Germanico more ex auro poculum,lectiſſimis exornatum gemmis,eruditæque inſuper admirationis argenteam machinam, in qua non horarum modó ſpatia, ſed errantium etiam ſyderum motus,menſtruique Solis ac Lunæ coitus, exactiſſima ratione monſtrabantur: intus ſcilicet dentatis rotis,certiſque ponderibus,admirabili momēto,vel in multum æuum minutiſſimas temporum menſuras diſpenſationibus: quin inter celeres tardoſque orbes,in tam vario inæqualique polorum ordine, audaci quadam ſupremi motoris æmulatione conjuncta congruerent. Ea á peritiſſimis aſtronomis excogitata perfectaque Maximiliani Cæſaris fuiſſe dicebatur,cujus ingenium nobili ſemper ſtudio, nec deterrēte unquam ſumptu rara atque admiranda concupivit. Hæc Jovius,á quo paulo póſt narratur,ut legati lauté ſplendideque excepti tandemque remotis menſis ad Solymanum ſunt introducti. Illata quoque eſt illa machina ſuccollantibus duodecim ſervis,quæ Solymani animum & barbarorum oculos admiratione complevit. Adduxerant enim artificem, qui ſolutis machinæ fibulis interiora admirabili rotatione circumacta repanderet: is libellum quoque detulerat, attritæ vel luxatæ machinæ remedia continentem, tradentemque præcepta, quibus tot orbium curſus nunquam interitura ratione regeretur.Ea enim ingenii ſubtilitate Solymanus fuit,ut non modó ſacris literis, quibus ſuperſtitionis ſuæ leges continentur, eſſet eruditus, ſed aſtronomiæ coſmographięq; præſertim curioſé operam daret Hammone medico ex Bethica oriundo perdocente, quum vir acutus ſingulas terrarum regiones ſinuſque maris in membranis depictiſque orbibus demonſtraret,ut inde regius animus per otium utili & peramœna delectatione caperetur.Hæc igitur Byzantii Cæſaris humanitas Sarmaticæ illius feritatis longé diſſimilis fuit,quæque Ariſtippis noſtris atque Epicuris flagitioſæ calumniæ pudorem afferre debeat:cúm videant apud barbaros & immanes populos,qui vulgó creduntur,

tur, eam mathematicis reverētiam ac penè venerationem exhiberi. Et quidem mathematicus iſte inter reges Mercurius nequaquam modò natus eſt. Inter munera à Perſarum rege ad Carolum Magnum miſſa ſcribitur fuiſſe horologium αὐτόματον mira arte fabrefactum, quod ſonitu tintinabuli horas diſtinxit & indicavit: Idque præcipuè Carolus eſt admiratus & imitatus eſt: Neque id in Perſis mirum, ut qui primam juvenilis ætatis eruditionem in arithmetica & geometria ponerent, in eoque Pythagoræ, Platonis, Ariſtotelis ſententiam verè ſequerentur. Quæ cùm ita ſint, matheſis intelligitur eſſe non ſolùm belli, ſed pacis comes & adminiſtra. Quamobrem mathematici per univerſam Germaniam profeſſores, mæcenates veſtros non tam fortuna & opibus, quàm virtute & ingenuarum artium dignitate præſtantes amate & colite: voſque generoſi vereque germani principes, populi liberi Spartam veſtram exornate. Unicus in academia una, quod in pleriſque eſt, mathematicus profeſſor grave onus ſuſtinet. Aſtronomica itaque ferè geometricis minus exculti tractantur. At geometria, ſphærica, conica, cylindrica, totaque ſtereometria doctoris induſtriam diligentiamque valdè jampridem deſiderat, & è partib⁹ illis derelictis magis admirabiles fructus expectari poſſint. Profeſſores itaq; binos ſingulis academiis decernite, alterū arithmeticæ, muſicę, geometrię, opticæ, alterum ſcientiæ aſtrorum variæ & multiplici geographiæ præficite. Tibi verò dux Auguſte, quoniam auguſtas illas Cæſaris cogitationes ſuſcepiſti, non Soſigenem tantùm, ſed Regiomontanum, Copernicum, Rheinoldum exoptabo, qui aſtrologiam jam à nobis exoptatā non è fictis hypotheſibus, ſed ex ipſa aſtrorū veritate ac natura ſolis arithmeticis & geometricis fundamētis innixam & fundatam moliantur ac machinentur. Illa fuit Aſtrologia Chaldæorum, & ante Ariſtotelē Ægyptiorum & Græcorum. Neque ideo quiſquam mihi perſuaſerit Germaniæ difficile futurum, quod Chaldææ, Ægypto, Græciæ facile quondam fuerit: neque methodi vel artis ſpecie fabulam hypotheſium prætexam, quam contra omnes logicas bene inſtituendæ artis leges confictam video. Seligantur logicæ, arithmeticę, geometriæ artifices, non ſolùm præceptis ſed uſu bene atque accuratè confirmati, & jubeantur remotis hypotheſibus & commentis, imò verò obſervationibus veterum, cælum tanquam modò factum intueri, omnia motus cujuſque momenta notare, experimentis variorum & obſervantium & locorum & annorum ratione & proportione comparatis, ſi modò conſtans in cælo quicquam eſt, catholicum theorema tandem logicè inducetur & concludetur: Sin varium temporibus & mutabile ſeculis cælum eſt, ſcientia vel ars hinc effici nulla unquam potuerit. Puriorēm igitur illam ac ſynceriorem aſtrologiam, Dux Auguſte, ſempiternam gloriæ tuæ palmam conſecrato. Dixi paulo ante Melanchthonem in ora Saxoniæ mathematicis ſtudiis excitandis germanicum Platonem fuiſſe. Tuæ jam, Camerari, partes illæ ſunt, qui reliquus es ex illis argonautis ad virtutes, ad laudes, ad diſciplinas publicas tuendum. Neque enim tu latinis tantùm græciſque literis ornatus ita es, ut excellentem profeſſorem decet, ſed mathematis ſic inſtructus eſſe voluiſti, ut mathematicæ profeſſioni facilè par eſſes: Tuæ, inquam, ſunt partes cum Peucero tibi cōmunes, ne patiamini in veſtro principe tam cæleſtes animi divinoſq; motus

inanes fuiſſe. Hubertus certè Languetus, ut mihi valdè perſuadeo, cùm in Saxoniam redierit, utrumque veſtrum ad hoc opus alacriorem faciet, gloriamque Augusti ſui omni ſtudio, diligentia, mente denique tota procurabit. Hic etiam te Sturmi, parẽtem Argentinenſis academiæ, quam è privata ſchola publicam academiam imperatoriiſque præmiis & honoribus univerſitatem feciſti, cohortabor, ut ad præclaros tuarum laudum titulos hic unus accedat atq; modo prædicetur, Sturmius Argentinæ latina græcaque ſtudia, rhetorica & philoſophica inſtituit: ſic item prædicetur, Sturmius etiam mathemata altero profeſſore amplificavit. Daſypodium itaque noſtrum conſorte mathematicorum laborum ocioque ſublevato. Sed mathematicas artes utiles eſſe diſſerebam: Germaniam mathematicis opibus opulentam eſſe, mathematicis armis reginam gentium dominamque factam. Traducamus in omnes Galliæ academias mathematicas Germaniæ profeſſiones, fodinis auri atque argenti, quibus olim abundavit, Gallia rurſus abundabit. Mars gallicus, Vulcanus gallicus efficietur, Galliaque rurſus, ut olim & ſibi & vicinis bellis militem abundè ſuppeditabit: imò, quod bis antea accidit, primum Beloveſſo, deinde Gothofredo ducibus gentium omnium victrix efficietur. Verum enimvero cùm tam ſolicitè mathematicas utilitates collegerim, exque Pythagoræ, Platonis, Ariſtotelis præſcripto phyſicum neminem aut politicum, niſi prius mathematicum, eſſe diſſeruerim, vereor ne moribus noſtris importunus eſſe videar, nimiumq; oneris noſtris hominibus imponere, maximo Ariſtoteleæ philoſophiæ, ſed præcipue civilium legum ſtudio occupatiſſimis. Sed de Ariſtotele deque reliquis artium liberalium magiſtris ſententiam alias ampliſſimè expoſui, ut regendi & conformandi ſint: De Juriſprudentia & ſcientia facultatis civilis majus eſt opus. Itaque politicos omnes & magiſtratus, atque uno nomine civitatum curatores, patronos, judices iſto imprimis loco attentos eſſe cupio. Romanam politiam infinitis libris confuſam magis quàm deſcriptam, vel impendio melioris ætatis, ut in Ciceroniano jampridem conqueſti ſumus, perdiſcendam arbitramur, utilitate an dignitate adducti, nihil hic moveor. Utilitatem enim & dignitatem eandem vel etiam majorem cupio. Romani de condendis legibus ſoliciti, Athenas & Lacedæmona legum ſapientia inclytas eſſe audierant. Itaque legatos eò dimiſère, qui non quaslibet ſanctiones, ſed ex omnibus legalem prudentiam Romanis moribus congruentem ſeligerent, Romanoque ſermone deſcriberent: hinc duodecim tabulæ ad verbum pueris ediſci ſolitæ. Franci de condendis legibus ſoliciti, Conſtantinopolim videlicet juriſprudentia cæteris gentibus præſtantem legatos decrevère, ſed legatione longè diſſimili. Nam pro duodecim tabulis populari lingua deſcriptis, myriades legum ignoto Francis ſermone deſcriptarum, aggregatę ſunt, quæ in ſcholis multorum annorum auditione vix ac plerumque ne vix quidem intelligerentur. Ecquid verò nullàne unquam in tot Franciæ tribunalibus & academiis florentiſſimo præſertim omnium liberalium atque artium ſeculo ingenia præſtare Francis ſuis poterũt, quæ paſtoritius & ſine literis populus patriæ ſuæ præſtitit? Utrum confuſio & obſcuritas formidatur? At unicus elementorum mathematicorum liber decimus, cõfuſione & obſcuritate oẽs Juſtiniani pandectas facilè ſuperabit. Et inventus tamen

eſt, qui

eſt,qui non modó hominum nulla laude invitatus,imó contumelia affectus, confuſionem & obſcuritatem non decimi tantúm, ſed omnium omnino elementorũ alacri animo devoraret. An præſtantiſſimos Franciç jureconſultos idem experiri nefas erit? Utrum Jacobus Cujacius,ut pro multis millibus unum nominem,viribus ſuis imparem provinciam iſtam judicabit? Certé imparem atque inferiorem, cum nullus adhuc tam deſertus in tota tot legum vaſtitate angulus fuerit,quem nõ ingenii doctrinæque luce perluſtrarit. Confuſio igitur & obſcuritas in Romano jure nequaquam tanta eſt, ut Latiné Græcéque peritum, ut in rhetoricis, logicis, mathematicis, phyſicis, politicis verſatum, ſed maximé omnium in logicis exercitatum, deterreat:& tamen nobiles animos pudor hic excitare debeat. Nam ſi de barbariſmo,de figura, de ſyllogiſmo quæſtio in forum veniret, ad peritos artis referre,opinor,pudeat,quia hæc ingenué educatum ſcire æquum ſit. De herciſcunda familia, de dirimendo lucro damnove, de regundis finibus aut figurandis,de pariete caduco,de ſtructuris ad perpendiculum exigendis,deque ſimilibus mathematicis problematis ad peritos artis referre, id eſt de principiis ingenuæ doctrinæ dubitare,quid Pythagoræ,Platonis, Ariſtotelis judicio fuerit? Utrum Verres ille redierit é tertia Verrina ἀγεωμέτρητος, ideoque Ciceroni deridendus? Tu Verres (ajebat) architectus Prætori,hic quod moliare nihil habes, niſi forté vis ad perpẽdiculum columnas exigere:homo (ait orator) omnium rerum imperitus, quærit quid ſit ad perpendiculum.Itaque ne Verres ſæpius à Cicerone derideatur, jura & leges duodecim tabulis Francico ſermone Francia deſcribito.Nulla quondam Athenis & Lacedæmone,nulla etiam Romæ in Conſſ.repub. cognoſcendis juris Academia fuit.Legiſlatores illos in aſtris ponimus: Imitemur igitur eorum ſapientiam:Academia juris audiendi nihil opus erit:Tumque ætatis ad mathematicas artes perdiſcendum ſatis ſuperque fuerit. Tempus peregrinis legibus, & plerumque nihil ad patriæ mores pertinentibus conſumi ſolitum, liberalibus artibus impendatur,æquitatis ac juſtitiæ fontes illic invenientur, quique grammaticas, rhetoricas,logicas,mathematicas,phyſicas,politicas Ariſtotelis & Platonis,Euclidis, Moſis & Pauli leges didicerit ad controverſias civium dirimendum, non multas prætereа leges requiret. At,ſancte Deus, ſi quis unquam vel in Gręcia vel Italia gloriã iſtam conformatæ juriſprudentiæ adipiſci potuit,tu,meo judicio, unus es Michael Hoſpitalis Cancellarie præſtantiſſime,cujus non ſolúm conſilio,& omnium nobilium artium intelligentia,ſed integritate atque conſtantia regni tot miſeriis afflicti ſtatus retinetur & conſervatur: Tibi in tot periculis turbulentiſſimæ tempeſtatis mens illa Catonis nunquam defuit,ut à recto metus ullus te abduceret: Theſſera denique tua fuit illa,

Ὀρθὰν τὰν ναῦν, ἅπαξ θανεῖν.

Tu,inquam,unus es,qui tantum opus præſtare poſſis:niſi forté & jam præſtiteris, ſed tibi,nondum patriæ. Verúm ad mathematica redeo. Reſpub.beatas fore, dixit Plato,cum reges in ea philoſophabuntur,aut philoſphi regnabunt. Tantum veró boni nunquam patriæ equidem invidebo,ſed magiſtratibus philoſophiæ tantum optabo, quantum vel ſeptem annis percipi in tenera ætate poſſit ad ingenui-

tatem animi, ad jus ſuum cuique juſtius tribuendum reddendumque, ad fraudes cavendum & evitandum. Dixit idem Plato τὸν θεὸν μάλιστα πάντων γεωμετρεῖν, ut qui in regenda rep. idem faciant, ſe divinorum ſtudiorum imitatores eſſe recordentur. Itaque nihil hic opto, quod principibus, regibus, ſummis gentium imperatorib. didiciſſe glorioſum non fuerit. Quæ cum ita ſint, veniat jam Ariſtippus, veniat Epicurus & mathematicas artes, ut inutiles, cavilletur: Certé in Germania calumniator non audietur: Ariſtotelis ſtomachus protinus objicietur: Mentiris Ariſtippe, nec enim ſi mathamaticæ artes verbo pulchrum aut bonũ non appellent, opera autem & rationes demonſtrent, idcirco de bono & pulchro nihil profitentur. Præſtantiſſima ſiquidem pulchri & honeſti ſpecies eſt in ordine, ſymmetria, comprehenſione, quæ mathematicis artibus præcipué demonſtrantur. Hoc argumẽto mathematũ gloria adverſus calumniatorẽ ab Ariſtotele defenditur. Ariſtippus, inquã, in Germania nõ audietur, imó flagris, ſi in illas cathedras irrepſerit, expelletur. Tulit olim Germania Bonifacios & Utilones, hodie non ferret. Veniat Epicurus, & in Platonis Academia mathematicas artes cavilletur. Plato, ait Tullius, é figuris planis circulum, é ſolidis globũ pulcherrimũ eſſe cenſebat: Epicurus tanquam præ ſe ferret ſe expertem eſſe doctrinæ, & tanquam quoddam novum oculorũ judiciũ haberet, conum ſibi aiebat & cylindrum & pyramidem pulchriorẽ videri. Sed, ait Stoicus ille Ciceronianus ad Epicureos, Hæc non videtis, quia nunquam eruditum illum pulverem attigiſtis, ne hoc phyſici quidem intelligere potuiſtis, hanc æqualitatem motus, conſtantiamque ordinum in alia figura non potuiſſe ſervari. Itaque nihil poteſt eſſe indoctius, quam quod à vobis affirmari ſolet. Nec enim hunc ipſũ mundum pro certo rotundum eſſe dicitis. Nam poſſe fieri, ut ſit alia figura, innumerabileſque mundos, alios aliarum eſſe formarum, quę, ſi bis bina quot eſſent, didiciſſet Epicurus, certé non diceret. Sed dum palato quid ſit optimũ, judicat, cœli palatium, ut ait Ennius, non ſuſpexit. Quamobrem mathematicæ calumniatores erubeſcant aliquando, & inutilitatem falſò criminari deſinant, calumniæ periculũ gravius ipſis impendet quam arbitrentur. Nihil iſto loco licet adverſus Cyclopas & Polyphemos terrendi cauſſa mathematicis miraculis abutar. Columbus mathematicus inſignis militari ſeditione in inſula Jamaica laborabat, Jamaicenſibus propterea ipſius mandata deſpicientibus, ſyderis defectus inſtabat mathematico notus, denuntiat barbaris cœleſtem vindictam poſtridie ſenſuros eſſe. Itaque cum dicto die barbari lumen cœli deficere animadverterent, tacti religione protinus imperata faciunt. Strategemate ejuſmodi non abutar, verúm proponam. Noſtine igitur ὁμηρομάστιγα,

Ingenium magni livor detrectat Homeri
Quiſquis es, ex illo Zoile nomen habes.

Hic cum ſua in Homerum ſcripta Ptolemæo regi recitaſſet, rex indignatus nihil ei reſpondit: cumque Zoilus inopia preſſus à rege ſubſidium vitæ peteret: Homerus, rex ait, multos paſcit: quare tu qui illo doctior es, ſaltem te ipſum paſce: Tandẽ Zoilus parricidii damnatus, juſſu regis cruci affixus eſt. Quid matheſis? quid Ariſtippe tibi faciet? Zoilus poeta fuit, & poeticæ laude Homerũ ſuperare contendit: tu mathematica ignorantia etiam te glorioſum facis, dum palam mathematicas ar-

tes ſine fine, ſine populari uſu eſſe clamitas, & tamen doctrinæ atque eruditionis nomine regibus commendari cupis? Quid ſi Carolus Ptolemæum imitetur, tibiq; reſpondeat, Matheſis innumerabiles toto terrarum orbe mortales paſcit, ejuſque profeſſoribus honoris ergó ſtipendium propoſui: Tu mathematicam ut inutilē calumniando, & omnis ingenuę ſcientiæ initia ignorando, mathematicæ eruditionis fructum in mathematicæ calumniæ præmium requires? Sed reliquam Ptolemæi indignationem prætereo, pœnas illas non perſequor: pœnas tamen calumniatori calumnię ſuę debitas proponam. Etenim ſi Ariſtippo, ſi Epicuro matheſis ſuas vires ac facultates velut ingratis nebulonibus detraxerit, quę beſtia miſerabilior excogitari poterit? Numerare rerum ſuarum nihil poterunt, nullam rationem rei cujuſquam cum quoquam habebunt, nil ratione ac proportione factum judicabunt: neque ſtare loco, neque moveri poterunt, nil pulchrum, nil turpe ſymmetriæ atq; aſymmetriæ ſenſu detracto percipient: Fraudulento menſori cuilibet ludibrio erunt: de fructibus illis innumerabilibus antea commemoratis nullum guſtabunt. Verúm Ariſtippus iſte varius homo eſt, modò ſcholaſticus, modó aulicus. Vituperat alio loco mathematicas artes in odium patroni, apud alios alia perſonæ alterius gratia mirificé collaudabit, & perſonata philoſophia placet homini,

Omnis Ariſtippum decuit color & ſtatus & res

Etenim Ariſtippus, ut eſt apud Vitruvium in proœmio libri ſexti, naufragio facto cum ejectus ad Rhodienſium littus animadvertiſſet geometrica ſchemata deſcripta, exclamaviſſe ad comites ita dicitur: Bene ſperemus, hominum enim veſtigia video. Ergo mathemata afflictum Ariſtippum laudatorem habent, & ſpe humanitatis conſolantur. Sed Ariſtippos nil moremur: nec Ariſtipporũ ſimiles deliros neſcio quos, quibus mathemata putida atque odioſa ſunt,

Vel quia nil rectum, niſi quod placuit ſibi, ducunt:
Vel quia turpe putant parére minoribus, & quæ
Imberbes didicére, ſenes perdenda fateri.

Solidas illas é mathematicis artibus, & per univerſam vitam diffuſas utilitates recordemur: ad reliquas diſciplinas, phyſicas, politicas, theologicas percipiendum, ad infinita belli paciſque opera conficiendum. Quamobrem Catharina Medicea, vides improbis calumniis honeſtiſſimas artes & utiliſſimas ab ignaris, ideoq; ſcientiæ inimicis accuſari. Quare

Tu ne cede malis, ſed contra audentior ito
Quó tua te fortuna vocat.

Catharinæ gymnaſium, id eſt mathematis omnibuſq; laudandis artibus hoſpitiũ inſtaurato, & ut Laurentius Græciam antiquis authoribus ſpoliavit, ſic Germaniam mathematicis quibuſque inſtrumentis ſpoliato, tuamque bibliothecam opimis illis ſpoliis exornato, ut non ſolúm exquiſitis libris, ſed commodis librorum inſtrumentis bibliothecas omnes longiſſimé ſuperet: Imó veró á Carolo rege filio impetrato, ut in omnibus Chriſtianiſſimi regni Academiis mathemata ante phyſicam & politicam doceantur, neque regia liberalium artium privilegia cuiquam, niſi mathematicis artibus erudito & inſtructo concedantur.

LIBRI SECUNDI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. III.

HACTENUS utilitatis quæſtio diſputata eſt, obſcuritatis multo major difficultas eſt reliqua: poteſt enim dici, ut jam prædictum eſt, utilitatem quidem mathematicæ certam eſſe, ſed tantis obſcuritatibus obſitam, ut ſpes aſſequendi nulla ſit. Equidem ſi mathemata obſcura eſſe negem, non ſatis verecundé dicere videar. Quis ignorat (ait orator) ii, qui mathematici vocantur, quanta in obſcuritate rerum & quam recondita in arte & multiplici ſubtilique verſentur? Nihil igitur diſſimulabo, fateor quindecim libris elementorum nihil unquam humana manu obſcurius ſcriptum eſſe: fateor etiam cum ad Euclidem pervenerim, antecedentiũ artium ſtudium, jocum & ludum non ſtudium mihi viſum eſſe: elementis veró mathematicis qui daret operam, eum ſerió ſtudere ac diſcere, hic veró eſſe μάθησιν καὶ μαθητὴν diſciplinam & diſcipulum. Nuſquam animus magis excitatus & erectus, magis ad rem attentus converſuſque, nuſquam judicium acrius, nuſquam memoria promptior conſtantiorque exigitur. Potes grammaticam & rhetoricam ita perdiſcere, ut earum quælibet opera prompté ac memoriter exequare, qui arithmeticas & geometricas commentationes prompté ac memoriter ſemoto pulvere atque abaco præſtare poſſit, hominem arbitror eſſe neminem, cujus obſcuritatis ac difficultatis argumentum illud eſt, quod ab Euclide duo feré annorum millia elementis nihil omnino detractum vel additum: quamvis ex elementorum demonſtrationibus a Theone nonnihil immutatum ſit, quamvis a ſummis authoribus alia quædam ſint elaborata, στοιχείωσις tamen eadem permanſit. Quid plura? veré quidẽ affirmare poſſum ſtudium omnino nullum eſſe, niſi mathematicum, diſcipulumque omnino nullum eſſe, niſi mathematicum. Nec immeritó principia ſtudendi, elementa diſcendi a philoſophis illis veteribus Pythagora, Platone, Ariſtotele in mathematicis eſſe conſtituta. Verumtamen, ut Plutarchus adnotavit, obſcuritas iſta ubi ſemel initio devorata ſit, ridicula videtur: & miramur id principio nobis perobſcurum fuiſſe, quod perceptum, facillimum imó jucundiſſimum gratiſſimumque accidat. Ergo labores mathematicos, ergo ſtudia mathematica demonſtrant illæ voluptates Thaletis, Pythagoræ, Eratoſthenis, Archimedis, Perſei ſacrificiis declaratæ. Verumtamen obſcuritas iſta, quæ mathematicis artibus tantopere objicitur, majorne eſt aut gravior logicæ analyſeos, aut phyſicæ acroaſeos obſcuritate? At utraque obſcuritas illa tum logica, tum phyſica in cathedris & ſcholis omnium Academiarum ſine querimonia verſatur: imó Ariſtoteles ipſe de induſtria obſcurus eſſe a ſuis interpretibus prædicatur. Quid igitur Euclidis potius, quam Ariſtotelis obſcuritas improbatur? Præmia, inquies, a regibus Ariſtoteleæ philoſophiæ, non Euclideæ mathematicæ propoſita ſunt. Et munera, inquam, utilitatum

tam variarum jam tibi ſunt propoſita: & tamen privilegia regia mathematicis artibus Platonicus Apollo aliquis imperrato, ut perinde Euclidis atque Ariſtotelis obſcuritas toleretur: & veró voti hujus compotem ſpero brevi Pariſienſem academiã fore. Quaptopter quid vetat noſtro marte adverſus iſtam obſcuritatem tanquam formidabilem pueris empuſam decertare? quin etiam certamen hoc præcipuũ alacriter expetere ac depoſcere, nedum recuſare? Etenim quo majore & illuſtriore argumento agricola agriculturam, nauta nauticam, medicus medicinam probaverit, quàm ſi aſperum agrum araverit, mare fluctuoſum navigaverit, morbum periculoſum curaverit? Omniũ porró artium difficillima & obſcuriſſima eſt mathematica, inquis. Ergo ſi logicus es, ſi perſpicué docendi artẽ tenes, quid dubitas, aut quẽ locũ probandæ artis inſigniorem expectas? hæc materies de tuis in logica ſtudiis dijudicabit. Quapropter hoc onus noſtris humeris imponamus. Et quidẽ ut fiduciæ meæ expreſſa ſigna teneãtur, volo, ut medici ſolent ante morbi curationẽ, cauſſas ipſius & ſymptomata penitus intueri, ut de remediis cõtrariis ſpes amplior animo capiatur: obſcuritas alia doctrinæ eſt, alia doctoris. Poteſt enim rerum natura, quæ præceptis traditur ſic occulta eſſe ac recondita, ut facilis effici ægré poſſit: poteſt contra doctoris eſſe culpa, neq; perſpicuo ſermonis genere loquẽtis, neq; diſtincta & facili via procedentis. Colores aliis alii ſunt obſcuriores vel illuſtriores: ſed tamen ſunt omnes certo ſitu certaq; luce viſibiles: Ita de mathematis ſtatuo eſſe, illa quidẽ acuta ſubtiliaq;, ſed tamẽ modo quodam doceri inſtituiq; poſſe, ut minore multo labore ac difficultate perdiſcãtur. Atq; id omnino ſtudium mathematicæ philoſophiæ doctoribus video propoſitum fuiſſe. Sic. n. Pythagorę Hippocrates, Hippocratis Leo, Leontis Theudius, Theudii Hermotimus, Hermotimi Euclides, Euclidis Theon ϖ.χ... retexuit & emendavit. Virtutes igitur illorũ mathematicæ procerũ æmulemur & imitemur: neq; varios Ariſtipporũ latratus pertimeſcamus. Grãmatici inquiunt rhetores, logici antea tibi in tua profeſſione diſplicuerũt: mathematici etiã modó diſplicent. Etenim vereor ne prævaricatores iſtos ad meam laudem de meo ſinu appoſuiſſe videar: attendant igitur importuni reprehenſores quid hic de mea profeſſione, deq; profeſſionis cauſſa & origine reſpondeã, pauca ex iis repetã, quæ libris aliis copioſiſſimé a nobis diſputata ſint. Socratis ſapientia, vel Apollinis oraculo notiſſima eſt, inter cuius laudes vel illa inſignis ac præcipua fuit, artiũ liberaliũ fines ad humanæ vitæ fructũ referre, ut homines his artibus inſtructi prudentius de rebus agendis deliberarent, paratiuſq; deliberatas ac promptius exequerẽtur ac conficerent: nimium in ſcholis eſſe documentorum ac librorum, id eſt, ſubtilitatum atq; argutiarum inanium nimium: nautas, architectos, agricolas non fieri altercando de præceptis nauticis, tectonicis, georgicis: ſed cũ artes breuiter intellectæ eſſent, nauigando, ædificando, arando, id eſt, opus artibus deſcriptũ faciendo & exercendo. Sic Grãmaticæ, Rhetoricę, Logicę fructũ bene loquendo, dicendo, diſſerendo metiendũ ac terminandum eſſe: mathematum quæ tum præcipué ferebantur, cognitionẽ illam quidẽ imprimis ingenuam & liberalem, ſed uſum potiorem eſſe & antiquiorẽ: arithmeticam ad mercium, ponderum, numiſmatum permutationem, metallorum rerumq; phyſicarum permiſtionem, vectigalium publi-

corumque munetum rationé ac judiciorum proportioné. Geometriam ad menſuram magnitudinum, ad architecturam urbiũ, caſtrorũ metationem, acierũ & præliorum inſtructioné: muſicam ad mores regendũ & temperandum: aſtrologiam ad nauticam, medicinam, agriculturam expetendas eſſe. Hanc Socraticam philoſophiam cum é Platone & Xenophonte didiciſſem, & in Academiã Pariſienſem induxiſſem, Socratis miſeriam & calamitatem mirabilem mihi conciliavi, judiciis omnibus, pro impudente & ignaro calumniatore, pro impio etiam damnatus: religionis enim fundamentum nonnullo, tum in ſcholaſticis ſphiſmatis collocarant: ſcrire quicquam aut loqui publicé privatimque prohibitus. Id fuit manus & linguã velut amputare: denique Socratis præter cicutam nihil nobis admodũ abfuit. Verúm Deus optimus, qui ſcit quamobrem ab ipſo geniti procreatique ſimus, judicii hujus exitum perduxit ad Henricum regem, é quo ſoluti & priſtinæ docendi ſcribendique libertati reſtituti ſumus: imó veró regia profeſſione ornati, quo non ſolúm liberius, ſed liberalius atque alacrius inſtitutam Socraticæ philoſophiæ quæſtionem perſequeremur: itaque liberali regioq; pręmio atque honore invitati diligentiam, curam, mentem denique totam adhibuimus in artiũ liberaliũ uſu exquirendo, in ſupervacuis argutiis ſecernendis. Quare, ſi dicerent reprehenſores noſtri; Petrus Ramus Grammaticorum, Rhetorum, Philoſophorũ, Mathematicorũ errores ſeveré notavit ac reprehendit, verum illi quidem dicerent. Tum veró ſi adderent, Petrus Ramus Grammaticorum, Rhetorum, Philoſóphorũ, Mathematicorũ laudes virtuteſque quám magnificentiſſimé potuit, exulit atque cõmendavit, multó verius etiam dicerent: id enim vigiliis & laboribus noſtris propoſitum præcipué fuit é via ingenuarum diſciplinarum, ſpinas, ſilices cęteraque ſtudioſæ juventutis impedimenta tollere, ut iter planum, ſimplex, expeditum, directum eſſet, quo facilius ad laudandarum doctrinarum non intelligentiam modò, ſed utilitatem & fructũ perveniretur. Hæc veræ & antiquę Philoſophiæ & Ariſtoteli ſupra Philoſophos omnes uni probatæ ſacroſancta lex eſt: amicus Plato, amicus Socrates, magis amica veritas: & tamen iſtius antiquæ philoſophiæ ſeveritas nulla unquam in arte major quam in mathematis fuit, in quibus nulla authoris cujuſquam quantũlibet præſtantis atque excellentis authoritas pro arguméto fuerit: ratione opus eſt, eaque neceſſaria, ſecus ignorantia judicatur. At grave & periculoſum certamé nobis ſubeundũ eſſe video. Euclides enim duo feré annorum millia exiſtimatur toto terrarũ orbe ab omni reprehenſione liber & ſacroſanctus fuiſſe; & ſi quid poſt homines natos ſolidę ſcientiæ comprehenſum & animadverſum eſt, id Euclidi uni acceptum refertur. Itaque Ariſtippus veritus ne reliquum calumnię ſuæ tectoriũ aperiatur, contra talem doctoré, talemque doctrinam dicere, permagnæ temeritatis planéq; capitalis inſolentiæ eſſe clamitabit. Quapropter Hegetorides ille Thaſius apud Polyænum nobis in mentem venit, Thaſum oppugnabant Athenienſes: legem juſſerant Thaſii: qui ſcripſerit fœdus cum Athenienſib. faciendũ eſſe, morte multator. Hegetorides Thaſius videns multos cives perire diuturno bellő ac fame, laqueum injiciens collo, venit in concioné. Viri, inquit, Thaſii me quidem, ut vobis libet, & quemadmodum vobis prodeſt, utimini: at reliquos & ſuperſtites ci-

ues

ves mea morte conſervate, legemq; hanc antiquate. His auditis, Thaſii & legē abrogarunt, & Hegetoridem incolumē ſervarunt. Ita mihi accidit in hanc concionē prodeunti adverſus Euclidem legib. omnibus judicio multorū mortaliū ſuperiorē, ut videar maledictorū & probrorum pondus Ætna gravius collo trahere, verū pro cōmuni mathematū ſalute maledicta & opprobria quælibet ſubeunda ſunt. Quāquam ea me dicturum confido, quæ non modò veniam facto noſtro, ſed gratiam ſempiternam mereantur. Enimverò jam de Euclide vel Theone (pro eodē enim uterque nobis eſto) tam magnificé ſentio, quam Hippocrates ſenſit de Pythagora, Leon de Hippocrate, Theudius de Leonte, Hermotimus de Theudio, Euclides de principibus illis omnibus, Euclidiſq; elementa nobilia, Thaletis, Pythagoræ, Hippocratis, Archytæ, Platonis, Ariſtotelis, & reliquorū inventa eſſe ſtatuo: neque ullum in totis elementis mathematicū Euclidis errorem propono. Nullus enim paralogiſmus, nulla ψευδογραφία, in totis elementis, nobis quanquam ſeveré inquirentibus animadverti potuit: quam laudem ſingularem eſſe profiteor, quamque nulli adhuc neque Grammatico, neque Rhetori, neque Logico concedere potui, ut in Grammatica, Rhetorica, Logica nihil falſi docuiſſet. Quomodo igitur tantus mathematicus mathemata non bene docuit? quomodo in iis inſtituendis erravit? Atqui, inquam, vel ſummis artificibus facillimum eſt in alieno artificio aliquid offendere. Viſus eſt optimus iudex colorum, at coloris ſpecie deceptus é bile mel eſſe judicabit: mel autem & fel non ſunt judicio viſus ſubjecta: tactus eſt certiſſimus judex calidi, frigidi, ſicci, humidi: at complicatis digitis ex uno lapillo plures eſſe judicabit: numerus enim non eſt tactus cognitioni ſubjectus: ſic ſummo cuilibet artifici in alieno artificio peccare facillimum eſt. Apelles ſummus pictor fuit, Philo ſingularis architectus, Tiphys eximius nauclerus: attamen facillimé labi, tum in architectura & nautica Apelles, tum in pictura & nautica Philo, tum in pictura & architectura Tiphys potuêre: Diſſimiles & diuerſæ ſunt artes: in una exercitatus, poteſt in alia rudis eſſe. Chryſippus valētiſſimus logicus habitus eſt, ut Euclides, ut Theō mathematici præſtantiſſimi, utque Chryſippus in mathematicis errare, ſic Euclides in Logicis offendere tam facile potuit. Mathematicam didicerat, Logicam non item. Et quidem vitia quædam Mathematica nominatim in Ariſtotelis Logica notantur: quæ tamen Euclides in elementis eſt ſequutus, ut certum argumentum ſit Euclidi Logicam Ariſtotelis ignotam fuiſſe. Itaque obſcuritas, quæ in Mathematicis elementis accuſatur, non eſt doctrinæ totæ, ſed magnam quidem partem eſt doctoris. Agedum de obſcuritate & difficultate Euclideæ στοιχειώσεως quæratur, neque verò quæſtio hæc eſt: imó Euclidi viuenti præſentique objecta. Quid enim aliud fuit Ptolemæi regis problema? aut quid aliud quam στοιχειώσεως obſcuritatem querebatur? Itaque regis cum Alexandro rege liberalibus diſciplinis & Mathematicis, ſummo illo doctore Ariſtotele eruditi, tum in Ægypto doctiſſimorum Mathematicorum principis iudicium cum Euclidis judicio comparetur: fac Ptolemæum vel ex Ariſtotelis ſchola, faciendarum artium leges & vias, vel á ſacerdotibus Ægyptiis etiam ſpeciatim de Euclideæ στοιχειώσεως ſtatu edoctum, id ab Euclide percunctatum eſſe, in re nihil intereſt,

quoniam & hodie idem quæri poteſt. Obſcuritatis igitur & difficultatis Euclideæ cauſſas exquiramus, & Ptolemæi regis gratia στοιχείωσιν clariorem & faciliorem veterum στοιχειωτῶν exemplo meditemur. Regius ſum profeſſor, & profeſſionis regiæ proprium fuerit regiam cauſſam, tam nobilem præſertim & ad omnia regna pertinentem, omni ſtudio diligentiaque conſiderare: & tamen quæſtionis & conſiderationis noſtræ leges ratas & confeſſas eſſe neceſſe eſt. Nam ſi qui diſceptant inter ſeſe legibus contrarii ſint, nunquam judicium rectè atque ex ordine conſtituetur. Tu Athenienſis es, ego Lacedęmonius ſum. Ambo legibus patriæ obſequuti eiſdem de rebus diverſa judicia faciemus. Hic hominũ communis error latiſſimè pervagatur. Quinque & viginti perpetuos annos pro artium veritate & utilitate adverſus infinitos mortales diſputavi: neque adhuc mihi obſtitit quiſquam, qui logicis legibus judicium ſuum conformaret: ſed ſcriptoris conſilium, voluntatem, authoritatem, & quamlibet potius vanitatem quam logicam legem reponeret. Noluit Quintilianus: Conſilium Ciceronis non fuit: Non intelligis Ariſtotelis voluntatem: ita nunc objicitur, neſcis quid Euclidi fuerit propoſitum, an tu acutius vides in conſtituendis artibus, quam præſtantiſſimi artifices & tot ſæculis conſecrati viderunt? Hanc logicam in adverſariis meis expertus ſum. At (inquam) ſi diceres, logica id non vult: conſiliũ logicæ longè aliud eſt, non tenes logicæ mentē, logica nil acutius ad rectè judicandũ, audirē philoſophi vocē. Ac iſtā ſophiſticam ad tuendũ barbatiſmũ aut ſolœciſmũ contra Gramaticæ leges factũ proferre pudeat: quæ ad graviſſimos elenchos defendendũ adverſus logicæ artis leges factos tam obſtinatè à diſſolutis neſcio quibus Andabatis affertur. Andabatę enim ſic oculis clauſis præliantur, ut iſti nullo generali & logico judicio, ſed alieno tantum ſenſu atque exemplo ad probandum vel improbandum mouentur. Hoc igitur præcipuè poſtulo, ut quæſtio certis legibus atque inter reos, quorum res nempe agitur, id eſt inter Ptolemæum & Euclidem conceſſis & confeſſis diſceptetur. Quæ ſunt igitur bene docendi leges Ptolemæi? quæ ſunt leges Euclidis? Certè prorſus eædem: Logica nempe una eſt omnium artium, omniumq; artificum cōmunis. At ne qua ſuſpicio ſubeſſe poſſit, à Proclo Euclidis patrono repetamus. Quid igitur hic Proclus ait? quas bene conſtituendæ & faciendæ diſciplinæ leges habet? Totam ſanè Ariſtotelis logicam hac de re diſputans in commentarios ſuos effudit: de materia artis, de forma artis, ſed involucris quibuſdam ſic implicatam, ut vix poſſit agnoſci. Res igitur explicetur à nobis & illuſtretur. Caput eſt Procli undecimũ totum in primo cōmentario, quæ à mathematico poſtulāda ſunt, ubi terminos mathematicæ materiæ definit. Quidquid mathematicus docebit, ait Proclus, neceſſariis rebus addicet, & iis rationibus, quæ redargui non poſſint. Illud eſt Ariſtoteli κατὰ παντὸς de omni. Deinde, ait, res cognatas & homogeneas explicabit, nec alienum quidquam aut ſupervacuũ docebit, ut rectane pulchrior quā peripheria? Illud eſt Ariſtoteli καθ' αὑτὸ, per ſe, idemq; exemplũ, ſed & illud Ariſtotelis multò clarius. Arithmetica doceantur arithmeticè, ait Ariſtoteles, geometrica geometricè: ſecus, geometricũ in arithmetica ſit ἀνάρμοστον, arithmeticũ in geometria ſit ἀσχημάτιστον. Tertio, ait Proclus, mathematicus generalia generaliter, ſpecialia ſpecialiter declarabit, ut externos rectilinei

lineì angulos æquales eſſe quatuor rectis, generale eſt: tres triãguli interiores æquales eſſe duob. rectis, ſpeciale. Itaq; illud generaliter de rectilineo, hoc ſpecialiter de triãgulo. Illud eſt Ariſtoteli καθ' ὅλου πρῶτον, univerſaliter primũ. Cõcludo igitur iſtas leges Procli de elementis mathematicis examinandis & probandis Ariſtotelis logicas leges eſſe, & ex Ariſtotelis libris deproinptas, ut elementa ſint neceſſaria, homogenea, propria: poſtremo Proclus lib. 2. cap. 7. ait, Tollendum eſt quicquid ſupervacuum fuerit: impedimentum enim id eſt doctrinæ: omnia autem eligenda quæcunque rem propoſitam complectuntur atque conſtituunt. Quare Logicæ de materia artis leges Ptolemæi & Euclidis ſunt leges: nec aliam ſyllogiſmi logicam vel Euclides vel Ptolemæus habebit, cum quæſtio de hac differentia nulla adhuc fuerit. At fortaſſe aliam univerſorum elementorum methodum, alium ordinem, aliud judicium, & ab Ariſtotelis methodo, ordine, judicio diverſum Proclus ſequitur. Minimè gentium. Sed Ariſtoteleus hic item totus eſt: valde tamen eſt confuſus & variis locis diſperſus. Sex enim diverſis capitibus hanc methodum uſurpat. Primus locus eſt lib. 1. cap. 2. é Philæbo Platonis aſſumptus de methodo, quæ intra duos terminos πέρας τε καὶ ἄπειρον finitum & infinitum mathematicam complectatur. Illud enim πέρας eſt in Ariſtotelis organo γενικώτατον generaliſſimum: ἄπειρον verò ἄτομα individua ſignificat, quorum intermedia ſunt ὑπάλληλα ſubalterna. Hæc, inquam, mutatis verbis apud Platonem methodus eſt Ariſtotelea. Secundus Procli locus eſt lib. 1. cap. 3. quod pulchritudo & ordo ſit mathematum communis: ubi proponitur μέθοδος ἀναλυτικὴ & συνθετικὴ a notioribus ad ignotiora, & ab iis ad illa reditus. At prior illa à notioribus ſola univerſæ eſſe diſciplinæ poteſt, poſterior unius tantúm elementi & ſingularis quæſtionis eſſe poteſt, ita tamen ut elenchus ſit in doctrina, quia ab ignotioribus progreditur. Atque unica eſt doctrinę methodus, ſicuti in logica ad caput de methodo adverſus Galenũ & reliquos Ariſtotelis interpretes copioſé diſputatũ eſt a nobis. Tertius locus l. 1. ca. 4. nomine primæ philoſophiæ, quæ cæterarum artium principia conſideret, ubi & eadem illa methodus multiplex mutatis verbis valde obſcuratur. Quartus eſt lib. 1. cap. 7. de viribus mathematicæ, ubi primus de duobus terminis locus, & ſecundus de methodis repetitur verboſé admodum. Quintus locus eſt lib. 1. cap. 4. ſumptus é republ. Platonis, quod dialectica ſit τειγκὸς καὶ σύνδεσμος vallum & vinculum mathematum, ubi ſuperiorum plurima eadem rurſus accumulanrur. Sextus locus eſt lib. 2. cap. 2. in multitudine methodorum ἀναλυτικῆς, συνθετικῆς, ubi ἀποδεικτικὴν addidit & ὁριστικὴν demonſtrativam & definitivam, quæ ſingulorum elementorum logicam indicant, non complectuntur univerſæ συγχωρήσεως formam, de qua ſola modò quæritur. Definitio enim & demõſtratio non eſt unica totius artis omniumq; partium, ut eſt unica methodus & unica forma, & tamen de apodictica Ariſtotelis quàm horribile commentum ſit, in apodicticis ipſis copioſé dictum eſt à nobis: ut demonſtrationis (quam ſomniaſſet Ariſtoteles) neque materia neq; forma eſſet ulla, utque omnium liberalium artium teſtimoniis & exemplis refellatur. Quamobrem de doctrinæ ordine & via, id eſt methodo, Proclus cum Ariſtotele conſentit, legeſq; bene conſtituendæ & faciendæ artis Ariſtoteleas probat & laudat, quod etiam poſtea magis intelligetur: Et ſi

Proclus omnino de iis legibus taceret,imó veró etiam ſi diſſentiret: attamen ſi be-
ne loqui vis,Grammaticæ bene loquendi:ſi bene dicere vis, Rhetoricæ bene dicē-
di leges tibi ſervandæ ſunt:Ita ſi bene docere vis, bene docendi ars tibi tenenda eſt.
Atqui ars illa docendæ artis logica ſingularis & unica eſt,neque exceptioni ulli vel
excuſationi contra leges illas ullus locus eſſe poſſit:numeratio vel dimenſio contra
leges vel arithmeticæ vel geometriæ facta,nunquā arithmetica vel geometrica di-
cetur,quacunq; de cauſſa paralogiſmus aut ψευδογραφία cōtigerit. Sic doctrina cōtra
catholicas logicæ leges informata,logica haberi nullo modo poſſit,quácunq; elen-
chi & ſophiſmatis occaſionē prætexueris,nihil conſiliū, voluntas, libido , authori-
tas hominū cōtra leges iſtas audiēda ſit: logica perpetuis analogiis conſtat,anoma-
lias nullas habet,neq; authoritas rationis, ſed ratio authoritatis regina dominaque
eſſe debet.Bene itaq; res habet,atq; hoc nobis fundamētū eſto, fundamētū inquā,
é legib.partiū cōſenſu receptis atq; approbatis poſitū & locatū. Matheſis legitima
cōplectitur mathemata neceſſaria,homogenea,propria, ordineq; á natura priorib.
diſpoſita.Lex iſta eſt inſtituti inter Euclidē & Ptolemæū judicii,hæc ſyllogiſmi eſt
propoſitio.Agite dū aſſumptio cōſideretur.Si nihil Euclides in elementis & ſingu-
lis & univerſis contra leges iſtas aberravit,regiā viam tenuit. Sin multa in ſingulis,
plura in totis & univerſis ab eo cōtra has leges cōmiſſa ſunt, Ptolemæus iure aber-
rantē in viā revocabit.Id igitur attētis animis agatur.Proclus paratū ſe atq; alacrem
præſtat in aſſumptionis hujus aſſertione , omninoque profuſus eſt in Euclidis non
dico excuſatione,ſed exornatione & cōmendatione. Sic logicā ejus extollit atque
exaggerat,ut delectus vel ordo accuratior in elemētis optari poſſe non videatur.Et
quidem de ſcholis omnium artium ac profeſſionibus nulla conſtantiorē logicā ut
prædixi,tenuit quám mathematica:ſola matheſis errore falſitatis in totis elemētis
caruit:de grammaticis,rhetoribus,logicis id affirmari non poteſt. Mathematici ve-
rum ſibi confirmandum religioſé propoſuerunt , legemq; illam de logicis primam
κατὰ παντὸς ſanctē coluerunt:attamē præter eam legē nullā admodum coluerunt. I-
taq; laudes quas Proclus cōmemorat,neq; poſſit neq; velit Euclides agnoſcere. Rē
confuſius ab eo deſcriptā diſtinguemus,& gradatim perſequemur , expendemuſq;
in ſingulis rebus non ſolúm Euclidis,ſed Procli judicium:multis enim nugis hic in-
terpres elementa mathematica referſit,quarū præcipuas breviter attingam. Primo
loco quæſtio eſt de origine mathematū.Proclus verboſiſſimé diſputat li.2.ca.4. &
6.adverſus Platonē & Ariſtotelē mathematicas artes ab hominibus ſenſuum bene-
ficio neq; obſervatas neque inventas eſſe,ſed á natura inſitas & ingeneratas , quia á
ſenſibus nulla accurata & invincibilis ratio demonſtratioq; oriri poſſit,quia ſenſilia
ſunt poſteriora intelligibilibus,quia mens eſt nobilior ſenſu & præſtantior.Pytha-
goras ſummus philoſophus fuit,ut antea patuit, ſed quod de Platone & Ariſtotele
dictum eſt,non ſemper Pythagoras:mentem pſychoſin immortalium animorum é
corporibus aliis in alia corpora commentus eſt:unde abſurda permulta ſunt conſe-
cuta,ut iſta ſunt,quæ modó Proclus commemorat.Proclus igitur pythagoreorum
ſomnia verboſiſſimé ca.1.lib.2.repetit:unde concludit animum mathematici ge-
neris authorem parentemq; eſſe,qui á divina mente delibatas omnium rerum ſpe-

cies

cies non ſolúm mathematicas acceperit. Itaq; mathemata ſingularibus formis antiquiora eſſe in animis, neq; ut Ariſtoteles putavit, animum hominis eſſe tabulam nudã, ſed mathematicis rationib. pictã & ornatã, ſeq; ſuapte natura pingẽtẽ & formis omnib. exornantẽ. Sed .n. iſta Procli argumenta valde jejuna ſunt, & in analyticis primó, deinde multó copioſius in metaphyſicis refutata, ubi hac de re abũdé dictum eſt à nobis é ſentẽtia Platonis & Ariſtotelis, animo facultatẽ omnium rerum percipiẽdarum á Deo & natura datá eſſe, ut oculo facultatẽ omnium colorum cernendorũ, non aũt animo formas rerũ: ut nec oculo ſpecies colorũ: ut tamẽ Pythagoras nimium videtur iſtã percipiendæ diſciplinæ in animis noſtris facultatẽ auxiſſe, ſic Ariſtoteles fortaſſe imminuiſſe nimium: præſertim cum Ariſtoteles ipſe naturales virtutes & naturalẽ logicã dicat, ut nõ tantũ facultates virtutũ & artium, ſed initia quædã & ſemina noſtris animis attribuat: nec animus tabula plané nuda ſit, ſed pigmẽtis etiã quibuſdã & lineamẽtis naturaliter aſperſa. Quare pythagoreis hic nonnihil ignoſco animi immortalitatẽ, proindeq; divinã facultatẽ pauló cupidius efferẽtibus: Procli veró elẽchũ improbo, qui melioris ſentẽtiæ juſtioriſq; judicium á Platone & Ariſtotele propoſitũ repudiarit. Verũtamen Proclus etiam novum ad hanc quæſtionẽ argumẽtum attulit ad Pythagoreã .n. ἀνάμνησιν, recordationẽ nominis etymũ retulit: li. 1. ca. 15. Hoc aũt ipſum mathematicæ & mathematũ nomẽ, quærit undenã á veterib. inditũ his diſciplinis dixerimus, & quamnã probabilẽ rationẽ habẽt? Reſpõdet nõ vulgo id nomẽ, ut cætera, factum eſſe, ſed á Pythagoreis impoſitũ é recordationis argumẽto, quod omnis quæ dicitur diſciplina, recordatio eſt. ſed ea præcipué, quæ matheſis appellatur, quæq; æternarũ in animo rationũ recordatio, & propterea mathematica præcipué nominata eſt, ut quæ cõferat notiones ad earũ recordationẽ. Hæc Proclus, cui ſatisfactio eadẽ erit, quæ fuit de origine mathematicæ. Recordatio iſta adhuc in nemine tã felix invẽta eſt, ut ejus beneficio ſine ſtudio & labore ars ulla præciperetur. Nomen verò ipſum pro arbitrio factum eſt, nec ulla quidẽ initio excellẽtia, ſed proprietate: ſolæ .n. multis ſeculis artes mathematicæ fuerunt. Grãmaticæ principia ad Ariſtotelẽ & diſcipulum ejus Theodectẽ referuntur. Rhetoricã primus Corax & Tiſias excitavere. Logicæ inventionem Plato refert ad Prometheum: Ariſtoteles Zenoni attribuit, qui cum Socrate diſputat in Parmenide Platonis. In logico organo Ariſtoteles ipſe licet falſo, attamen logicã ſibi vẽdicat, ſicut in rhetoricis inventionẽ & actionẽ. Superiorib. igitur illis tẽporib. mathematicæ diſciplinæ, ſolæ diſciplinæ pueris in ſchola tradebãtur, & ideo μαθήματα diſciplinæ vocabulo generis appellatę: atq; mathematis perceptis, tum reliquæ ex his deductæ diſciplinæ phyſica & ethica percipiebãtur, ut antea patuit: nomen etiam fortaſſe poſtea propter diſciplinæ ſubtilitatem & acumen remanſit, quod apud Vallã Anatolius videtur dicere, cũ ait mathematicas inde nominatas, quod p̃ cæteris artib. doctoris interpretiſq; lumẽ requirãt, vixq; niſi magiſtro pẽũte perdiſcãtur. Sed quid plurib. argumẽtis q̃ſtionẽ hãc diſputare neceſſe eſt? nõne totus liber primus expoſitorum mathematicorũ, induſtriæ, laboris, diligentię exẽplis uberiorib. nõ ſolum adverſus Proclũ, ſed é Procli imprimis authoritate deprõptis, docuit mathematicas artes á ſẽſu, inductiõe, experientia ad animũ p̃fectas, nõ ani-

mis noſtris ingeneratas, nec beneficio recordationis alicujus beatæ excitatas eſſe? denique advenas eſſe non indigenas? Itaque patiatur Proclus é pythagorea ſchola in academiam lyceumque ſe teduci, & Platonis hac in re Ariſtoteliſq; philoſophiá potius amplectatur. Nihil eſt hic κατὰ παντός, nil καθ᾽ αὑτό, nil καθ᾽ ὅλου πρῶτον, leges denique poſitæ à mathematis iſta rejiciunt. Conſimilis apud Proclum quæſtio eſt, quo de genere artis ſit mathematica, ad cujus quæſtionis explicationem diſtinguitur artis judiciiq; differentia á Proclo é Platonis philoſophia, & ex Ariſtotelis conſimili in methaphyſicis doctrina triplex lib. 1. cap. 1. Prima νόησις intelligentia æternorum, incompoſitorum, impartibilium, individuorum, qualis theologia ſit: Secunda δόξα opinio mutabilium & variis compoſitionum diviſionumque modis ſubjectorum, ut phyſica: Tertia διάνοια ratiocinatio, quæ ſit inter utramque media & quodammodo particeps ambarum: rerum quippe æternarum atq; immutabilium, variis tamen demonſtrationum viis ad ſcientiam pervenientium, acceſſionibuſque & decretionibus, diviſionibuſque & intervallis obnoxiarum, qualis eſt mathematica. Denique νοητὰ intelligibilia divinis, διανοητὰ, tanquam diceres, ratiocinabilia, mathematicis: δοξαστὰ & opinabilia phyſicis attribuuntur, quod rurſus alia Platonis partitione á Proclo diſſeritur lib. 1. cap. 5. & 6. quód alia ſunt νοητὰ, & intelligibilia, alia αἰσθητὰ & ſenſibilia: ſed illa vel ſimpliciter eſſe νοητά, ut divina, vel διανοητὰ, ut mathematica: itemque hæc vel ſimpliciter eſſe. αἰσθητὰ vel εἰκαστὰ imaginabilia. Eadem differentia cognitionis & judicij repetitur toto cap. 10. lib. 2. ex qua utraque partitione Proclus concludit mathematicam eſſe diſciplinam διανοητικὴν ratiocinativam: judicioq; τῇ διανοίᾳ & ratiocinationis dijudicari. Hæc Procli quæſtio eſt, hęc ad quęſtionem Procli é Platone & Ariſtotele reſponſio. Sed enim ſcholaſtica & quæſtio & quæſtionis explicatio, verboſa magis eſt & arguta in mathematicis, quam conſtans & logica. Etenim Procle doctiſſime, mitte ſplendida iſta nomina Platonis & Ariſtotelis, mathematicé mecum agito, rem per ſe conſiderato. Plato & Ariſtoteles magni quidem illi philoſophi ſunt, ſed tamen non ſemper magni: neque Plato, ut dixi, ſemper Plato: nec Ariſtoteles ſemper Ariſtoteles. Primum quid hic mathematicę proprium doces? quid non commune omnium artium? Certé nihil. Idem enim de grammatica, de medicina quæri poteſt: Tum veró quod ais mathematicam eſſe διανοητικὴν, non autem νοητικὴν, non δοξαστικὴν, vehementer erras. Singularum enim artium inſtitutio poteſt illam triplicem vel quadruplicem judicij diſſimilitudinem capere. Nam cum principia per ſe clara manifeſtaque conſiderantur & judicantur, νόησις eſt, cum ex his alia demonſtrata & concluſa judicantur, διάνοια. cúm in exemplis uſus ipſe non perinde certus eſt, δόξα vel αἴσθησις: & ſic Ariſtoteles ipſe licet alibi aliter, attamen in poſterioribus analyticis, unde tam multis in unum cõmentarium translatis, magnificus videri vis, νόησιν, διάνοιαν, δόξαν uſurpat. Et quidem ſingulorum elementorum, ſi per ſe manifeſta ſunt, judicium νόησις eſt & enuntiationis ſolum: item ſingulorum exemplorum, ſi protinus manifeſta ſunt, judicium δόξα, vel enuntiationis tantum. In cæteris elementis dubiis διάνοια & ſyllogiſmus eſt. Quin etiam in concluſionibus demonſtrationum judicium eſt συλλογιστικὸν & διανοητικόν. Itaq; Proclus ab Ariſtotele refellitur, á veritate ipſa clara & manifeſta refellitur: imo veró

Proclus

Proclus á ſeipſo refellitur: ſic enim poſtea mathematicas demonſtrationes triplices facit, τὰς μὲν νοεροτέρας, τὰς δὲ διεξοδικωτέρας, τὰς δὲ καὶ δόξαις ἐφαπτομένας, alias intelligẽtię pleniores, alias ratiocinationi conjunctiores, alias viciniores opinioni: ne alio nobis argumento Proclus refellẽdus ſit quàm Procli ipſius authoritate & teſtimonio. Quare iſta quæſtio, ut ſuperiori proxima, ſophiſticam ſpeciem & inanem habet, dupliciterq; é mathematicis artibus explodendam, nõ ſolũ quia ſit artium omnium cõmunis, neque ideo καθ' ὅλου πρῶτον legem teneat, ſed multò maximé quia fallax & captioſa, primæq; legi κατὰ παντὸς præcipué repugnet: verùm Procli reliqua perſequere. Euclides ab eo nunc geometra, nunc στοιχειωτής, tanquam diceres elemẽtator, appellatur, per excellentiam videlicet, ut poetæ nomine Homerum, ſic geometrę appellatione Euclidem intelligamus: Appelletur ſané ut poeta princeps poetarum, ſic geometra princeps geometrarum, laudo: ſed quiſnam hic ſit, requiro. Quid tum deinde? elementum, ait Proclus lib. 2. cap. 7. tribus modis dicitur. Primó ut literæ in grammatica dicuntur elementa, unde ſyllaba, dictio, oratio componitur: ſic geometriæ principia dicuntur elementa, unde cætera deducuntur: Secundó elemẽtum dicitur, unde aliud confirmatur, ſic antecedentes propoſitiones ſunt elementa cõſequentium. At, inquam, iſta ſignificatio ſecunda comprehendit etiam primã. Tertió elemẽtum dicitur, in quod cúm ſit magis ſimplex, compoſitum reſolvitur, quomodo Euclidis elementa facta ſunt. At veré tertius hic modus cum primo convenit nec poteſt elementis Euclidis convenire, quia ſic ſola principia dicerentur elemẽta non autem propoſitiones. At totum opus elementorum nomine inſcribitur, non principia ſolum, nec Euclides, opinor, στοιχειωτής appellari velit á ſolis principiis: fallitur itaq; Proclus in nominis & tituli ratione, ſicuti falſus & deceptus eſt in mathematum origine & genere. στοιχεῖα igitur, id eſt elementa, á Platone primum, ut dictum eſt, deinceps á cæteris nominata ſunt præcepta de numeris & figuris, quia é Pythagoræ, Platonis, Ariſtotelis ſententia plurimarum poſtea diſciplinarum principia eſſent, ut aſtrologiæ, opticæ, muſicæ, phyſicæ, univerſæ denique politicæ. Et ſic maximus in προθεωρίᾳ, τὰ στοιχεῖα vocat εἰσαγωγὰς introductiones. Atque hic Euclidem non attingo: de Proclo Euclidis patrono tantùm loquor. Hæc igitur de titulo & inſcriptione operis. Cauſſa obſcuritatis deinceps é materia & forma στοιχειώσεως univerſæ diſceptetur, é materia primo ſingulorum elemẽtorum, ſingularum demõſtrationum. Enimveró, ait Proclus lib. 2. cap. 4. 5. 7. Euclidis judicium totis elemẽtis admirabile fuit: Modi elementorum inſtituendorum permulti, & valde differẽtes diverſis authoribus placuere. Euclides optimũ ſelegit. Audio, inquam, ſed duo contraria vitia ἔλλειψιν defectũ primó, deinde ὑπεροχὴν exceſſum & redundantiã, noſtris illis catholicis bene docendi legibus contrariam in στοιχειώσει Euclidis video. De ellipſi primúm agatur, quam Proclus etiam videtur in laudibus Euclidis numerare. Non omnia, ait, ſibi ſumenda exiſtimavit, quæcunq; dicere poterat, ſed ea tantùm delegit, quæ poterat in élementa concludere, quam opinionem video recentioribus geometris ad Euclidem ſaltem excuſandum vulgo placuiſſe. Sic. n. Campanus ad 6. p. 12. ait Euclidem ſolis elementis contentum multa prætermiſiſſe, quæ quá-

viſ eſſent ex elementis conſequentia, tamen à ſtudioſis ſine difficultate non perciperentur. Itaq; cenſet Proclus non modò ab omni reprehenſione vacuum & liberum Euclidem fore, quod multa prætermiſerit, ſed laudem habiturum. Atque hæc Ptolemæo adverſus Euclidem jam cauſſa eſt, non adverſus Proclum. Quare quiſquis hæc legis, animum erige, omnemque mentis intelligentiam exuſcita, ut de tãta re graviter ſeverè conſtanterque judices: ἐκλογή, ut loquitur Proclus, delectus Euclidis animadvertatur. Ponatur ante oculos communis lex illa ſyllogiſmi futuri propoſitio. Logicus in ſcientiis delectus definitus eſt a Proclo, & quomodo ſunt conſtituenda elementa ex lege pactus eſt nobiſcum, nempe ut κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθόλου πρῶτον ſit unumquodque documentum, taliumq; unumquodq; & ſolum deligatur, contrarium omittatur. Excuſatio contra vel exceptio cujuſcunque vel conſilii, vel voluntatis, vel authoritatis, vel argumenti cujuſvis nulla audiatur. Analogia hic perpetua eſt ut dixi, nulla eſt anomalia: hanc igitur materiam στοιχειώσεως urgeamus, ſubducatur ad iſtas logicæ leges Euclidis delectus, ellipſiſque & prætermiſſio conſideretur, & quænam ſint iſta, quę Euclides ſciẽs prudenſque velut ab elementis aliena prætermiſerit. Sed ſingula genera ex arithmeticæ geometriæq; partibus ſubducantur, quæ in elementis eſſe debuerant, quæque eſſent neceſſaria, cognata, propria, intelligentur quæ deſint: Mathematicæ definitiones in elementis multæ ſunt, nonnullæ etiam ſunt prætermiſſæ: Partitio autem in totis elementis, quod equidem vehementer admiratus ſum, legitima partitionis ſpecie prorſus nulla. Numeratio communis de additione, ſubductione, multiplicatione, diviſione nulla eſt ſimplicium numerorum integrorum, fractorum, item comparatorum. Comparationum in rationibus genera & ſpecies tribus tantùm definitionibus multiplicis partis, partium comprehenduntur, aut ne comprehenduntur quidem. Proportio arithmetica nulla eſt: quæ tamen omnia ſunt neceſſaria, cognata, propria. In ellipſi autem arithmetica numerat Proclus Apollonii perturbatas rationes, quas perinde tueri vix auſim. Ergo iſta eſt ellipſis arithmetica. Quid è geometriæ partibus, quid Euclides in iſtum delectum non adhibuit? Nihil adhibuit, ait Proclus, de variis generibus linearum & angulorum, & certè nihil adhibuit de lineis curvis, qualia & Archimedes περὶ ἑλίκων: qualia & Nicomedes περὶ κογχοειδῶν: qualia Geminus περὶ σπειρικῶν. Non adhibuit fabricam trianguli æquicruri & varii, ait Proclus: Verùm & alia multa à poſteris de triangulis animadverſa non adhibuit, quæ ſunt in quinque libris à Regiomontano ex variis authoribus recollecta. De ſuperficiebus planis tantũ præcepit: de rotundis & miſtis, deque earum lineis & affectionibus tacuit. Stereometriam in ſolidis corporibus perexiguam propoſuit. Hypſicles duos Euclidi ex Apollonio libros adjecit: Archimedis libri duo ſunt, de ſphæra & cylindro, de ſphæroidibus & conoidibus, de quadratura parabolæ: Theodoſii tres de ſphæra: Apollonii quatuor de conicis: Sereni duo de ſectione cylindri, quot & quantas res hic addiderunt? Quare tot ac tanti authores Euclidis ſtudium non æquarunt modò, ſed multis modis ſuperarunt. Nullum enim Euclidis inventum ne a Proclo quidem ipſo commemoratur. Solæ demonſtrationes Euclidi attribuuntur. Nihil verò eſt è tam multis ab Euclide prætermiſſis, ſi non partibus omnibus, ſaltem genere

acte ipſo non κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθ' ὅλου πρῶτον. Deinde elementa dicis matheſeos tanquam rudimenta, quæ vulgò grammaticis appellantur. Quid igitur in Euclidis elementis faciet puer rudis & ignarus additionis, ſubductionis, multiplicationis, diviſionis, quid, inquam, rudimentis illis atque elementis ignoratis faciet? Quare qui laudat Euclidem quod hæc omnia contempſerit, quomodo defendet eos qui addiderunt? Faceſſat igitur iſta laus, & confiteamur in hac ellipſi magnam prorſus eſſe obſcuritatis cauſſam. Neque verò exceptionem Ptolemæus audiet, quod noluerit hæc Euclides, quod illa ſola voluerit Euclides: Voluntas enim Euclidis ad bene docendum pluris logico nunquam fuerit quám catholicæ bene docendi leges: Neque Euclidis nomen pro demonſtrationis argumento in elementis ipſis adhuc á Theone appellatum eſt: neque inter illas pactas & conſtitutas leges, in quas conventum, in quas juratum eſt, voluntas aut conſilium aut authoritas Euclidis recepta eſt. Ego verò viam iſtam inficiabor eſſe regiam, neque inficiationem noſtram Ptolemæus improbabit. Euclides igitur potius á nobis laudetur, ut Thales a Pythagora, Pythagoras ab Hippocrate, cæterique illi doctores á ſectatoribus & æmulis ſuis laudati ſunt. Quod igitur Euclides potuit, laudo: quod non potuit, quod ignoravit, rejectum ab eo deſpectumque equidem non arbitror. Reddantur igitur elementis tam multa aut ſaltem ex his neceſſaria, cognata, propria, erit via ad mathematicam plana, ſimplex, directa, ideoq; magis compendiaria, quam Euclidis στοιχειώσεις tot interjectis præcipitiis interrupta. Quid multa? Via hæc regia erit, illa non erit: Ariſtippos, Epicuros nihil metuo: nihil enim de totis rebus iſtis omiſſis intelligunt: mathematicos potius rebus ipſis inſtructos, logica deſtitutos vereamur. Sed matheſis eſt ἀπαθής, veri tantúm eſt amans & ſtudioſa, á receptis legibus oculos non deflectit, eoque duntaxat intentas omnium mathematicorum mentes eſſe confido. Quare prætermiſſa illa obſcuritatis minimé prætermiſſæ argumenta prætereamus, redundantium, quæ multò plura ſunt, obſcuritatem multò majorem attendamus: de redundantia in elementis primúm dicamus: ea duplex eſt, altera logica, altera mathematica. Logicam dico quæ temeré ex logicis in mathematicam accerſita eſt, qualis redundātia eſt partim é Proclo, partim ex Euclide. Ergo Procli τὴν ἐκλογὴν anté examinemus. Multa enim Proclus in cōmentariis cōmentus eſt ex ſeſe, vel ab aliis elemētorum interpretibus commenta ſibi vēdicavit, quæ non ſolúm in mathematicis elementis, ſed in logicis ipſis, unde traducta ſunt, plané ſophiſtica ſunt & nugatoria, ut ſcholæ de talibus nugis logicæ plenius expoſuerunt. Quare in ſingulis breviter & ſuccincté artificium Procli perſtringatur. In enunciatis veró Euclidis explicandis ſubtilis prorſus artifex eſt, dum quæſtionum, principiorū, propoſitionū, cōverſionum differentias perſequitur. Proclus igitur ad primá Euclidis propoſitionem: Omnia quæſtionum genera adhibet Euclides, ait. Quærit enim an eſt, quid eſt, quale quid eſt, propter quid eſt. At Procle diligentiſſime Euclides nuſquā quærit an ſit, aut quid ſit linea, ſuperficies & corpus, ſed ſine quæſtione docet & definit: problemata quidem quæſtiones quædam vidētur eſſe, quomodo fabrica cōſtituēda ſit, ſed vanitas iſta mox apparebit: & tamē problemata iſta affirmant non dubitant. Quamobrem, autem nullo in elemētis loco quæri-

tur. Commentum hoc ex Ariſtoteleæ demonſtrationis commento Proclus huc attulit:non obſervavit ex elementis Euclidis,in quibus nuſquam quęritur διότι,ſed ὅτι tantum concluditur. Perge igitur, totum hoc negotium eſt alienum,negotium veró obſcuritatis plenum,mathematicæ artis inane. Age veró, quid ſequitur? Proclus lib.2.cap.8.principiorum genera diſtinguit in hypotheſes,poſtulata, axiomata:quomodo definitiones facit Proclus ſuppoſitiones, & tria principiorum genera in elementis ita diſtinguit. At iſta diviſio principiorum, licet nobis diutiſſimé nondum ejus fuco in mathematicis explorato placuerit,tandem tamen aliquando valde diſplicuit. Definitiones enim,diviſiones,& propoſitiones quævis aliæ per ſe manifeſtæ admittũtur in diſciplinis,nõ poſtulati,vel axiomatis,ſed ipſo tantũ ſuę claritatis & perſpicuitatis nomine:Et ſi quã utilitatẽ ea partitio haberet,in omnib.artib. parẽ haberet. At in nullius artis conſtitutione diſcrimẽ illud adhibetur, & ab Euclide tantũ adhibetur primo libro, in cęteris poſtea libris contempta eſt iſta principiorũ differẽtia. Archimedes initio iſorrhopicorũ vocat αἰτήματα pro axiomatis, ut Geminus adnotavit: totamq́; hanc bellam principiorũ differentiã pro nihilo habuit: Euclides ipſe uno nomine in opticis & captotricis hypotheſes nominat quæcunq; principia. Hæc ſecunda obſcuritatis in Procli delectu redundantia eſt:Euclidi veró propoſitio proprié eſt enunciatio dubia & demonſtrabilis. Propoſitio,inquit Proclus,habet duas partes,datum & quæſitum:ut,Super data recta; triangulum cõſtituere:hic datur recta; quæritur conſtitutio trianguli: At propoſitio,inquam,ſæpe nullum datum habet, ut 10 p 4, ut ait Proclus idem,& datorum apud Euclidem ipſum geometria quod aliquid detur ratione; ſitu, magnitudine, ſpecie, alio tempore cujuſmodi ſit conſiderabitur: quare partitio nugatoria eſt. Perge, propoſitio, ait lib.2.cap.8.. eſt Euclidi problema vel theorema. Problema, eſt propoſitio quæ proponit aliquid invenire & machinari, ut invenire maximam menſuram, ſecare lineam,conſtituere triangulum, deſcribere quadratum, & ſimilia in magnitudinum additione, ſubductione, contractu, ſectione, poſitione,applicatione: & quidem proponit enunciatione tantum imperfecta. Proponit enim poſſibile eſſe invenire,ſecare, conſtituere, deſcribere,verbumque δυνατὸν, id eſt poſſibile interdum adhibet, ut 18 & 19 p 9. Itaque talis propoſitionis explicatio demonſtratione continetur. Theorema veró cognoſcere demonſtrareque ſtatuit inventæ & conſtitutæ rei qualitatem. Itaque Euclides iſtam differentiam ſingulariter videtur obſervare,& in concluſionibus problematum dicere, quod feciſſe oportuit: quia in problemate fiat, in theoremate demonſtretur aliquid. Hæc á Proclo differentia mathematicis adhuc valde placuit. Sic initio tertii libri proponitur á Pappo, ſic vulgo a mathematicis problemata, ſic theoremata nominantur: At inanis eſt planeque ſophiſtica, nec ab Euclide ipſo obſervata, qui ſæpe in eodem theoremate,ut ſecũdo & ſexto libro, & deinceps aliis libris & fabricam & fabricæ proprietatem proponit:imó definitione nonnunquam iſtam fabricam tanquam per ſe manifeſtã cõprehendit,ut in circulo,ſphæra,cono,cylindro. Neq; fere ulla in totis elemẽtis Euclidis fabrica eſt,quę diſertis verbis expreſſa,poſtulãda non fuerit. Quapropter Euclides in illis definitionibus, materiam fabricandi & machi-

nandi ſatis oſtendit non eſſe problematis propriam: imó veró aliquando problematis materiam ſpecie theorematis, Euclides ipſe proponit, ut 1 p 7, ut 8, 9, 10 p 8, ut 11, 12, 13, 18, 19 p 9: ubi proponit inventionem mediorum poſſibilem, quod problematicum eſt: Inventionem autem ipſam non proponit. Ita de problemate fecit imperfectum theorema: contrà in 1 p 7. é problemate fecit theorema integrum. Quin differentiam illam clauſularum, quod feciſſe, quod demonſtraſſe oportuit, Euclides ipſe valde ridiculam oſtendit, cum in illo 1 p 7. problemate theorematicé propoſito dicat, quod demonſtraſſe. At in 2 p 7. ubi problema item problematicé propoſitum eſt, dicit etiam, quod demonſtraſſe: in 3 p 7. ubi problema item problematicé propoſitum eſt, dicit, quod feciſſe. Denique in hac differentia nihil aliud poſſis animadvertere, quam Euclidis à vero & logico doctore differentiam. Quin Euclides ipſe in Opticis 18, 19, 20, 21. problemata, quæ dicuntur in elementis, Theorematum nomine appellat. Enimveró poſt Euclidem, Archimedes bellam iſtam problematis & theorematis differentiam, non re, ſed verbis tantúm conſtare docuit ſecundo de ſphæra, ubi ait ſe é problematis theoremata feciſſe, tanquam materies una eſſet, ſed orationis formâ diſcreparent, cum problema breviter & imperfecté proponatur, theorema plena enuntiatione comprehendatur. Quin Archimedes in quadratura parabolæ, theorema nudis exemplis tantúm propoſuit, nulla omnino propoſitione expreſſa. Quænam igitur occaſio talis confingendæ differentiæ fuit? Sané difficultas orationis, in cujus ſtudio minus eſſent exercitati, videtur mathematicos rerum ipſarum cogitatione vehementer occupatos ad iſtam problematis & theorematis differentiam adduxiſſe. Sic Archeſtratus ait apud Athenæum Pythagoreos tacuiſſe inopia verborum: & quidem verborum & orationis difficultas in Euclide, Archimede, Apollonio, Theodoſio, cæteriſque tanta plerumque eſt, ut é rebus divinanda ſit orationis intelligentia. Quin etiam plerumque videas in problematis tantam eſſe, non geometricam lineamentorum, ſed grammaticam verborum difficultatem, ut de ſummis difficultatibus pertinacia noſtra devoratis, hæc una imprimis facile mihi videatur. Tam ſæpe Euclidi & Theoni Ariſtarchi grammaticam optavi: tam ſæpe geometras Cratylo comparavi: ut enim philoſophus ille digitis, ſic geometræ radiis potius & literis quâ verbis locuti ſunt, ita mathematicis grammatica inventa eſt, quæ non aures auditu & ſonis, ſed oculos viſu & pigmentis inſtitueret. Verùmtamen pleriſq; locis etiam problematis cauſſam deprehendi: Studium demonſtrandi, ut poſtea plenius exponam, inſanum quoddam in mathematicis fuit ſcholis: Neque tamen ſi diſertis verbis problema eſſet expreſſum, quicquam demonſtrandum ſupererat. Itaque problematis epigrãma demonſtrationum cauſſa factum eſt: quæ cauſſa eſt etiam abſurdior ſuperiore. Illic inopia tantúm orationis, hic vanitatis copia arguitur. Quare cum differentia problematis & theorematis rebus ſubjectis nulla ſit, ſermonis difficultate ſublata, ſi quis oratione plena propoſitiones omnes in elemẽtis propoſuerit, ſuſtulerit magnum artis impedimentum. Quod Archimedes in paucis fieri poſſe docuit, & nos ejus exemplo in omnibus idem tentavimus. Itaque appellato omnes propoſitiones theoremata, ut Speuſippus, Amphinomus, Archimedes, Theodoſius, é recen-

tibus item Vitellio fecére, vel problemata, ut Menechmus dicitur appellaſſe. Sic.n. veterũ alii, ut Pappus tertii libri initio docuit, nominarunt omnẽ propoſitionẽ ꝓblema, alii theorema, nihil in ſcientia intererit. Si non partẽ propoſitionis, ſed totũ una oratione propoſueris, magnũ mathematicis emolumentũ, & ad intelligentiã & ad memoriã attuleris. Quare tota iſta problematis & theorematis differẽtia, ſcholaſtica & cõmentitia eſt, mathematica nõ eſt, neq; tamen iſtã in delectu tertiã redundantiã Procló ne an Euclidi potius attribuã, ſatis intelligo, cũ in totis elemẽtorũ libris Græcé editis ea differentia nuſquã ſit, alterutrius tamẽ eſſe neceſſe eſt, utrilibet igitur aſſignato. Poſtrema apud Proclũ de enuntiatis laudis Euclideæ cõmendatio eſt converſarũ propoſitionũ. Varias, ait Proclus, cõverſionũ ſpecies Euclides habet modó ſimplices, modó cõpoſitas, modó tota totis convertentes, modó tota partibus, modó contra quaſdam partes quibuſdam partibus. Antea Proclus laudavit in Euclide varias differentias propoſitionũ: nunc converſionum genera ſimili commendatione proſequitur. Hæc una laus fortaſſe ſuperiora illa tam multa redundantiæ ſophiſmata diluet. Audiamus igitur. Negatio generalis generaliter convertitur, affirmatio utraque ſpecialiter tantum, negatio ſpecialis nõ cõvertitur, ait in analyticis Ariſtoteles. Verúm, Deus bone, propoſitionum converſio in totis elementis nulla prorſus eſt; eſt tamen converſio rerũ ſeu terminorũ, ut ſcholæ vulgó loquuntur, frequentiſſima præſertim ſubjecti & proprii adjuncti: ut Si quatuor numeri ſunt, proporportionalis factus á mediis æquatur facto ab extremis, & ſi hoc, illud: Nulla autem eſt propoſitionis talis converſio, neq; hujus commentitiæ converſionis uſus ullus eſt ad ullam quæſtionem probandã, nec homines unquã humanitatis tam expertes erunt, ut ullus eſſe poſſit, ſicut ſeptimo ſcholarum logicarum libro copioſé docuimus: nec in totis Euclidis elementis ulla demonſtratio hinc ſumpta reperietur, ut antecedens per converſam, vel converſa per antecedentem demonſtretur, ſed converſæ plerumque probantur per impoſſibile oppoſitum antecedentis. Commenti hujus occaſionem Proclus arripuit é vitioſis quibuſdam Euclidis propoſitionibus, qualis eſt ſexta primi libri, ubi & pręclare artes converſionum iſtarum repetuntur, qualis item 8, & 19 p 8. & locis quibuſdam aliis. Quare mirabile Procli videatur ingenium in hoc primo logici judicii delectu Euclidem ſic efferentis, ubi bene attentis judicibus turpiter pręvaricando vituperare potius videatur. Atque hic poſtremus tam nugatoriæ laudis elenchus parte aliqua Euclidis eſſe videatur, qui tam importunis nugis argumentum æmulis & ſectatoribus, ut nunc Proclo, præbuerit. Quamobrem é logica in elementis á Proclo redundantia, quantam & quantæ obſcuritatis caliginẽ intuemur? Sed obſcuritas iſta Proclo, ſed obſcuritatis hujus culpa Proclo potius quám Euclidi tribuatur, & redundantia rerũ quidem prorſus inutilium & elementis extrinſecus additarum. Verùm á ſophiſmatis iſtis digrediamur. Ingrediamur igitur in ipſa Euclidis elemẽta, inq; viſcera ipſa penitus ſubeamus: ſanguinem, ſpiritũ, carnem, oſſa retexamus: intimas propoſiti ad curandum morbi cauſſas perſcrutemur. E logicis ſophiſmatis temere in mathematicas á Proclo accerſitis redundantia illa tota eſt. Quænam deinceps logica vel mathematica ab Euclide ipſo in elementis redundãtia erit? Quinquaginta

quaginta elementorũ logicorum, arithmeticorum redundantia illa eſt: E logica rationũ & proportionũ, primo ſunt novem definitiones quinti, ut 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13. Sunt itẽ propoſitiones novem é materia logica 4, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 16. Deinde propoſitiones quatuor libri ſeptimi de alternatione repetitę é lib. 5, 9, 10, 13, 15: illic enim fuerant magnitudinis nomine: hæc prima redundãtia eſt duorũ & viginti elementorũ é logica materia in mathematicas artes traducta. Secunda redundãtia eſt arithmetica repetitarũ é 5 lib. in ſeptimũ triũ definitionũ, partis, multiplicis, proportionis: itẽ octo propoſitionũ, quæ nomine magnitudinis fuerant item quinto in lib. & tandem nomine numeri repetuntur ſeptimo: nẽpe 5, 6, 12, de compoſitione: 7, 8, 11, de diviſione: 14 de æquatione ordinata: 22 de perturbata. Atq; hęc redundãtia magna quidẽ eſt, ſed redundantia etiam abſurdior eſt octodecim ſpecialiũ propoſitionũ nullum habentiũ uſum, quem generales non habeant uberiorẽ & promptiorem, imó quæ ſpeciem doctrinæ nullam novam habẽt: ſed ſpeciem tantúm exempli ſubjecti, ut quod generaliter de omnibus proportionalibus præcipi poteſt, præcipitur de multiplicib. de partibus quotis & quantis, qua inani redundantia licebat per omnia genera inæqualitatis excurrere, & ſimiliter præcipere de ſuperparticularibus, & ſubſuperparticularibus, de ſuperpartientibus & ſubſuperpartientibus: & cæteris generibus. Tales propoſitiones ſunt undecim quinti libri, ut 1, 2, 3, 4, 5, 6, 14, 20, 21, 24, 25: item ſex propoſitiones ſeptimi, ut 5, 7, 8, 9, 10 p 7. item 20 p 9. Talis igitur Euclidis redundantia in elementis quinquaginta in mathematica ſecundũ receptas leges inſtituta redundantib. Atque hæc logica & arithmetica redũdantia eſt. Perge veró, quæ reliqua eſt Euclidis in elementis geometricis redundantia? Sané primis in libris rarior eſt à nobis animadverſa: eſt tamen ea quædam, ut 7 p 1. ut (ne ſingulas referam) exceptis ſymmetrorũ & rationalium definitionibus totus decimus liber. E quinque poſtremis libris, qui ſtereometriæ attribuuntur: ſi 24 propoſitiones ſubduxeris ex 85, reliquæ 61. ſpeciales é generib. deductæ aut prorſus inanes & otioſæ reperientur. Atq; ita geometrica & ſtereometrica redundantia erit 171. propoſitionum: quæ ſi prioribus aggregentur, redundantia erit 222. elementorũ, ut ea etiam prætercam, de quib. dubitatio aliqua poſſit eſſe: de quibus omnib. ſuis locis accuratius agetur. Hæc igitur eſt é redũdantib. elementis obſcuritas tanta: obſcuritas tamen non potius Euclidis, quã Hippocrat. Leontis, Theudii, Hermotimi, veterumq; mathematicorũ omniũ, ſed obſcuritas tamen doctrinæ perſpicuitati cõtraria, ideoq; tollenda. Quare Ptolemæus obtinebit hac tam multorum elementorum redundantia ſublata viam magis compendiariam ad mathematicas artes, magiſque regiam fore. Sané in demonſtrationibus redundantia vix eſt credibilis: & Theonis culpa hæc videri propria poſſit, qui demonſtrationes aſſumpſit ſibi. Enimveró quæſtio hæc præcipué conſideranda, præcipué animadvertenda eſt. Obſcuritas enim mathematicarum artium incredibilis hinc eſt orta. Incredibile enim dictu eſt, quanta ambitio mathematicum feré præſtantiſſimum quemque, inſano quodam demonſtrandi ſtudio ita tranſverſum egerit, ut nihil ſit in totis mathematicis magis deplorandum. Matheſis ſimplicior fuit in Thalete, Pythagora & reliquis, uſque ad Hippocratem: deinceps

cum fœcundis frugibus inutiles herbas neſcio quomodo collegit. Itaque ut quiſque ſibi paulo ingenioſior atque acutior viſus eſt, ita non uſu & exemplis inſignibus, ſed ſyllogiſmis undecunque expletis, quamcunque rem oblatam demonſtranſtrandam ſibi judicavit. Sed tamen artificium demonſtrandi Euclideum videamus: legem demonſtrabilis enuntiati, legem etiam demonſtrationis exquiramus. Ea veró utraque jam antè comprehenſa eſt: Materies artium non eſt uniuſmodi, elementa alia per ſe clara & manifeſta ſunt, ideoque definitionibus, partitionibus declaranda, poſtulanda, omninoque in principiis numeranda: judicio denique νοητικῷ contenta: alia ſunt elementa per ſe obſcura & ignota, ideoque ſyllogiſmo demonſtrabilia, & διανοητικῷ judicio ſtatuenda. De prima parte primo loco agatur, de ſecunda ſecundo. Principia nō ſunt demonſtrabilia ſyllogiſmo, ſed exemplis duntaxat inducenda: ſenſu denique & digito, ut Ariſtoteles loquitur, 7. cap. 2. poſteriorum demonſtranda. Lex igitur illa Ptolemæo & Euclidi, vel Theoni potius, cōmunis eſto. Principia ne demonſtrato. Hic mahematicos attentos & conſideratos exopto. Rem enim non ſolúm novam prorſus & inauditam antea, ſed incredibilē dicere exiſtimabor: at cauſſam ſuſcepi regiam & publicam. Itaque dicendum, agendum, aſſerendum quidquid ad eam pertinebit. Dico igitur magnam partem indemonſtrabilium elementorum ab Euclide in demonſtrationum quæſtiones adduci: Dico materiam principiorum, definitionum, partitionum, poſtulatorum, dico quod præcipué incredibile ſit, niſi pené oculis cernenti & intuenti ſyllogiſmorum complectiones demonſtrationibus ab Euclide ſubjici: ideoque infinitam quandā demonſtrationum multitudinem redundare: indeque infinitæ obſcuritatis cauſſam exiſtere, ut ex elementis mathematicis, velut ænigmata non pueris, qui olim pomis & cruſtis ad has artes invitabantur, ſed viris ætate confectis ænigmata, inquam, facta eſſe videantur. Exempla rerum quędam hic indicabo, res ipſas diſceptabo ſuis locis amplius. Definitiones alternationis, compoſitionis, diviſionis, æquationis ab Euclide ſunt in dubias propoſitiones converſæ in quinto & ſeptimo libris. In geometricis id eſt rarius, aliquando tamen: ſic é definitione æqualium angulorum facta eſt 23 p 1. ſic é definitione parallelogrammi factæ ſunt 33, & 34 p 1. E partitionibus ſunt etiam factæ propoſitiones, licet non multæ: attamen quædā, ut in arithmeticis 4, & 34 p 6: é definitione bimediæ & partitione ſimul 15 p 10: Poſtulatorum veró materies in propoſitiones demonſtrabiles converſorum infinitior eſt. In arithmeticis poſtulanda prorſus ſunt omnia, quæ quidem utilitatem inſignem & artis nomine dignam habeant, aut protinus é propinquo elemēto deducenda, ut demonſtrationibus Euclidis in arithmetica nihil opus ſit. Tales ſunt propoſitiones quatuor librorum Arithmeticorum, ne ſingulas recenſeam, quinti, ſeptimi, octavi, noni. In geometricis turba minor eſt, ſunt tamen propoſitiones quædam, ut primi libri 2. 3. 31. 46. ut ſecundi decem primæ, quæ numeris etiam poſſunt explicari, ut tertii præſertim 5. 6. 10. 11: quarti & ſexti nō tam multæ ſunt, ſunt tamen nonnullæ, ut quarti problemata diſerté expreſſa, 1, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 14: ſexti autem propoſitiones 16, 17, 21. Decimi libri præcipua ἀλογία iſta fuit. Materies enim illic fuit definitionum tantúm & partitionum: In undecimi libri propoſitio-

ſitionibus quadraginta, nulla propoſitio fuit, quæ ſi generales antecederent, ſyllogiſmum requireret, in reliquis libris apodictica Euclidis vel Theonis nō multo accuratior fuit. Quæ elementa tam multa cur nequaquam iſto modo demonſtranda ſint, ſuo tempore & loco diligenter & accuratè diſſeretur: exempla tantúm hic indico. Quamobrē quantam demonſtrationum redundantiam, quantam matheſeos obſcuritatem, quàm diſcentibus difficilem, quàm odioſam, quàm publicis ſtudiis pernicioſam hic eſſe arbitramur? Ego veró iſta conſideranti non dubito furoris ſimilem ambitionem in tam multorum principiorum demonſtrationibus viſum iri. Attamen furor iſte animi eó pervaſit, ut ſol ille in mathematicis elementis clariſſimus, Quæ eidem æqualia, etiam demonſtrabilis viſus ſit. Apollonius enim alioquî præſtantiſſimus author, demonſtrare tentavit, quem videlicet æmulatus eſſe dicitur Regiomontanus, ingenio fortaſſe nihil inferior. Prima ſiquidem arithmeticæ elementa de additione, ſubductione, multiplicatione, diviſione, Euclidis theorematis demonſtrare conatus eſt, indeque algorithmus ab eo creditur eſſe demonſtratus: qui morbus ignavis & inertibus ingeniis accidere non poteſt, ſed generoſis tantúm mentibus, tanquam victa quavis oblata rerum difficultate, olympicum aliquod præmium expetentibus. Morbus tamen eſt graviſſimus, cujus contagione nobiliſſimas diſciplinas ad interitum pené redactas animadvertimus: principia námque ſumenda & poſtulanda, cætera autem ex iis demonſtranda. Hæc partitio tenenda eſt, inductione, exemplis, ſenſu, digito illo Ariſtotelis hic opus eſt, non ſyllogiſmo. Hoc igitur primū in demonſtrationibus ſophiſma eſt obſcuritatis immēſæ, quó principia demonſtrantur, quo hypotheſes, id eſt definitiones, partitiones, quo poſtulata demonſtrantur, quantum erit & quantæ obſcuritatis ſophiſma, quo ſyllogiſmi poſitis antecedentibus complexiones demonſtrantur? Syllogiſmus enim eſt ſingularis & ſumma in judicio enuntiatorum dubiorum regula, potiuſque omnes mathematicæ artes falſæ fuerint, quam ſyllogiſmi conceſſis propoſitione & aſſumptione, concluſio nō vera ſit: & mathematici quicunque unquā fuerunt, ſyllogiſmū concludendæ veritatis & judicandæ inſtrumentū eſſe crediderunt: ſecus quid erat opus ſyllogiſmo, niſi veri examinandi inſtrumento? Attamen Theon hoc tanto, tamque divino judicii lumine tenebras demonſtrationum ſuarum clariores eſſe putat. Ecquis igitur credet ſyllogiſmi complexionē, ſyllogiſmi judiciū à Theone demonſtrari. Nemo ita me Deus amet, niſi qui rem ipſam oculis ſubjecerit, niſi qui manu tractaverit. Syllogiſmus aliquando plenus ſæpius enthymemate ſolo comprehenditur. Syllogiſmus integer eſt, in 14. & 16 p 8. hoc modo. Si quadratus metiatur quadratum, & latus metietur latus. Et ſi latus metiatur latus, & quadratus metietur quadratum: Si quadratus non metiatur quadratum, neq; latus metietur latus. Et ſi latus nō metiatur latus, neq; quadratus metietur quadratū. Hic duo ſyllogiſmi ſunt involuti, evolvantur hoc modo. Si quadratus quadratum metiatur, latus metietur latus. Ergo ſi latus non metiatur latus, neq; quadratus metietur quadratū. Secundus eſt hoc modo. Si latus metiatur latus, & quadratus metietur quadratū. Ergo ſi quadratus non metiatur quadratum, neq; latus metietur latus. Propoſitiones amborum ſyllogiſmorū ſunt in 14 p 8. Aſſumptiones & complexiones

MM

ſunt in 16 p 8, ubi é complexione ſyllogiſmi, data nempe & conceſſa propoſitione & aſſumptione Theon facit propoſitionem demonſtrabilem, non alio tamé, quod magis mirere, argumento, quam ſyllogiſmi ipſius. Tales ſyllogiſmi ſunt in 30 p 1, in 4, 9, 21, 24, 30, 33, 34 p 3, in 11 p 5, in 15, 17, 18, 37, 41 p 7: in 1, 3, 7, 15, 17, 22, 23, 24, 25 p 8: in 3, 4, 5, 6 p 9: in 7, 8, 9, 10, 16, 18 p 10. de quibus ſuis locis ſubtilius & accuratius agetur. Quamobrem in iſta ſyllogiſticæ complexionis demonſtratione, Euclidis vel Theonis logica, quid aliud indicare poteſt quam Theonem, quamvis arithmeticum & geometram tantum, tamen in docendi & demonſtrandi arte nõ ſatis attentum logicum fuiſſe? juſtiſſimamque adverſus tales elenchos Ptolemæi querimoniã eſſe? Atque hæc de ſyllogiſmo perfecto. Quid enthymema, ubi ſaltẽ pars omiſſa manifeſta ſit, etiamne a Theone demonſtratur? Equidem Euclidis diligentiam pleriſque locis laudabilem hac in re animadverto: ſiquidem ubi animadverterit ipſe é demonſtrato aliquo aliquid concludi poſſe, fecit λῆμμα καὶ πόρισμα ſumptum & corollarium. Lemma quod aliqua tantúm declaratione indigeat. Talia ſunt lemmata ad 22 p 6, & 28 p 10. Corollarium, quod protinus é facta demõſtratione tanquã lucrum aliquod accipitur. Ejuſmodi corollaria ſunt ad 4 p 2 & 1 p 3, & 16 p 1, & locis præterea plurimis. Et de iis tres libros ab Euclide ſcriptos eſſe antea dictũ eſt. Atque in his lemmatis & corollariis, enthymematum judiciũ Euclidis vel Theonis valde laudandum eſt: quippe qui viderit quid ex quo jam eſſet demonſtratum, ne inutiliter nugando idem repeteretur. Verumtamen diligentia iſta perpetua non fuit. Frequenter enim enthymematis propoſitio vel aſſumptio prætermiſſa erat manifeſta. Atque ex ejus tacita intelligentia, ſyllogiſmi judiciũ facilé potuit expleri. Attamen tanquam nuſquã ea fuiſſet, ita propoſitiones demõſtrabiles ex talis enthymematis complexione quadam factę ſunt, ut 4 p 1. ubi deeſt ſyllogiſmi propoſitio illa commentariis Procli declarata: imó ab Euclide ipſo in 23 p 1 converſa ex axiomate æqualium angulorũ. Anguli crurib. congrui ſunt æquales. Itaque ſi æquicruri ſunt æquales, æquantur baſi. Hinc de ęqualitate reliquorum angulorum & baſis aſſumitur 4 p 1, & concluditur ſine alio ullo argumento. Ad æqualitaté autem triangulorum propoſitorum, quæ tertia pars eſt propoſitionis, ἐφάρμοσις & convenientia ſola ab Euclide adhibetur, nobis autem conſectarium eſt ex æquealtis: Ex quo eodẽ æqualiũ angulorũ axiomate ingens propoſitionũ familia, primo libro demõſtratur, ut ſuo loco patebit. Ergo Theonis ſophiſma inde eſt. Illic igitur propoſitio ſyllogiſmi deeſt, propoſitio tamẽ ex ſeſe manifeſta, quia axioma eſt æqualium angulorum. Aliquando contrá aſſumptio deeſt enthymemati, cũ propoſitio ejus anté expreſſa ſit, ut in 19 p 7. Sic Euclides loquitur, Si quatuor numeri ſint proportionales, factus é primo & quarto eſt æqualis facto é ſecundo & tertio. Deinde ſequitur in 20 p 8. Si tres numeri ſint continué proportionales, factus ab extremis eſt æqualis facto á medio. Euclides non facit conſectariũ, ſed propoſitionem demonſtrabilem. Verúm aſſumptio tantũ deeſt ejuſmodi. At tres continui ſunt quatuor ratione, & medius eſt pro ſecũdo & tertio. talis eſt logica Theonis ad propoſitiones ſecundi libri, ſæpéq; aliâs: Quid multa? admirabilis ſané é tali logica minimé neceſſariarũ demonſtrationũ turba nata eſt. Si quis. n. ſubtiliter, ut

Græci

Græci permulti fecére, verſus heroici modo quindecim elementorũ libros metiatur, ſupra quadraginta millia verſuũ in demonſtrationib. ejuſmodi reperiet, tantæ oneris importuniſſimi mole nobiliſſimas artes gravatas & oppreſſas animadvertimus. Ariſtoteles in veterum philoſophorum decretis, multa peccata, ait eſſe δι᾽ ἀπαιδευσίαν τῶν ἀναλυτικῶν, cujuſmodi exempla iſta ſunt inſignia. Quamobrẽ Euclides vel Theon demonſtrat complexiones ſyllogiſmi, demonſtrat cõplexiones enthymematis, omiſſa parte clara & manifeſta. Ecquiſnam mirari poterit, ſi Ptolemæus στοιχείωσιν magis compendiariam requirat? Si regiam in tali doctrina viam deſideret? Si redundantiam tam multarũ demonſtrationũ in mathematicis, ut infinitæ obſcuritatis cauſſam improbet? Euclides demonſtrabat antea principia, ut definitiones & partitiones, item poſtulata, id eſt clariſſima enuntiatorum ſingulorum judicia: nunc denique ſyllogiſmũ & plenum & enthymematicũ, quamvis omiſſa parte probatum, attamen probat & demonſtrat. Quare redundantia iſta tam multiplex, tam multis locis cumulata, longiſſimé ſuperiorem redundantiam ſuperat, tantoq; juſtiorem cauſſam Ptolemæi ſuperiorem efficit. Atque hæc de apodictica Euclidis Theoniſque laude prima pars eſt, quod Euclides vel Theon demonſtret indemonſtrabilia. Secunda pars ſupereſt de modo & artificio demonſtrationis. Legem igitur demonſtrationis etiam hic conſtituamus. Demonſtrativa methodus, inquit Proclus, eſt tranſitus á principiis ad quæſita. Hic Proclus demonſtrationem facit quęſtionis ex cauſſa concluſionẽ, quæ demonſtratio ſola legitima eſt ſolaque ſciẽtiam parit: quia ex cauſſis priorib. & notioribus ſola progreditur. At ſi cauſſa ſit ignota, quæſtio occurret, utrum præſtet inductioni & experientię rerum ſimpliciter credere, quám á poſteriorib. argumentis licet neceſſariis, ut adjuncto ſigno, ut oppoſito impoſſibili, ut proportionali comparato rem antecedentem & natura priorem demonſtrare: ſophiſma .n. hic eſt Ariſtoteli τὸ αἰτεῖσθαι τὸ ἐξ ἀρχῆς petere propoſitũ, non demonſtrare. Itaq; & mathematicorũ elementorum veteres illi authores, Thales, Pythagoras, Oenopides, Anaxagoras, Theodorus, per impoſſible nihil demonſtrarunt. Primus Hippocrates, ut anté Proclus ipſe nos docuit, ἀπαγωγὴν in mathematicas artes induxit, & quidem hęc demõſtratio docet tantúm per accidẽs, ait Proclus ad 1 p 1. nec ideo ſcientiam ullá parit. Quę cauſſa fuit ut στοιχειωταὶ ſequuti quidam talem demonſtrationem rejecerint, ait idem Proclus lib. 2. c. 6: ubi etiam ait á nonnullis & comparationis argumentum repudiatum eſſe. Nec enim comparatio eſt apodicticum ſcientiæ argumentum. Quæſtio, inquam, illa occurret, ubi cauſſa ignoratur, utrum inductioni exemplorum & experientiæ ſit acquieſcendũ potius quám á poſterioribus & obſcurioribus argumentis verum utcunque ſyllogiſmo convincendum. Atqui, inquam, ubi res aliqua dubia fuerit, ibi feré Euclides, Hippocratis ἀπαγωγὴν, vel comparationem aliquam adhibet. Ex cauſſa autem demonſtratio rariſſima eſt. Hæc, inquam, quæſtio occurret, cui reſponderi poſſit argumentũ ex cauſſis & ſubjectis eſſe quidẽ natura prius: ex oppoſitis & cõparatis, non eſſe poſterius ut falſò putatur, ſed eſſe natura ſimul, ut in logica docuimus: & in totis ſyllogiſticis demõſtrationibus, quæri nõ διότι (ut falſò putavit Ariſtoteles) ſed ὅτι, & utrũ verũ, quod quocunque argumento modó neceſſario & aperto conclu-

ſum ſit, ſatisfactum videatur: & tamen qualiacunque arguméta ſint, ſi propoſitiones (é quibus demonſtratur) ſint generales & univerſales, cauſſæ erunt ſpecialiũ: quod in logica ad caput de methodo diſſeruimus. Sed tamẽ perge: videamus in rebus demonſtrabilibus a Proclo demonſtrationis artificiũ. Omnis, ait Proclus, problematis & theorematis partes ſunt ſex: propoſitio, expoſitio, determinatio, conſtructio, demonſtratio, concluſio. Propoſitionis partes duæ, datũ & quæſitũ. Datum quadrupliciter fit, ratione, ſitu, magnitudine, ſpecie, ut prædictum eſt. Expoſitio eſt dati, ideoq; quatuor illis modis fit. Determinatio eſt quæſiti. Conſtructio eſt adjectio deficientium dato ad quæſiti venationem. Demonſtratio, collectio propoſiti ex cõceſſis: Concluſio reditus ad propoſitionem confirmando. Concluſio eſt duplex, alia prorſus reſpondens propoſitioni, alia rem generaliter propoſitá ſpecialiter concludens, ſed á particulari ad univerſale recurrens. Hoc Procleum eſt mathematicę demonſtrationis artificium; quo, Deum immortalem, quid ineptius excogitari poſſit! Primum propoſitio genus eſt problematis & theorematis, & hic tamen pars efficitur. Deinde Proclus ipſe eodem loco bellam hanc partitionem ſex partium refellit, treſque neceſſarias eſſe dicit, propoſitionem, demonſtrationem, concluſionem:. At, inquam, Procle ingenioſiſſime, concluſio ipſa pars eſt demonſtrationis, & re ipſa debet eſſe eadem cum propoſitione demonſtrabili, neque cõcluſio duplex eſt illa, ſed exemplum quod ſubjicitur, eſt exemplum propoſitionis univerſalis. Quare ſophiſmata hæc procul amandentur, & tamen ſophiſmata non Euclidis, ſed Procli, & indigna ſané quæ pluribus refellantur. Perge, Euclidei judicii laudes expone. Euclides, ait Proclus, omnes ſyllogiſmorum ſpecies habet á cauſſis, á ſignis. Equidem ne prolixius idem repetam, elementorum illorum omnium minimé demonſtrabilium demonſtrationes omnes vacare & redundare dico, totque cauſſas obſcuritatis adnumero. In reliquis autem, quæ neceſſariæ videntur, nulla omnino talis eſt, qualem duobus de demonſtratione libris Ariſtoteles comminiſcitur: ubi proprietas de ſubjecto per propriam cauſſam concludatur: imó veró per naturam eſſe nulla poteſt: proprietas enim illa ineſt per ſe, ut ex Ariſtotele ipſo in analyticis demonſtravimus, & admirabile tanti philoſophi commentum, vel potius horribile monſtrum eſt, artem profiteri, cujus exemplum nullum profeſſor ipſe unquam viderit: imo per naturam artis ac ſcientiæ, rerumque arte & ſcientia comprehenſarum comminiſci non poſſit. Apodictica veró Ariſtotelis, analytica illa é mathematicorum ἀποδείξεις ſatis conſtat in logicas artes derivata eſſe, ſed derivatione valde tortuoſa: Satis enim ſuperque é mathematicis ipſis conſtat apodictica eadem ad ſyllogiſticæ concluſionis regulam ſine exemplo ab Ariſtotele derivata eſſe: neque in totis mathematis ullam eſſe demonſtrationem, ubi ſyllogiſmo proprietas de ſubjecto per propriam cauſſam concludatur. Eheu miſeris mortalibus! Ecquis impoſtura tam incredibili tot ſecula, tot hominum Græcorum Latinorumque millibus impoſitũ eſſe crediderit? At impoſitũ eſt, nec impoſturæ tamen Ariſtippi ignari atque inertes patroni deſunt, qui publicorũ ſtudiorũ miſeria paſcãtur Verúm, perge. Demonſtratio proprietatis de ſubjecto per cauſſam propriam nulla ſyllogiſtica ſit in demonſtrabilibus elementis. Quænam igitur erit? præcipua de-

pua de-

pua demonſtratio eſt, ubi ex cauſſis non propriis, ſed generalibus ſpeciales propoſitiones explicantur: quam equidem ſuſcipio libenter & retinendam cenſeo. Hæc πρότερα μέτρα hic ſunt, quæ Philoponus (ut Ariſtoteleæ demonſtrationis fabulam tueretur) ὕστερα facit. Turba veró illa multó eſt maxima, ut dixi, per impoſſibile, perque ſimile, unde tamen non univerſa propoſitio, ſed ſingulare aliquod exemplum in eo comprehenſum concluditur, diciturque idem futurum de cæteris. Utrum veró dicetur fictum é literis exemplum pro generali propoſito eſſe? Dicatur ſané, neque enim id urgeo, & jam dixi oppoſita & comparata non eſſe poſteriora natura, ſed ſimul: Et ſi Philoponus ex ipſa elementorum geometria quam ex Ariſtotelis perſona hanc quæſtionem conſiderare maluiſſet, ὕστερα μέτρα geometricæ demonſtrationis hic collocaſſet, eaque πρότερα feciſſet. Sed tamen quæ totis elementis per ſimile, perq; impoſſibile ſit iſta demonſtratiǫ, ſi quis logico & conſtanti judicio reputet quibuſdam locis non ſophiſmata argumentorum, ſed prodigia quædam mentium reputabit. Laus doctrinæ eſt in ſuccincta & brevi perſpicuitate: Atqui hiſce noſtris demonſtratoribus demonſtratio præſtantiſſima viſa eſt, quæ prolixiſſima eſſet & quamplurimas antegreſſas propoſitiones complexa: ut 35 p 11. ſex & quadraginta ſyllogiſmos habet, cui par eſt 11 p 13. in quibuſdam ſyllogiſmorum medius fidius oceanus eſt, ut in ultima noni: ac tum demonſtratio demonſtratori ſuo viſa eſt pulcherrima & excellentiſſima, cum eſſet prolixiſſima & obſcuriſſima. Atque proportionum & ſimilitudinum tam multiplices tamq; varii nexus ferendi ſint, præ quibuſdam propoſitionibus ad impoſſibile. Etenim,

Barbara pyramidum ſileat miracula Memphis:
Aſſiduus jactet nec Babylona labor.

Miracula illa corporum & manus opere factorum, nihil præ noſtrarum demonſtrationum miraculis fuerint: labyrinthios, Ægyptus, Creta, Samos, Italia mẽadris inextricabilibus admirabiles imperitis habuerunt: Demonſtrationes autem 2, 5, 10, 11, 12, 18 p 12. per impoſſibilia majoris & minoris, quib. ambagibus involutæ & implicatæ ſunt? An non Livianus ille neſcio quis prǫceptor, qui diſcipulos obſcurare quæ dicerẽt, jubebat, σκότισον illud ſuum mathematicis dictaſſe ac promulgaſſe videatur? Res modó tantum propono, ſuis locis ſingula ſubtilius explicabo: atque abundé, ut bona ſpes eſt, ſatisfaciam. Unum certé demonſtrationis genus eſt in elementis rariſſimum, ſed animadverſum á nobis ſecundo libro, ubi demonſtratur aliud quám propoſitum fuerat: æqualitas planorum illic proponitur, figura autem & fabrica demonſtratur, quod non tantum logicam, ſed memoriam demonſtrationis mirabiliter arguit. Demonſtratio igitur ejuſmodi ad redundantiam ſine dubio pertinebit, & inter obſcuritatis cauſſas erit. Quamobrem ut ſyllogiſticæ redũdantiæ ſumma concludarur, omnium ex elementorum materia obſcuritatum, obſcuritas demonſtrationum præcipua & maxima eſt, cúm elementa minimé demonſtrabilia, ut definitiones, partitiones, poſtulata, ſyllogiſticæ complexiones demonſtrátur: Secunda eſt cum dubiæ propoſitiones per ſimile vel per impoſſibile tam odioſis ambagibus demonſtrantur. Quare ſi principia in principiis habeantur, ſi demõ-

MM 3

ſtrabilia ex cauſſis generalibus demonſtrentur, aut ſaltem ex oppoſitis vel comparatis manifeſtis ſuccinctè addicantur, lux magna mathematis afferatur, omninoq; ſi quis ea quæ deſunt, expleverit, & quæ redundant, amputaverit, mathematica στοιχειώσεως laude Hippocratem, Leontem, Theudium, Hermotimum, Euclidem, Theonem ſuperaverit: Id.n.certamen,eamq; palmam στοιχειῶσαι omnes illi ſibi propoſuerunt. Verum enimveró duo capita laudis euclideæ facta ſunt á Proclo ἐκλογὴ καὶ τάξις delectus & diſpoſitio: delectus multas obſcuritates habuit in ellipſi prætermiſſorum: ſed longé plurimas in redundantia aſſumptorum: ἡ τάξις collocatio & diſpoſitio univerſorum elementorum & methodus supereſt, quæ fortaſſe ſua virtute ſuperiores illas offenſiones perſpicuitate aliqua compenſabit. Ergo caput hoc reliquum ſtudioſé expendatur & exploretur. Methodi legem anté pactam & compromiſſam rurſum paciſcamur, denuo compromittamus, Univerſa diſciplinæ & ſcientiæ elementa & documenta ordine naturæ collocata, naturaque priora præponito, poſteriora poſtponito. Hæc igitur in hoc reliquo judicio ſancta lex eſto, Quid Proclus? qualem ordinem, quam viam, quam denique methodum in Euclidis elementis approbat? quomodo denique regiam viam (hic enim cardo regii problematis vertitur) quomodo, inquam regiam viam, quo artificio ſibi vindicat? Artificium Procli ſingulare antea explicatum eſt, idem & hic explicatur. Euclides (ait Proclus) præcipué ſuſpiciendus eſt & admirandus τῆς τάξεως ἕνεκα, gratia ordinis & collocationis, omnes dialecticas methodos adhibuit, διαιρετικὴν, diviſam ad ſpecies inveniendum, ὁριστικὴν definitivam in eſſentiæ rationibus, apodicticam in tranſitu á principiis ad quæſita, analyticam in quæſtionum reditu ad principia. Verúm diviſio, definitio, argumenta ſunt ad diſponendum methodo propoſita, & tanquam lapides ſunt in hac architectura methodica, ἀπόδειξις ſyllogiſmus ex cauſſa concludens effectum, ut recté hic Proclus loquitur. Analyſis eſt quædam inverſio ἀποδείξεως, ex effectis nempe cauſſam concludens, qualem ſignificat Proclus in totis elementis ab Euclide frequenter adhibitam & tractatam eſſe. Theon Euclidem hac in re non probavit, in quinque tantúm propoſitionibus reliquit, nempe in 1, 2, 3, 4, 5 p 13. Archimedes ſecundo de ſphæra in aliquot propoſitionibus uſurpavit: Pappus initio libri 7. alibi in totis mathematicis ἀνάλυσιν nullam talem animadverti: vera eſt analyſis & quadrati & cubici lateris, & imprimis utilis: & ſæpe prodeſt abſoluti operis cauſſam analyſi inveſtigare: at tales analyticæ demonſtrationes (quales illæ ſunt in elementis plané) ſunt ſophiſticæ, duaſque ejuſdem rei doctrinas, alteram apodicticam, alteram analyticam facere, ut illic Theon & Archimedes & Pappus faciunt, ſophiſma eſt. Nam ſi ex cauſſis rem intelligenter & perſpicué demonſtraſti, demonſtras inſcienter & obſcuré ex effectis. At inquam hæc omnia definitio, diviſio, ἀπόδειξις, ἀνάλυσις ſunt tanquam lapides in ædificiis ipſis, collocandi autem & diſponendi logicam (qua res inventæ & ſigillatim judicatæ collocentur inter ſe perpetuo ordine, ac diſponantur) id eſt methodum nullam afferunt. Hæc perſæpè jam ſurdis Ariſtippis cecinimus: aliam eſſe logicam cogitandis & inveniendis ar-

dis argumentis ſingulis, nec totis artibus aliam collocandis & æſtimandis: in ſingulis generibus, ſpecies diſtinguendas eſſe, argumentum non eſſe neque enuntiatum, neque ſyllogiſmum, neque methodum. Ergo ſi Euclides definitione, diviſione, ἀποδείξει, ἀναλύσει utatur, methodos propterea collocandis doctrinæ ſuæ partibus & membris varias non habet: niſi methodi nomine lubet argumentum, aut docendi modum quempiam confuſé potius, quàm perpetuæ per totam artem diſpoſitionis ordinem diſtinctè ſignificare. At logici artificii gradus diſtinctè modo diſquirimus, de argumento, de enuntiato, de ſyllogiſmo dictum eſt antea, & quid in quaque parte deſideraretur aut redundaret: nunc de methodo parte ultima & ab illis ſeparata diſſeritur: nihil igitur confuſé eſt agendum. Sed Procli culpa iſta ſit Euclidem fucatis laudibus exornantis: Proclus tamen eodem loco veram tandem methodum attingit, ubi τὴν συνέχειαν, τὴν οἰκονομίαν, τὴν τάξιν continuationem, œconomiam, ordinem in elementorum antecedentium & conſequentium collocatione ſingularem eſſe confirmat, quodque Euclides ſive addat, ſive adimat: nunquam tamen é ſcientiæ loco excidat, nec labatur in contrarium errorem vel ignorantiam. Iſta igitur eſt quæſtio methodi propria, ubi inventorum, imo etiam ἀξιωματικῷ enunciati, nec διανοητικῷ ſyllogiſmi judicio judicatarum compoſitio antecedentium, conſequentiumque per totam artem ordo digeritur, quam methodum, quem ordinem, quod totius doctrinæ judicium imprimis intelligi cognoſcique cupio. Hæc enim logicarum laudum & virtutum maxima eſt, quæque ad mathematicas artes conſtituendum vires præcipuas habet. Hoc inſtrumento ſingulariter Ariſtoteles unus licet in partibus plurima peccarit, ad artes diſtinguendum uſus eſt, infinitos antiquorum commentarios ex Europa, Africa, Aſia iuſſu Alexandri collectos generatim ſubducendo & ordinando, rhetorum in rhetoricam, logicorum in logicam, mathematicorum in mathematicam, phyſicorum in phyſicam, ethicorum in ethicam. Hanc methodicę collocationis prudentiam in rebus aſtronomicis Ptolemæus, ut antea ſubtilius explicavi, imitatus eſt, Timocharis, Hipparchi, Menelai, Chaldæorum omnino, Ægyptiorum, Græcorumque omnium confuſos labores digerendo & diſponendo. Hanc methodicam philoſophiam in ruſticis rebus explicandis phyſici præcipué adamarunt. Quinquaginta ſcriptores græci infinitos de agricultura libros ediderant, hos methodi nobilitate præteriit Mago Carthaginenſis, res tam diſperſas tamque diſſipatas comprehendens libris duodetriginta. Caſſius Uticenſis Magonem laude methodi anteceſſit græca lingua opere ad libros viginti redacto. Caſſium eadem laude vicit Diophanes, ſex libris eadem omnia complexus. Varro methodica trium librorum brevitate cunctos tandem ſuperavit. Juſtinianus eandem laudem in opere longé maximo ac celeberrimo ſequutus eſt, ac facilius aſſequutus eſſet, ſi Ariſtotelem operis illius architectum non Tribonianum nactus eſſet: eadem in mathematis contentio noſtris mathematicis inſtitutoribus fuit. Hippocrates non fuit primus in Græcia mathematicæ magiſter, ſed quia primus ordine mathemata compoſuiſſet, primus στοιχειωτὴς perhibetur. Leon non ſuperavit Hippocratem mathematica ſolertia, ſed quia matheſim doctrinæ copia uſuque ac-

curatius ordinavit, ſecundus στοιχειώτης appellatur: Deniq; logica eadem Theudium Leonti, Hermotimum Theudio, Euclidem Hermotimo, Euclidi Theonem propoſuit, præſtantioriſque formæ authorem, præſtantioris etiam matheſeos authorem doctoremque judicavit. Hoc igitur certamen omnium diſciplinarum ſtudioſis olim gloriandum & prædicabile videbatur: quod multis ſeculis extinctum prorſus jacuit: Renovata autem ætate patrum noſtrorum & excitata ſpecies ejus quædam eſt, ſed in præſtantium authorum ſcriptis legitimæ tantúm lectioni reſtituendis, ſic à doctis hominibus caſtigati & emendati poetę, hiſtorici, oratores, georgici, juriſcōſulti, ſacri etiam Vates: hinc adnotationum, caſtigationum, emēdationum, variarum lectionum, adverſariorum & ejuſmodi titulorum libri eruditæ & laudabilis induſtriæ teſtes locupletiſſimi: Hinc Rhenani & Eraſmi in Germania: Politiani & Victorii in Italia. In Gallia veró collegarum meorum Turnebi & Lambini labores laudatiſſimi. Plerique jam receptos ac probatos authores interpretandos & vigiliis ſuis illuſtrandos ſibi propoſuerunt, quæ Merceri & Quinquarborei collegarum item noſtrorum in Hebraicis literis perpetua laus erit. Nonnulli etiam corpora artium ad illam veterem limam expolienda ſibi propoſuerunt: Hinc grammatica primúm ad uſum aptior, deinde rhetorica & logica: ſed in medicina duo ſingularem liberioris & juſtioris philoſophiæ laudem ſunt adepti Veſalius & Argenterius: E Pariſienſibus autem medicis Briſſotus primus poſt Cannenſem barbarorum cladem ad bene ſperandum ſignum ſuſtulit: literas latinas & græcas, ſed & mathematicas præcipué tenebat, unde judicii libertatem conſtantiamque ſibi paraverat. Deinceps ab iſto Marcello medicorum collegium omni doctrinæ laude celebratum eſt, in eoque medici præcipué duo ad ingenii & doctrinæ gloriam diverſis viis pervenēre: Gorræus medicis definitionibus diuturna doctiſſimi cujuſque græci latiniique authoris lectione comparatis, Fernelius omnibus medicæ artis tanquam membris á ſummo ad imum uſque deductis & explicatis. Neque deſpero ex hoc collegio futurum, ut Briſſotus alter excitetur, non qui incendat medicorum libros in Æſculapii templo, ut Hippocrates incendiſſe dicitur, ſed certé qui medicorum omnium medicas ſententias igne methodici judicii liberius exploret, breviuſque & accuratius complectatur. Verúm methodi quæſtionem concludamus, & tantam in collocandis mathematicis elementis tamque neceſſariam logicam imprimis intueamur. Nam ſi methodum veram ſecutus eſt Euclides, pleraque illa ſuperiora defectus & redundantiæ peccata facile diluerit, ſeque à Ptolemæi quæſtione liberarit: Sin præpoſteram quandam ac perverſam confuſionem in elemētis adhibuerit, in errorem omnium fœdiſſimum turpiſſimumque adductus intelligetur. Quare ſeduló atque attenté cauſſa iſta diſceptetur. Euclides igitur, ait Proclus lib. 2. ca. 8, quæſtionem iſtam repetens communia principia primo ordine conſtituit, propoſitiones ex his concluſas ſecundo collocavit, eaſque problematis & theorematis diſtinxit. Hæc methodus eſt Euclidis á Proclo varié & variis locis commendata. Quin etiam, ait Proclus, ſi quis principia, & quæ de principiis oriuntur, permiſceat, totam perturbabit ſcientiam. Sic igitur Euclides á Proclo commendatur, ut μεθοδικώτερον nihil effici poſſe videatur: Et nos adoleſcentes eadem opinione adducti, cō-

ſimili

ſimili laude Euclidem exornavimus: Verúm logicæ accuratioris ſtudia & exercitationes aliud judicium ſequi coegerunt. Quapropter iſta laus expendatur: utrum, ut ait Proclus, univerſa elementa legitimo ſint ordine collocata. Verúm enimveró quadruplicem in elementis confuſionem mathematum corpora, membra, genera, ſpecies propé incredibilem continent. Agedum quænam, & quot in elementis mathematicis corpora nominas? Duo, inquam, nomino, alterũ eſt arithmeticum, alterum geometricum: utrum veró natura prius & ſimplicius eſt? Arithmeticum, reſpondet ex Ariſtotele Proclus, ideoque & geometricum δευτέραν ἔχει τάξιν, ſecundum habet ordinem, ait, poſt arithmeticum, ab eoque perficitur ac terminatur. Quicquid .n. eſt in geometria ῥητὸν καὶ γνωστὸν explicabile & cognobile, arithmeticis rationibus explicatur & cognoſcitur. Hæc Proclus veré reſpondet, & ita 5, 6, 7, 8, p 10 libri docetur. At Procle acutiſſime, Euclides tuus longé alio ordine diſpoſuit & collocavit geometriam de planis primo elementorum loco, arithmeticam in totis quinto, ſeptimo, octavo, nono libris ordine longé diverſo permiſcuit. Ecquid, inquam, cujuſmodi patrocinium & encomium tuum eſt? Laudas Euclidem quod mirabili ordine elementa diſpoſuerit, priora natura priore loco, poſteriora poſteriore: neq; tamen cogitas interea eũ ipſum, pro quo dicis, ſuo ipſius facto atque argumento contrario teneri, cúm geometriam natura poſteriorem parte quadam præponat, arithmeticam natura priorẽ poſtponat. Hic primus eſt in methodo & ordine Euclidis elenchus: Hæc obſcuritas eſt prima non dormitantis, ſed alté atque arcté dormientis, vel potius ſtertentis & ſomniantis σοχνώτων. Et mirabile eſt tot ſeculis tam craſſum, tam oculis incurrentem elenchum, laudatum & probatum eſſe. Atque hic methodicæ confuſionis patronus non deerit, comminiſcetur enim aliquis ac turbabit. Quid igitur, inquiet? Utrum dicet ab Euclide non arithmeticam hic inſtitui, ſed arithmeticæ tantum aſſumi, quantum reliquis elementis demonſtrandis ſatis eſſet? at contra logicas illas anté receptas leges, contraque methodum, de qua nunc agitur, nihilo levius peccatũ eſſet: Arithmetica enim arithmeticé, geometrica geometricé docenda ſunt, & natura priora priore loco & anté docenda: & Arithmetica legitimo ordine percepta, paria tamen vel ampliora futuris geometriæ demonſtrationibus adferret. Itaque ſatisfactio iſta gravioris culpæ erit accuſatio. Pergamus igitur, hæc duorum in mathematis corporum confuſio eſt ex neglecta methodo. Quænam deinde eſt membrorum principum compoſitio? Proclus ſtudio laudis occæcatus nihil hic plané videt: Principia, inquit, primo ordine conſtituit Euclides: Utrum, inquam, principia arithmeticæ & geometriæ communia? An principia Arithmeticæ? Communia enim præcederent utramque artem, propria arithmeticæ arithmeticam antecederent. Utrum, inquam, Proclus? Neutrum horum putat, ſed geometrica principia. Ergo Euclides geometriam arithmeticæ, quamvis ſimpliciori, quávis natura priori tamen præpoſuit: neq; tamen Proclus id in Euclide ſentit, ſed principia novo quodã genere logicæ Euclides accumular primo libro rectilineorũ planorũ, tertio curvilineorũ, quinto & ſeptimo numerorũ, decimo triplici loco ſymmetrorum, aſymmetrorũ, rationaliũ, irrationalium, ſecũdo binomiorum, tertio reſiduorum, undecimo ſolidorum: At methodus iſta valdé

agreſtis eſt,valde ruſtica.Neque enim natura initio ſylvæ omnium arborum radices præpoſuit: nec architectus initio civitatis omnium ædificiorum fundamenta collocavit, ſed ſuis arboribus ſuas radices natura, ſuis ædificiis ſua fundamenta architectura ſubjecit. Itaque debuerat Euclides definitionem trianguli triangulorum,quadranguli quadrangulorum,multanguli multangulorum doctrinę præponere: eamque viam in cæteris principiis ſervare. Quamobrem Ptolemæus jam duobus argumentis inſignibus problema ſuum probabit, de methodo perfectiore. Præpoſuit Euclides geometriam arithmeticæ: at arithmeticam geometriæ prçponere debuit.principia membraq; omnium generũ ante genera omnia cumulavit:at ſingula ſingulis prætexere debuit. Hyſterologia duplex tam manifeſta admonere Proclum potuit,ne methodũ & ordinẽ in Euclidis elementis tã ſine judicio laudaret. Quapropter gemina iſta & corporum & membrorũ confuſio obſcuritatem mathematis incredibilem attulit,neq; ullis exceptionibus,voluntatis,conſilij,authoritatis excuſabilem.Perge,quiſnam,aut qualis tertius ordo eſt in generibus? Potuit enim utroq; illo modo præpoſterum & perturbatum ordinem Euclides ſequi,directum & ſimplicem in generibus habere.Artium enim tanquam corporum membra principiaque diſſoluta eſſe potuerunt:genera membrorum principiorumq; legitimé collocata eſſe.Quid igitur,qualis logicus hic eſt Euclides?nolite diſſimilem putare,idem eſt,qui antea fuit: Hyſterologia in generibus propoſitionum par eſt & eadem, ſive arithmeticam, ſive geometriam Euclidis contemplêre, obſcuritaſq; par & eadem. Genera numerorum non ſunt digeſta, comparatorum genera toto quinto libro,& ſeptimi parte præceſſerunt,ſimplicium ſecuta ſunt:Eadem in figuris hyſterologia eſt: figuræ planæ ſunt natura priores ſolidis, & ita geometria á ſtereometria diſtinguitur. At 1, 16 p 12: item 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,præcipuaq; pars 13,14,15 p 13. ſunt geometricæ de figuris planis, neque quidquam ſtereometria utuntur, ut nullam ordinis cujuſquam hac in parte rationem Euclidi propoſitam fuiſſe palam ſit. E geometriæ figuris, planæ & rectilineæ ſunt priores curvilineis,ideoque omnino præponendæ. Euclides tertio libro præpoſuit curvilineorum,id eſt circulorum doctrinam: rectilineorum autem partim præpoſuit primo & ſecũdo,partim poſtpoſuit ſexto:rectilinei & curvilinei adſcriptionem comprehendit quarto.E figuris planis rectilineis priora ſunt triangula quadrangulis.At triangulorum & quadrangulorum doctrina permiſta omnino eſt, nulla cujuſquam anteceſſionis vel conſecutionis cura: ut credibile ſit Euclidem de logicæ diſpoſitionis doctrina nihil unquam didiciſſe: imo nihil inaudiſſe, neq; aliud quicquam ei in totis elementis propoſitum fuiſſe, quam ut bellis illis demonſtrationib. elemẽta exornaret:utrum prioribus,an poſterioribus,utrum notioribus, an ignotioribus nihil cogitaſſe, aut quod etiam abſurdus ſit, judicaſſe, totam iſtam perſpicuitatis in ſyllogiſmo & methodo logicam,nihil ad bene docendum pertinere. Atque ita una generum & arithmeticorum & geometricorum hyſterologia in elementis eſt perpetua,ut ad geminam illam corporum & membrorum confuſionem, & obſcuritatem tertia hæc addita, nil ad obſcuritatem & confuſionem reliqui feciſſe videatur: Quid igitur reſtat denique? Corporum,membrorum, generum hyſterologia iſta eſt in Euclide, utrum generũ ſaltẽ ſpecies, ordinem logicũ habuerunt, ut

ſingulæ ſuis generibus ſint attributæ & ſubjectæ? Legem pacti & compromiſſi recitato; Genus natura prius eſt, ſpecies poſteriores. Sancito igitur. Generalia ſpecialibus præponuntor. At, inquam, iſta lege non minus tenetur Euclides. Propoſitiones enim ſpeciales plerumque generalibus antepoſuit. Propoſitiones arithmeticæ ejuſmodi ſpeciales multæ ſunt, ut é redundantibus illis 1, 2, 3, 4, 5, 6 p 7. ad 12, 24, 22, 16. 19 p 5 & 11 p 7. Sic 5, 6, 7, 8, 9, 10 p 7. ad 12, 11, 13, p 7. Geometricę ejuſmodi item multæ ſunt ut 16, 17 p 1. ad 32 p 1. ut 4, 8, 26, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, ad 1 p 6. Sic 11, 12 p 8. ad 18, 19 p 8. ſic 3. p 9. ad 4 p 9. Sic in ſtereometricis 29, 30, 31 p 11 ad 32 p 11: imò verò pro paucis propoſitionibus generalibus de proportione ex altitudine, reciprocatione, ſimilitudine infinitas ſpecialium propoſitionum facta eſt. Hyſterologia ejuſmodi ab Ariſtotele valde ac vehementer damnata eſt: id Proclus legerat: atque ita principia jubet anteponi propoſitionibus: ſecus affirmat totum diſciplinæ ordinem perturbari. Sed affirmat imprudens & inſciens, prorſuſque aliud agens: neque cogitat affirmatione ſua Euclidis methodicas laudes, quas tam altè exaggerat, penitus affligi & labefactari. Hunc igitur hyſterologiæ elenchum non tam obſcurum cognitu, quàm elementa obſcurantem cum triplici ſuperiore convictum & manifeſtum teneamus, totiſque elementis ab Euclide arithmeticam & geometriam, id eſt arithmeticæ & geometriæ corpora, membra, genera, ſpecies, perverſé & præpoſteré permiſceri & confundi judicemus, cauſſamque obſcuritatis immenſam inde naſci, ut ſi corpora duarum artium ſeparata ſuo ordine doceantur, principiaque generibus, genera ſpeciebus ſuis præponantur, facilitas doctrinæ & perſpicuitatis ſingularis orietur. Quapropter totam regii problematis querimoniam concludamus. Ptolemæus queritur Euclidis στοιχείωσιν obſcuram & difficilem eſſe: Euclides contra confirmat eſſe perſpicuam & facilem, ut ſi quis illuſtriorem aut expeditiorem requirat, lubricam ſemitam quærat, non viam regiam. στοιχείωσις Euclidis defenditur à Proclo, cauſſa regis à nobis ſuſcepta, & hactenus ſecundum leges conſenſu partium laudatas ac probatas, acta eſt. Proclus laudavit delectum Euclidis in omiſſione plurimarum rerum: nos contrà diſſeruimus ab Euclide multa neceſſaria, cognata, propria, neque commodé, neque legitimé prætermitti, indeque mathematicam artem obſcurari. Proclus Euclidem laudavit, quod omnes haberet differentias quæſtionum, an eſt, quid eſt, quia eſt, propter quid eſt, tum enuntiatorum immediati, ut axiomatis, poſtulati, hypotheſis: mediati, ut problematis, theorematis, tum converſionum univerſalium, particularium. Nos contra in his omnibus ſecundum præſentis quæſtionis legem, meras Procli tantumque mathematicam obſcurantes nugas eſſe docuimus. Proclus Euclidem laudavit quod omni ſyllogiſmorum genere concluderet, omneſque dialecticas facultates in demonſtrando exprimeret: Nos contra é conſtituta bene demonſtrandi lege infinitam atque immenſam mathematum é demonſtrationibus Euclideis caliginem convicimus, qua principia definitionum, partitionum, principia etiam ſyllogiſmorum incredibili modo obſcurarentur: quæ demonſtrationem requirerent legitimo demonſtrationis argumento per cauſſam rariſſimé demonſtrari: per ſimile, multoque frequentiſſimé per impoſ-

NN 3

ſibile pleraque magnis ambagibus obſcurari. Atque hæc omnia in uno delectu elementorum. Proclus Euclidem laudavit ordinis gratia, quod στοιχειωταῖς omnes ante ſe natos longiſſimé ſuperaſſet, principia præponendo, propoſitiones principiis attexendo, ut melior & accuratior ordo optari non poſſet: Nos contra expoſita inter nos, ordinis, viæ, methodi lege quadruplicem hyſterologiam in elementis intolerabilem oppoſuimus: quòd Euclides geometriam natura poſteriorem arithmeticæ natura priori præpoſuiſſet, quòd omnia principia planorum rectilineorum, quòd curvilineorum, numerorum, ſymmetrorum, aſymmetrorum rationalium, irrationalium, binomiorum, reſiduorum, quòd ſolidorum in varios cumulos confudiſſet, quód genera non perpetuó diſtinxiſſet, quòd ſpecialia elementa plerumque generalibus præpoſuiſſet, nec unam ac perpetuam ordinis viam tenuiſſet. Verumtamen quamvis res ita ſit, uti diſputavi, incredibile tamen pleriſque videbitur atq; adeo impoſſibile, ut tanti viri quales Euclides & Theon fuêre, toties & tot modis errarint, authoritaſque animo ſemel impreſſa, nullis argumentis evelli poterit, imponique ſibi potius aliqua diſputandi ſubtilitate á nobis arbitrabuntur, quám rem quamvis veriſſimam, tamen veram eſſe credant, aut ſi tot obſcuritatis elenchos animadverterint, ſecuri tamen derideant, dicantq; ſatis eſſe ſi verum doceant, neq; omnino aliud Euclidi propoſitum fuiſſe: At monui Euclidem Theonemq; mathematis excellere potuiſſe, omniaq; vel numerorum vel figurarum opera facere, qui logica tamen nequaquam excellerent, quiq; ideo mathematicam non ſatis accuraté docuiſſent. Noluerunt, inquis, accuratius docere: Ergo, inquam, tanto gravius peccarunt, ſi ſponte peccarunt, ſiquidem peccare eſt tanquã juſtitiæ lineas tranſilire: Neque enim juſtum eſt voluntati Euclidis vel Theonis logicam ſubjectam eſſe, ſed Euclidis & Theonis voluntatem ſubjici logicæ, id demum verum & legitimum jus eſt. Et tamen qui iſto modo Euclidem vel Theonem defendit, contumelioſus eſt Euclidi Theoniq́ue: Nam verum docuerát illi veteres στοιχειωταί: Euclides tamen mathematicæ laudem permagnam ſibi propoſuit, ſi facilius & accuratius doceret. Et laus Euclidis á Proclo ſingularis illa fuit. Euclides ipſe verum docuerat: Theon tamen mathematicæ laudem permagnam ſibi propoſuit, ſi perſpicuitate & accuratione ſuperaret Euclidem. Quare faceſſat iſta defenſio: reſque, ut eſt, ita per ſe conſideretur. Mathematicam igitur illam antiquam ſequamur, & inſtitutam quæſtionem concludamus. Demõſtravimus logicam magiſtris elementorum valde ac vehementer defuiſſe. De logicis enim inſtrumentis illis ad inſtituendas artes neceſſariis, unicum feré κατὰ παντὸς, Euclides & Theon in mathematicis ſibi propoſuerũt, ne quid falſum docerent: de cæteris omnibus non admodum ſoliciti fuerunt: nihil feré καθ' αὑτὸ in regundis finibus: nihil καθ' ὅλου πρῶτον in generalibus generaliter, ſpecialibus ſpecialiter explicandis: nihil prope in demonſtrando natura priores & antiquiores cauſſas exquiſierunt, nihil valde regiam á natura prioribus methodum viamque: nihil, inquam, illa tam neceſſaria doctrinis informandis inſtrumenta admodum cogitarunt unquam vel curarunt. Itaque judicium, quod modó exercetur, non mathematicum, ſed de mathematis logicum eſt. Quamobrem omnes mathematicos logicis artib. inſtructos & idoneos judices regii problematis hujus

appello

appello, ut contraria cauſſarum momenta perpendant atque examinent, deq; noſtra in colligendis tam multarum tamque variarum obſcuritatum cauſſis diligentia ſtatuant: utrum Ptolemæus juſta & legitima ratione moueatur ad Euclideę στοιχειώσεως obſcuritatem improbandum, ad clariorem & promptiorem στοιχείωσιν requirendum. Ponite itaque ante oculos quicunque controverſiam iſtam diſceptare & dijudicare contenditis: ponite, inquam, ante oculos logicas illas leges, quas judex æquus nemo velit, nemo poſſit inficiari: logicas, inquam, leges de condendis & conſtituendis artibus ante oculos ponite. Comparate in Euclidis elementis materiam, formamque conſiderate. Poſtremo ſtatuite quomodo via tam multis impedimentis & difficultatibus obſtructa & obſcurata poſſit regia videri: ac decernite tamen utrum meritó de obſcuritate mathematicæ diſciplinæ Ariſtippus & Epicurus conquerantur (neque enim tot cauſſis impulſi injuria queruntur) ſed tamen neque ſatis idoneo argumento moventur ad mathematicam ſcientiam calumniãdum ac penitus improbandũ. Obſcuritas enim eſt, ſed humana, quæq; viribus humanis domari: imó veró funditus atque in perpetuum tolli poſſit, & quamvis egregié animatus ad hunc laborem acceſſerim: ſpero tamen certatim pleroſque accurſuros, vel potius advolaturos eſſe, qui nobis iſtam palmam præripiant. Verumenimveró Britanniam antea cohortati ſumus, Germaniam laudavimus: Italia veró omni genere laudis & cohortationis mihi complectenda eſt, artium præſtantia ingeniorũq; claritate, ait Plinius, rectrix parenſque mundi. Italos itaque Ptolemaici problematis non ſolúm arbitros & judices, ſed aſſertores ac vindices mihi propoſui. Habet Italia multas & nobiles Academias, in quibus ſi ſuus honor mathematis habeatur, ut Latinis Græciſque literis, ut rhetoribus, logicis, phyſicis, medicis, Iureconſultis habetur, dubitare equidem nullo modo poſſum, quin Pythagoras in Italiam propediem redeat, & mathemata rurſus principia reliquæ deinceps philoſophiæ conſtituat, omniaque clariora & illuſtriora efficiat. At neſcio quo temporum fato In Italia frigeſcere ſtudia mathematũ, & mathematicæ profeſſiones minus honorari cœperint, cum tamen ſive arithmetica in numeris, ſive geometria in mechanica, architectura, optica, pictura ſpectetur, matheſeos uſus nulla in gente ſit inſignior. Arithmetica non numerorum potius, quám nummorum non in Italia modó, ſed in Gallia, Britannia & reliqua Europa, credo etiam in Aſia & Africa Italorum trapezitarum manibus exercetur: ſi quis uſquam muniendis urbibus & caſtellis mechanicus, ſi quis regum palatiis ædificandis architectus, ſi quis vivis rerum imaginibus exprimendis pictor egregius eſt, Italus eſt. Et tamen cum percuntarer de academiis Italiæ, quos profeſſores mathematicos, quibus ſtipendiis atque honoribus haberent, nil admodũ Italia dignum comperiebam: imó ſi qui mathematis ſcribendis aut explicandis delectantur, eos non profeſſionis munere, ſed ingenii atque otii oblectatione ductos animadverti. Scripſit Hieronymus Cardanus doctiſſimé mathematica plurima, medicinã tamen profitetur. Maurolycus maximam ſpem dederat fore ut omnes antiquæ mathematicæ doctores ipſius diligentia velut ab inferis in hanc iterum lucem excitarentur, & orbi terrarũ communicarentur: Fama illa, quæ tantoperé increbuerat, neſcio quomodo evanuit. Picco-

lomineus editis in Ariſtotelis mechanica commentariis oſtenderat, quantus mathematum artifex futurus fuiſſet, ſi ſeſe penitus illi ſtudio dedidiſſet. E Veneta nobilitate Barocius converſo, & pleriſque locis emendato Proclo: item Daniel Barbarus explicato Vitruvio animi cauſſa non matheſeos profeſſione mathematici eſſe voluerunt. Sic Commandinus é Græco in Latinum elegantius fideliuſque converſis doctrinæque rarioris acceſſione illuſtratis Archimede, Apollonio, Sereno, Ptolemæo ampliſſimé de mathematicis rebus meruit, non tamen ut in cathedram aſcenderet. Quamquam talis commentatio profeſſio quædam ſit, eaque illuſtrior fortaſſe & glorioſior. Itaque Commandine, præſentes futuroſque Latini nominis mathematicos vigiliis tuis tantoperé obligatos eſſe, tibi gratulor, utque quotidie magis ac magis obligentur, ut de Pappo præſertim poſtremis literis nobis recepiſti, felicem ac fortunatum longioris vitæ curſum ex animo tibi deprecor & exopto. Quid multa? Italia tota nobiliſſimus feré quiſque mathematicas artes ad otii ingenuitatē, ad domeſticos vel bellicos uſus adamavit: tametſi mathematicæ profeſſiones & ſcholæ minus frequentes ac celebres habeantur. Quamobrem Italiæ principes, liberæ civitates, reges, pontifices veſtram liberalitatem mathematicæ artes jam implorant, ut non tantúm privatim amentur colanturque, ſed in publicas academiarum veſtrarum cathedras veſtra inſigniore munificentia inducantur. Platonis votum illud eſt 7. de repub. ſtereometriam conquerentis vix adumbratam eſſe. Principes, ait, in rebuſpublicis liberales optandi ſunt, qui præmiis & honoribus excellentia, ad iſtam inquiſitionem ingenia cohortentur. Itaque Emanuel dux & princeps excellentiſſime huc te imprimis appellabo, qui viros qualibet eruditione pręſtantes undique ad Auguſtam Taurinorum tuorum academiam frequentandum & exornandum magnis præmiis evocas: qui mathematicis artibus & artificibus & inſtrumentis mirandum in modum delectaris, ut nihil uſquam rarum aut ſingulare mathematici generis prædicetur, quod tibi quovis ſumptu comparandum non exiſtimes: qui Margaritam uxorem habeas heroinarum noſtri ſeculi facilé principem, pari virtutis amore tecum certantem, teque quotidie vehementius ad omnes egregias laudes incitantem. Vobis hic ampla ſempiternę gloriæ ſeges eſt. Cęteræ vos patronos & Mæcenates habent diſciplinæ. Pythagoras, Plato, Ariſtoteles mathematum, id eſt ingenuæ eruditionis elementorum profeſſionem á vobis poſtulant. Hieronymus Roverius Taurinorum Archiepiſcopus, vel potius epiſcoporum elegantiore literatura Coryphæus, Molinæus condiſcipulus quondá meus vobis pro raris & medicinæ & prudentię dotib. clariſſimus: Cujacius noſtrorum juriſperitorũ decus poſtulationem, ſat ſcio nequaquam improbabunt. Ac ſi veſtris præclaris virtutibus acceſſio iſta facta ſit, omniumq; linguarum atque artiũ laudandarum cognitio & ſcientia populis omnibus magnificentia veſtra patuerit:

Fortunati ambo, ſi quid mea carmina poſſunt,
Nulla dies unquam memori vos eximet ævo.

Eadem mihi cohortatione cohortandi eſſent duces Ferrariæ & Flor[illegible], niſi multis inſignibus in doctos cujuſque doctrinæ profeſſores exemplis [illegible] plané perſuaſum

ſuaſum eſſet, ducatus potentiam ducibus ipſis virtutis & doctrinæ gloria chariorẽ non eſſe. Florentiæ tamen avitum illud literatis omnibus hoſpitium, & duab. præterea academiis Piſenſi & Senenſi exornatum mathematicis artibus ducalem, vel ſi Porſena pro antiqua dignitate nominetur, regalem ducíſq; imó regis gloriæ honorem parem vehementius efflagitat. Venetiæ veró cur mihi cohortandæ potius, quam omni genere laudis exornandæ? Mitto miraculum urbis, omnium urbium, quę unquam fuerint, pulcherrimæ, ſed urbis velut inſularis, omnibus tamen viis ac regionibus ſubternavigabilis, claſſemq; Xerxis verius, quàm fixam ędificiis urbẽ referentis. Quid Veneti ipſi? nonne quot patritii, tot nõ dico ſolúm reges, ut Cyneas ille de ſenatoribus Romanis dixit, ſed Pythagoræ, Platones, Archytæ, Ariſtoteles ſuſpiciendi atque admirandi? Quid induſtria Venetorum opificum? Equidẽ quod quotidie non a Venetis modó, ſed ab hominibus noſtris ſæpé jucundéque narrantibus audio: ſi mechanicus ille geometriæ uſus, de quo diximus, totus undique in unum locum conductus quæreretur, armamentarium Venetum conductum demonſtraret. Quid vis amplius? Veneti opifices, quamvis Græcarum Latinarumque literarum rudes & imperiti, tantum arithmeticæ, tantum geometriæ uſum habẽt, ut libros de arithmetica deque geometria ſubtiliſſimos conſcribant. Tartaléa teſtimonium laudis hujus ampliſſimum perhibuit. Itaque Veneti profeſſores eloquẽtiæ, philoſophiæ, medicinæ, juriſprudentiæ Patavinam academiam jampridem celeberrimam fecerunt: Si Euclides mathematicis elementis, Ptolemæus reliquis partibus profeſſores acceſſerint, cumulum perfectæ eruditionis adferent. Quare patricii Veneti curam hanc veſtro patriciatu dignam ſuſcipite. Veſtra civitas, licet infinitæ potentiæ hoſtibus tot annos undique obleſſa & circumvallata, tamen Archimedeis illis viribus incolumis & libera permanſit: Auctis igitur iiſdẽ & amplificatis æternum in terris beatæ civitatis exemplum permaneto. Bononiam equidem unicé amo coloq;, non ſolúm quia me profeſſorem optaverit, ſed multo maximé, quia una inter doctiſſimas Italiæ academias conſenſu omniũ omnis doctrinæ laude princeps habeatur. Hunc doctrinæ principatum peperit Bononienſium humanitas in peregrinos, amor ſingularis erga omnes virtute & doctrina præſtantes, & quidem admiratio veneratioque tanta, ut honor virtuti ac doctrinæ nuſquam verior ac plenior habeatur: Senatus φιλοτιμία quædam magnifica & generoſa in profeſſorib. deligendis: ut pleriſque populis non ſit major ambitio de amplificandis finibus, quàm Bononienſibus de oratore, philoſopho, medico, jureconſulto undiq; exquirendo, & liberalibus præmiis ornando augendoque: doctorũ nempe & eruditorum hominum dignitate, civitatis quoque dignitatẽ præcipué contineri arbitratur. Ergo Bononia doctis profeſſoribus ſemper excelluit ſemperq; floruit: hinc præſentia ornamenta Bononienſis academiæ Sigonius orator, Cardanus medicus, Papius Jureconſultorũ Craſſus Scævolaq;: Cupio tamen Bononiam ſine exceptione laudare, audio Mariam mathematicum inſignem & Copernici magiſtrũ Bononię profeſſum eſſe, Simum deinde ſucceſſiſſe. Itaque mathematicæ diſciplinæ ſtudia (Quadraginta viri veré nobiles veréque imperio majore digni) tueri ac ſuſtentare, imò veró amplificare veſtræ gloriæ propriũ eſt. Hæc ingenuæ & liberalis do-

ctrinæ principia & elementa ſi Bononiæ Pythagora, Platone, Ptolemæo, Archimede dignum honorem adepta fuerint, non Athenas modó, ſed Metapontum, ſed Alexandriam, ſed Syracuſas, ſed ſi quid uſquam in terris nomine doctrinæ clarum atque illuſtre fuerit, Bononienſis academia ſibi vindicato. Quid veró te Philippe tam multorum regnorum regem cohorter, ut Ticinum Inſubribus: Salernum Picentinis: Parthenopen Campanis: Palermam Siculis: Pinciam, Siguntum, Complutum, Salamanticam, Toletum Caſtellanis: Hiſpalim Granatam, Oſſimam Beticis: Oſcam, Illerdam, Valentiam Tarraconenſibus: Louanium & Duacum Belgis: quid, inquã, te cohorter ut tot tamque nobiles academias ditioni tuæ ſubditas mathematica ſcientia exornes? Gloria ſiquidem illa majorum tuorum quondam lõgé maxima maximéque literis & linguis omnium gentium celebrata fuit. Alphonſus rex in tabulas aſtronomicas cõvocatis undiq; mathematicis inſignib. quadringenta coronatorũ millia impendit, Alexandri erga Ariſtotelem in animalium hiſtoriam liberalitate pené exæquata. Quare ut numero regnorum reges Europæ reliquos ſuperas, ſic excellentibus cum reliquarum doctrinarum tum mathematicarum doctoribus ſuperato. Nonius Luſitaniam ſuam mathematis luculenter exornavit: ac ſi adhuc, quod vehementer opto, patriæ ſuperſit, non dubito quin adhortationem noſtram regi ſuo, licet adoleſcenti, tamen facilé comprobet, perſuadeatque Ulysbonam & Conimbricam mathematicis ſtudiis inſtruendas eſſe, neq; quicquam illi eſſe aptius ad oras univerſi maris inſulaſque toto orbis Oceano diſperſas retinendum. Enimveró cum ChriſtianæEuropę provincias feré omnes mathematica commendatione peragraverim, quo te piaculo Pie quinte pontifex Romane prætereeam? Academiæ academiarum principis dominus es: unde cæteris etiam omnibus academiis orbis Latini tempora ſtudiorum promotionumque gradus, ordines facultatum, laborum præmia & privilegia deſcripta ſunt. Itaque tua ſingularis cura hic eſſe debet, ne qua in academiis uſquam diſciplina liberalis, mathematica præſertim omittatur. Deus enim primis hominibus nullam grammaticam dedit, quia uno ore atque eodem ſermone omnes, natura pené ipſa docente, utebantur: neque forenſium cauſſarum rhetoricam, quia in tanta morum innocentia lis nulla naſcebatur: puriſſimæ mentis & immaculatæ ratio logica ipſa tum fuit. Ergo artes mathematicæ divinitus vel oblatæ vel inventæ, quę Dei potentiam in mundi creatione, ſapientiam in adminiſtratione, pietatem ex infinita bonorum omnium erga genus humanum largitate demonſtrarent: illa primorum hominũ, ut antea docui, theologia ſingularis & eximia fuit, quam reſtituere & ſtabilire tuæ authoritatis imprimis fuerit, ut iis pręclaris artibus erudita juventus, cum judiciũ ratione obfirmare didicerit, neque cuiquam vanitati temeré aſſentiri conſueverit, non facilé à vera pietate ad aniles fabulas abducatur. Hæc ad te eó liberius conſtantiuſque dicuntur à nobis, quod fama raræ virtutis, & jamptidem in Romanis pontificibus inauditæ celebraris: ambulare pedibus per urbem: ſine ſatellitibus eſſe palam: ſine armis, in benevolentia civium & conſcientia rectæ vitæ cuſtodiam corporis collocare: ex immenſis Romani Pontificatus opibus nimiam partẽ pontifici condonare, maximas partes in publica religionis negotia impendere: ſtuprorum

rum labes & impuritates antea tota urbe liberas ſecernere à caſtis oculis atque auribus: quæ laudabilia quidem ipſa per ſe ſunt, ſed majora & ſplendidiora poſtulantur. Romã triumphantẽ hiſtorici deſcripſere heroicis civium virtutibus apud exteras nationes admirabilem. Romam expleto heroibus omnium ſcientiarum atque doctrinarum: ut cum é provinciis vel apud ſuos eximii theólogi, jureconſulti, medici, mathematici, oratores, linguarum magiſtri in urbem venerint: reperiant tamen doctores, à quibus poſſint erudiri, fateanturque Romam academiarum omnium dominam reginamque academiam eſſe. Id veró futurum eſt, ſi à præmiis virtutis & doctrinæ purpurati Ariſtippi atque Epicuri procul arceantur: Pythagoræ, Platones, Euclides, Ptolemæi, Hippocrates, Solones, Lycurgi, præcipuéque Moſes & Pauli ultró accerſantur, ſummiq; profeſſores illi ut grammatici grammaticæ, rhetores rhetoricæ, logici logicæ, mathematici mathematicæ, philoſophi reliqui philoſophiæ reliquę, ſic non Ariſtippi non Epicuri quamlibet genere lauti ac ſplendidi, ſed theologis omnibus illis antecedentibus ſtudiis perfecti & cõſummati theologiæ & cujuslibet de religione controverſiæ judices atque arbitri conſtituantur, primoſque in urbe idcirco honores aſſequantur. Hos enim pędonomos in beata civitate honoratiſſimos eſſe iubet Plato. Tum impietates e Chriſtiana religione & immanes ſectas Chriſtiani ſublatas eſſe lætabuntur. Romam tum deníque vere triumphantem omnes confitebuntur, lætiſque animis prędicabunt, hunc aureum pontificatũ omnes mortales complectentur, fovebunt, oſculabuntur. Sed ô me ſomnio neſcio quo tota cohortatione felicem ac fortunatũ! Sum P. Ramus regius Lutetiæ profeſſor ſolicitus de craſtina mathematum prælectione, & tamẽ é bibliotheca egreſſus, Britanniam, Germaniam, Italiam, Siciliam, Hiſpaniam peragravi, Romam veni: Reges, Principes, liberas civitates, duces, pontifices inviſi coramque liberé compellavi: jam domum ad me, meoſque in bibliothecam redeo regiumq; diploma initio mihi propoſitũ meditor, ad quod impetrandũ ſi me Æmari Vabrei regii ſecretarii & opera & induſtria & populari illa publicas in cauſſas liberalitate ſingulariter adjutum oblitus eſſem, ingratam mihi atq; acerbam vitam eſſe arbitrarer: Diploma igitur hoc unum mathematicis, imó quacunque doctrina doctis omnibus impetratum nobilibus atque ingenuis artibus gratulabor: collegaſq; meos ad extremum proprié cohortabor. Itaque collegæ mei mathematum profeſſores ac magiſtri, excitate animos, & de profeſſionis gloria magis ac magis cogitate.

Sint Mæcenates, non deerunt, Flacce, Marones:

ait Martialis: At ego etiam contrá:

Non Mæcenates deerunt, ſint, Flacce, Marones,

Ut enim artes auxilio librorum, expedito vitæ viatico, honore laborib. propoſito facilius & alacrius percipiuntur: ita qui præſtant artibus privatæ & publicæ vitæ utilibus, non poſſunt non protinus à mortalibus omnibus amari atque honorari. Ecquis veſtrum, ſi optio fieret, non malit ſe Syracuſis Archimedem mathematicum, quam tyrannũ Dionyſium fuiſſe? Ecquid, ſi jam Noribergam contrariis ſimul portis, altera ſummus urbis magiſtratus, altera redivivus Regiomontanus adventare dicerentur, utro frequentioré concurſum credimus futurũ? Fructus certé lon-

gé nobiliſſimus ingenuis ſtudiis deeſſe non poteſt. Fuit igitur quondam Romanæ reip. principibus glorioſum vias prætorias & conſulares ſternere, ſuiſq; nominibus appellare, Appiam, Flaminiam. Itaque, ait Galenus, ſimili in quæſtionis genere, cũ veteres in Italia viæ injuria temporum neglectæ difficiliores eſſent, Trajanus imperator hoc regiũ veréque imperatorium opus aggreſſus, omnes vias refecit: quæ partes humidæ ac lutoſæ eſſent, lapidibus conſtravit, aut editis aggeribus erexit, quæ ſentibus circumſeptæ & aſperæ eſſent, purgavit, flumina, quæ vade tranſiri nõ poterant, pontibus conjunxit, ubi flexus longior eſſet, brevius iter direxit, ſicubi veró propter editum collem aditus arduus eſſet, per mitiora loca deflexit. Deniq; ſi via obſeſſa feris vel locorum ſolitudine deſerta eſſet, per cultas regiones & habitatas deduxit, aſpera omnia complanavit. Quamobrem, per Deum immortalem, mathematici profeſſores, ubicunque terrarum eſtis, ſuſcipite iſtam prętoriam vel conſularem provinciam, hanc regiam & imperatoriam curam, & quidẽ tanto majorem & pręſtantiorem, quanto viæ per artes ac diſciplinas gratiores hominibus & fructuoſiores futuræ ſunt quibuslibet viis per paludes, ſentes, flumina, montes, ſolitudines directis. Via hic Appia, illic Flaminia dicta, arithmetica veſtri nominis fama, geometria veſtri nominis gloria prædicabitur. Turpe eſt poſteris habere expreſſa a majoribus ſuis exempla diligentiæ, laboris, induſtriæ, ignavia autem & inertia languere & torpere. At vero Pythagoras Thaleti, Hippocrates Pythagoræ, Plato Hippocrati, Architas Leonti, Eudoxus Platoni, Theudius Eudoxo & Leonti, Hermotimus Theudio nequaquam iſtas pectoris delitias, tamque degeneres anguſtias oſtendere: non turpidinis, ſed mortis inſtar generoſis illis mentibus fuiſſe arbitror, nihil ad inventa majorum adjungere: acceptum doctrinæ patrimonium non auctius & locupletius efficere. Itaque ducentis annis tot ac tanta mathematicæ diſciplinæ monumenta Proclus concluſit. At nos mathematici annum propé ſeſquimilleſimum eximii videlicet facti ſimus nihil addendo: imó vix ac ne vix quidem relictæ doctrinæ milleſimam partem intelligendo, nihil exercẽdo. Quamobrem expergiſcimini aliquando, & in ſtudium tam illuſtre, tam magnificum, tam laudabile ardentius incumbite. Materies varia eſt & multiplex & copioſa non in Euclide ſolùm & Theone, ſed in aliis præterea primariis authoribus, Diophanto, Archimede, Theodoſio, Apollonio, Sereno, Pappo: multo etiam major in reliquis illis, quæ Ariſtoteli ϛοιχεῖα dicuntur. Conformatio materiæ illius compoſitioque, id eſt methodus a vobis expectatur & poſtulatur, ut mathematicis elementis regia via diſpoſitis propoſitiones ſingulæ ſuam veritatem, non ſolum proponant, ſed ordinis ſui argumento præcipué demonſtrent: Neque veró demonſtrent veritatem ſolúm, ſed multo maxime utilitatem, neque Platonis aliquando non ſatis neque ſapiens neque hominum generi cómoda ſententia de mathematum contemplatione tam ſuperſtitioſe vel ambitioſé audiatur: Sed Pythagoræ popularis illa in docendo ſimplicitas: deinde Architæ, Leontis, Eudoxi, Archimedis, Heronis præcipue mathematica utilitas exerceatur & excolatur. Quid multa? mathematicũ judicemus, qui non ſolúm propoſitiones arithmeticæ & geometriæ ſyllogiſmo aliquo concluſerit, ſed multó magis, qui exemplo atq; opere fructũ arithmeti-

meticæ, utilitatē geometriæ præſtiterit. Quod ſi quando cōtigerit mathematica elementa nō ſolū a doctis hominib. ætate & labore cōfectis, uti nūc fit, ſed à pueris, à mechanicis, ab architectis, a pictorib. facilius ediſcentur, facilius exercebuntur. Quamobrē Deū Optimum Maximū oro & obſecro, ut ad hoc opus catholicis illis & methodicis legibus conformandum, & modis omnibus exercendum & tractandum, omnes ubicunque terrarum ſint, hujus tam præſtantis ſcientiæ peritos & intelligentes excitet. Thales & Pythagoras muſis mathematicis bovem immolarunt, cum theoremata quædam geometrica inveniſſent. Ego veró bovem opinam vel hecatombem potius totam philoſophis illis & cupidiſſimé voveam, & voti damnatus ſanctiſſimé perſolvam, a quibus mathematicas artes pueris faciles, opificū vulgo familiares, cognitione denique & uſu non tantùm mirabiles, ſed etiam populares factas eſſe videam. Ad te poſtremó, Catharina Medicea, redeo, & cohortationem in te concludo. Primo libro mathematicos omnes tibi propoſui, qui te cum inventorum ſuorum varietate & præſtantia, tum perſonarum ipſarum fama ac dignitate commoverent, ut ſe hoſpitio tuo dignos judicares. Secundo libro mathematum utilitates declaravi: quæ tibi demonſtrarent, quot & quantis bonis Caroli filii regnum auctura eſſes, ſi mathemata per omnes Galliæ academias docerentur atque exercerentur. Tertio diſputavi mathematicas artes via quadam faciliores & clariores effici poſſe, ne ſtudioſa juventus in poſterum a tam nobilibus diſciplinis obſcuritate ulla revocetur. ad mathematicam ſcientiam denique ſuſcipiendum & celebrandum mortales omnes exhortando, Britannos, Germanos, Italos, Hiſpanos complexus ſum, id eſt teſtem poſtulationis meæ orbem terrarum, vel adſtipulatorem appellavi. Itaque cogita iterum atque iterum te in ampliſſimo gentium omnium theatro poſitam, infinitis oculorum millibus circumſpectari, exitumque noſtræ cohortationis expectari non ab exteris tantum, ſed multo magis a ſedecim ampliſſimi regni academiis Pariſiorum, Aureliorum, Biturigum, Andium, Pictonum, Rhemotum, Divionenſium, Cadomorum, Nannetum, Burdegalenſium, Aquenſium, Gratianopolitanorum, Valentinenſium, Tholoſatum, Cadurcorum, Nitiobrigum: Avenionem adderem niſi pontificis quam regis eſſe mallet: urbi tamen urbium Gallicarum elegantiſſimæ ad egregias reliquarum artium profeſſiones mathematum quoque elegantiam exoptabo. Tot igitur academiis Chriſtianiſſimum regnum ornatum eſt, ſed multo ornatius & ſplendidius futurum ſit, ſi tot regni partibus mathemata, id eſt clariſſima liberalium artiū lumina perluceant. Excita igitur Mediceum illum animi vigorem, ſpemque noſtram vincito. Si Britannia, Germania, Italia, Hiſpania noſtris votis reſponderint: attamen tu omnium omnes laudes ſuperato, gymnaſiumque Catharinæ Mediceæ ante conditorū gymnaſiorum non ſolùm ſplendore ædificiorum, opulentiaque fundorum, ſed multo maximé ingenuarum diſciplinarum mathematicarū imprimis profeſſione præſtantiſſimum ac nobiliſſimum facito.

LIBRI TERTII FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. IIII.

In I. lib. Arithm.

TRIBUS ſuperioribus libris procœmium quoddam fuit cohortationis ad artes mathematicas, deinceps materies nobis preſsior erit in ſingulis præceptis mathematicis. Quartus itaque liber erit in definitionem & partitionem mathematicæ, & in primum librum noſtræ arithmeticæ. Quid igitur eſt mathematica? Eſt (inquam) doctrina quantitatis: ut veró definitur arithmetica bene numerandi, geometria bene metiendi doctrina, ſic generali verbo, modo ex ſuo fine definiretur mathematica ars, tanquam diceretur, quantitandi. Sed tamen non ſi vocabulum deeſt, res ipſa minus intelligatur: nomen autem μαθήσεως, μαθήματος, μαθηματικῆς, generale eſt, & diſciplinā ſignificat, ut μανθάνειν diſcere, μαθητὴς diſcipulum: ſpecialis tamen intelligentia facta eſt ad doctrinā quantitatis exprimendū. Synecdoche generis pro ſpecie cauſſam hinc habuit, quod diutiſsimé mathemata ſola ex artibus diſcebantur, ut primo libro patuit, cum nulla dum eſſet, neque grammatica, neq; rhetorica, neque logica: Itaq; tanquā hæ ſolæ eſſent artes, artes etiā ſunt appellatæ: poſtea autē propter excellentiā generale nomen retentū eſt, quia hæ diſciplinæ omniū certiſsimæ eſſent & accuratiſsimæ: quæq; doctoris lumen præcipué requirerent, ut ſolæ artis & doctrinæ nomine dignæ viderentur. Atque hæc mathematicæ definitio qualiſcúque eſto. Partitio autē eſt in arithmeticam & geometriam: quia quantitas mathematica eſt diſcreta ut numerus, aut continua ut magnitudo. Procli de hac partitione cōmentatio duobus capitibus libri primi duodecimo & decimotertio producitur. Quapropter partitionē mathematicæ ex ejus ſententia declaremus. Quid igitur mathematica, quotuplex mathematicis viſa eſt? Pythagorei mathematicæ partes quatuor numerant, arithmeticam, muſicam, geometriā, aſtrologiam: quoto enim & quanto dividunt quotū per ſe eſſe, aut referri ad aliud: itē quantum quieſcere aut moveri: In primo arithmeticam: in ſecundo muſicam: in tertio geometriam: in quarto aſtrologiam collocant. At partitio iſta non eſt κατὰ παντός, imó plané falſa eſt: muſica non docet doctrinam numerorum, ſed rationes & proportiones ſonorum: neque aſtrologia docet quantitatis doctrinam in linea, ſuperficie, corpore, ſed naturam & affectionem corporum cœleſtium. Utuntur artes omnes nominibus & verbis: item argumento, enuntiato, ſyllogiſmo, methodo, artes tamen earum rerum ſunt grammatica tantum & logica: Ita dicendum muſicam & aſtrologiam uti numeris & lineamentis, id eſt quantitatibus in arithmetica & geometria declaratis, quantitatis tamen doctrinam tantum eſſe arithmeticæ in numero, & geometriæ in magnitudine. Quare quadripartita diſtributio mathematum eſt falſa. Geminus partitionem aliam paulo ſubtilius inſtituit, quod mathematica ſit intelligibilium vel ſenſibilium: Intelligibilium, ut arithmetica & geometria: ſen-

ſibi-

ſibilium, ut Mechanica, Aſtrologia, Optica, Geodæſia, Canonica, Logiſtica. Atque Geminus licet Logicus adverſus Euclidem nonnunquam acutior, attamen non multó accuratius quám Pythagorei partitus eſt. Artes enim omnes ſunt rerum generalium & univerſalium, alioqui non eſſent κατὰ παντὸς, ideoq; intelligibilium, neq; magnitudo minus eſt naturalis & ſenſilis quã ſol vel luna. Sed Ariſtoteles partitionis hujus lucẽ, licet nõ ſatis aperte locis omnibus, aliquando tamẽ acutius vidit. Secũdo phyſico q̃rit quomodo differat phyſicus à mathematico, cũ uterq; lineamẽta & figuras conſideret, & reſpondet illa conſiderari à mathematico abſtracta à motu & materia, á phyſico autem cõtra permiſta & cõjuncta materiæ motuique. Sed Ariſtoteles multo gravius veriuſque in philoſophia philoſophatur, cũ ab eo totum illud ἀφαιρετικὸν abſtractivum mathematicæ diſciplinę genus deridetur, appellaturq; πλασματίας ὁ λόγος fabulator ſermo, tamque ἀφαιρετικὴ efficitur phyſica & medicina, quám mathematica, quod veriſſimum eſt. Leges enim formandæ artis κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθ' ὅλου πρῶτον communes ſunt omnium artium, & perinde á ſingulis rebus pręcepta generalia, homogenea, propria abſtrahi jubẽt: Sed abſtractio mathematica clarius explicatur in metaphyſicis, quod abſtrahere magnitudines nihil aliud ſit, quam conſiderare ſine gravitate, levitate, duritie, mollitie, raritate, denſitate, calore, frigore, cæteriſque phyſicis accidentibus: quod quidem veriſſimé dictum eſt, ſed tam vere etiam de coloribus abſtractio diceretur, ſi Apelles aliquis de coloribus artem aliquam ſcriberet. Conſideraret enim á cæteris rebus nihil naturæ coloris eſſentialibus abſtractos & ſeparatos colores. Quærit etiam Ariſtoteles eodẽ phyſico ſecundo, utrum aſtrologia ſit pars phyſicæ, quod idem quæri poterat de Optica & Muſica. Sed obſcurius ea quæſtio diſſolvitur: reſpondet enim Ariſtoteles hæc é mathematis eſſe φυσικώτερα magis phyſica: vel potius mathematis contraria, quia geometria lineam quidem phyſicam conſiderat, ſed geometricé, id eſt per ſe, & ſolitariam: phyſica autem geometricam, ſed phyſicé, id eſt cum reliquis phyſicis accidentibus alligatam. Sic (inquam) Ariſtoteles diſſolvit, ſed neque ſatis aperté, neque ſatis logicis informandarum artium legibus congrué, ut ad 2 cap. 2. phyſici dictum eſt a nobis. Nam quod phyſicus conſiderat lineamenta & figuras, conſiderat non phyſica, ſed mathematica facultate: & ſi phyſica ſit ſcientia corporis materiati & ſenſilis, certe aſtrologia pars ſit phyſicæ neceſſe eſt, & Optica pars erit phyſicæ de viſibilibus, ut muſica de ſonis, & tanquam diceretur de audibilibus. Quare bimembris illa mathematum partitio teneatur. Mathematica igitur eſt arithmetica in numero, geometria in magnitudine, muſica autem, aſtrologia, cæteraque illa σύμμικτα non ſunt artes mathematicæ. Nihil enim præcipiunt de quantitate, nihil de numero, nihil de magnitudine, ſed de re phyſica numerata, de re phyſica magna. Itaque mathematicæ non ſunt. Logiſticam … ab Arithmetica, ut geodæſiam à geometria σφαιροποιΐαν, μετεωροσκοπικὴν, γνωμονικὴν ab aſtrologia ſeparare nõ major ratio fuit, quam grammaticam & grammaticæ uſum duas artes efficere, ſic pleraq; in mathematicis vulgó numerata artificium quoddam ſeparatum habent, ut Coſmographia, Geographia, in quibus Ptolemæus princeps fuit: Mechanica & Organica, in quibus Archytas, Eudoxus, Archimedes excelluere: θαυματοποιητικὴ, cujus prin-

cipes Cteſibius & Hero fuere: ἰσοῤῥοπικὴ de ponderum æquilibrio, quam celebravit Timæus, ſed maximé Archimedes: hinc libræ & trutinæ: τακτικὴ in re militari, cujus magiſtri Polybius & Ælianus apud Græcos, Vegetius apud Latinos: Architectura, de qua Vitruvius præcepit. Veruntamen non eſt illud prætereundum, quód Proclus communiones & differentias arithmeticæ & geometriæ hic etiam collegit, fecitque Logica illa de materia formaque artium, item de rationum, proportionum doctrina, de alternatione, inverſione, fecit (inquam) Logica mathematicæ communia quædam principia. In quo nihil errat, quod Logicam putet eſſe communem mathematicæ. Eſt enim omnium artium & omnium rerum communis, & in Logica proprie præcipitur de generali arte rationũ, æqualium, majorum, minorum, proportionum directarum, inverſarum, alternarum. ſed errat ſi putat præcepta illa communia eſſe præcepta artis mathematicæ: ſpecialia ſunt ubi numerus ſpecialiter attingitur & eo numeratur, ut duplum, triplum, ſeſquialterum. Ariſtoteles autem in analyticis & metaphyſicis verius illud admonet, communia eadem illa non eſſe mathematicæ, ſed altioris diſciplinæ theoremata. Age verò differentias Arithmeticæ & Geometriæ ſimiliter audiamus. Quatuor enumerantur a Proclo, in quibus multus eſt lib. 1. cap. 3. & lib. 2. cap. 2. Prima eſt. In numeris datur minimum: in Geometria non datur, ut in quadrato, gnomones arithmetici dantur minimi: in Geometria non dantur. At hæc differentia ut vera ſit, nihil tamen admodum oſtendit: Nam ut magnitudo infinité dividi poſſit, potentia tamen illa eſt mẽtis, qua poſſit etiam unitas in ſcrupula, & ſecunda, & tertia, & ſic deinceps infinité dividi. Secunda differentia eſt, quód numerus non habeat ſitum, magnitudo habeat. Id ex Ariſtotelis Categoriis diſcrimẽ eſt: & occupatio loci eſt magnitudinum propria, reſq; ipſæ Phyſicæ beneficio magnitudinum ſitum & locũ occupant. Tertia eſt quód ſymmetria primum ſit in numeris, deinde ratione numeri ſit in magnitudine. Contra figura proprié ſit in magnitudine κατὰ τὴν ἀναλογίαν in numeris. At menſurabile & commenſurabile non aliud eſt quam numerabile & communi numero numerabile. Itaque ſymmetria eſt numerorum. Secunda pars autem hujus differentiæ valde notanda eſt, quód figura primo & proprie conſideratur in magnitudine, in numero autem tantum per analogiam, attamen non perpetuam. Nec enim numeri poſſunt omnes figuras omniumque figurarum proprietates numerare. Multiplex enim & varium hic eſt [illegible], ἄλογον, ἄῤῥητον. Duplum poteſt quadratum in magnitudine, nempe ſi ex diametro quadrati [illegible] quadratum, erit duplum dati: in numero autem non poteſt, ſed in quibuſdam tantum [illegible] num quiddam eſt: ut e 5 quadratus numerus eſt 25. é 7 eſt 49 uno minor quam duplus. Attamen hæc ipſa figurarorum numerorum doctrina licet arithmetica tota eſſe videatur, quia ſola multiplicationis conſideratione contenta ſine ulla figuræ cujuſquam ſimilitudine [illegible] ipi exerceri que poſſit, attamen geometricis figuris alligata eſt, nec extra ullum uſum habet. Iraque geometricis etiam figuris quibus inſerviet adjungenda. Quarta differentia eſt πάντα τὸν λόγον εἶναι ῥητὸν omnem rationem eſſe explicabile proprium eſt arithmeticæ. Sunt .n. in geometria καὶ ἄῤῥητοι λόγοι. Sed hæc differentia perinde eſt, tanquam ſi diceres omnes numerorum comparationes e[illegible]

tari

cati numero poſſe, magnitudinum autem nō omnes poſſe, ut axis ad latus icoſahedri & dodecahedri. Sed tamē iſtæ in artibus differentiæ & diſſimilitudines patent ex cognitis partibus: ſeparatim veró colligi prorſus eſt nugatorium & inutile: talia ſophiſmata Porphyrii & Ariſtotelis logicæ ſcholæ refutarunt. Quamobrem ſi mathematica generaliter definienda: ſi deinde partitio facienda ſit, definiatur mathematica doctrina numeri & magnitudinis, duplexque efficiatur arithmetica & geometria, cætera φυσικώτερα ſuo tempori & loco reſerventur.

In Cap. I.

ARithmetica eſt doctrina bene numerandi: Hæc definitio in elementis nulla eſt, imo ipſum numerandi verbum ad unam diviſionis ſpeciem a Boetio, Jordano, Campano & aliis aſtrictum eſt, ut ſit idem quod Euclidi metiri id eſt dividere. Elēchus Euclidis eſt omiſſæ definitionis: at Boetii & aliorum Elenchus eſt generis pro ſpecie, generale nempe verbum ſpecialiter uſurpantium, cúm tamen ſpecies ipſa proprium verbum habeat, ut dicetur ſuo loco. At nomen numerandi, additionem, ſubductionem, multiplicationem, diviſionem numerorum & partium, comparationem rationum & proportionum complectitur: denique bene numerare eſt arithmeticæ vim & facultatem exprimere, ubi opus ſit. Eadem ars apud Platonem logiſtica interdum dicitur, tametſi aliâs nomen logiſticæ vulgarem tantum calculum ſignificat, & ſic λογίζεσθαι ratiocinari pro computare dicitur. Atque hæc é generali definitione arithmeticæ. *Partes arithmeticæ.* Hæc partitio in Euclide non eſt, imò prorſus nulla, ſaltem ſpeciei partitionis uſquam propoſita in totis elementis partitio eſt, ut in tertio libro dictum eſt. Nos igitur omnia complexi, quæ arithmeticæ neceſſaria, cognata, propria fuerint, ea bifariam partimur é generali differentia numerorum ſimplicium & comparatorum. Neque partitione Platonis movemur arithmeticam aliam vulgi, & practicam, aliam philoſophorum & theoreticam faciētis. Hac enim logica feceris duas grammaticas aliam practicam, aliam theoreticā. At omnium artium præcepta theoriam habēt: eorum veró exercitatio & uſus praxim, neque propterea duæ ſunt artes, ars & uſus artis. Alii faciunt arithmeticæ partes vel ſpecies, numerationem, additionē, ſubductionē, duplicationem, multiplicationē, dimidiationem, diviſionem, progreſſionem, extractionem: quç logica talis eſſet, ac ſi diceres grammaticæ partes eſſe nomen, verbum, adverbium, cōjunctionem, ſyntaxim nominis adjectivi ac ſubſtantivi, particulas enumerans, non partes, neq; tamen particulas omnes, ut ſuis locis de ſingulis iſtiuſmodi particulis intelligetur. Arithmetica ſimplex & abſoluta interpretatur ſimplices qualitates numerorum, in quibus nempe nulla arithmetica comparatio eſt neque rationis, neque proportionis. Æqualitatis enim & inæqualitatis comparatió quædam erit, ſed logica & quæ Arithmeticam comparationis doctrinam nullam requirat. Atque hæc é generali definitione arithmeticæ: unde numerus generaliter definiendus fuerat: quo unumquodque numeratur. Numeri veró notæ decem, quæ hic adſcribuntur recentes ſunt: his enim Euclides vel Theon nuſquam uſi ſunt, nuſquam Archimedes, ut veterum quiſquam. Nicomachus ait numeri ſignificationem per unitates eſſe φυσικὴν καὶ ἀμέθοδον, ideoque ſimpliciſſimam. Græcas autem literas νόμῳ καὶ θέσει,

μαντι αἰθρωπίνῳ lege & conſtitutione hominum ſignificare, ut I quo 10. K quo 20 ſignificantur, denique apud veterum neminem notare potui has notas 1.2.3.&c. Alii referunt ad Phœnices invẽtores arithmeticæ, propter eandem commerciorum cauſſam: Alii ad Indos: Ioannes de Sacroboſco, cujus ſepulchrum eſt Luteciæ in cognitio Maturinenſi, refert ad Arabes: nec opinio aliena eſt, cúm orbis terrarum Arabes potirentur, etiam diſciplinarum potiri voluiſſe. Itaque eorum multa ſcripta extant in Philoſophia, medicina, mathematica, unde Algorithmus pro Arithmetica, Almageſtum pro ſyntaxi magna: quia al Arabibus regula eſt, ἀριθμὸς græcé numerus, μέγιστον maximum: permiſtis igitur ex arabico & græco vocabulis facta ſunt nomina algorithmi & almageſti. Quicunq; autem fuerit invẽtor decem notarum, laudem magnam meruit, res certé ipſa tantum placuit, ut omnium gentium conſenſum meruerit, quod é libris hodie Latiné Græcé Hebraicé editis patet: Mathematicis enim his notis utuntur, ſicuti numeris, ut in paginis & foliis exprimendis.

Circulus. Circulum appellamus cum multis, quam alii thecam, alii figuram nihili, alii figuram privationis, ſeu figuram nullam vocant, alii ciphram, cúm tamen hodie omnes hæ notæ vulgó ciphræ nominentur, & his notis numerare idem ſit quod ciphrare. Romani autem literis ſeptem utuntur I. V. X. L. C. D. M. ad omnem numerum deſcribendum: I. ſignificat unum: X. ſignificat decem, quia decuſſis denarium ſignificat, & decuſſatio hic fiat verticalibus angulis: V autem eſt dimidium ipſius X: C vero ſignificat centum, & ita olim ſcribebatur [· & tum dimidium erit L pro nota quinquaginta. Sic M. mille ſignificat, & olim ſcribebatur ſic cIↄ, ut dimidium ipſius fuerit D pro nota quingentorum. Fuit veró etiam Romanis arithmetica quędam é digitorum geſtu. Hinc juvenalis locus ille:

—Atque ſuos jam dextra computat annos.

Et Quintiliani locus duplex, alter primo libro. Si actor, non dico circa ſummas trepidat, ſed digitorum indecoro geſtu á computatione diſſentit, indoctus habetur. Atque iterum lib. 10. de geſtu digitorum, poculum poſcentis, aut verbera minantis, aut numerum quingentorum flexo pollice efficientis, &c. Sic apud Plinium lib. 34. ca. 7. Præterea Janus geminus a Numa rege dicatus, qui pacis bellique argumẽto colitur, digitis ita figuratis, ut trecentorum quinquaginta quinque dierum nota per ſignificationem anni, temporis & ævi ſe deum indicaret. Quales loci veterum authorum plerique ſunt, & χειρονομίαν ipſam Beda de temporibus cap. 1. deſcripſit, imagines etiam ab illo additæ, ut licet ex eo cognoſcere. Numerus veró dividitur ab authore Algorithmi demonſtrati in digitum, articulum, compoſitum. Digitus eſt quivis numerus minor denario, ut ſunt 1.2.3.4.5.6.7.8.9. Articulus eſt numerus qui poteſt dividi in decem partes æquales, ut 10.20.30. Compoſitus qui fit ex articulo & digito: ut 15.24.&c. Digitus etiam monadicus, ut articulus decadicus græcis verbis ab aliis dicitur. Sed partitio in digitum, articulum, compoſitum eſt puerilis & ſine ullo fructu, & tantum videtur conficta, ut eſſet materies confingẽdarum regularum & demonſtrationum plané ineptarum, quibus Algorithmus ille conſarcinatus eſt. Quatuor verò ſunt in cõmuni & generali numeratione, quòd duobus oblatis numeris tertius invenitur, quód inductione partium, quòd notæ tanquam

quam ſolitariæ ſpectantur, quod mente reſervatur nota quæ ſequenti numerationi ſervire debeat. *Partium ſimilium.* Similitudo partiũ nullam nobis hic numerorum proportionem indicat, ſed ὁμωνυμίαν quandam logicam, ut in partibus intelligetur. Inductionis veró cauſſa eſt logico, quia totum ſuis partibus eſt æquale.

In Cap. II. De Additione.

A*Dditio eſt numeratio.* Sic Euclides definit numerum per additionẽ unitatum, ſpeciem numerationis pro toto genere accipiens, ſed ante Euclidem Ariſtoteles id apertius docuit in philoſophia lib. 13. cap. 7. his verbis: Ἀνάγκη ἀριθμεῖσθαι τὸν ἀριθμὸν κατὰ τὴν πρόσθεσιν, οἷον τὴν δυάδα πρὸς τῷ ἑνὶ ἄλλου ἑνὸς προστεθέντος, καὶ τὴν τριάδα ἄλλου ἑνὸς πρὸς τοῖς δυσὶ προστεθέντος, καὶ τὴν τετράδα ὡσαύτως. Neceſſe eſt numerari numerum ſecundúm additionem: ut binarium uno ad unum addito, & ternarium uno duobus addito, & quaternarium ſimiliter. Quare qui numerationem primam ab additione diverſam fingunt Arithmeticæ quandam partem, vehementer errant, ſeque in logicis valde rudes eſſe profitẽtur. Additiones autem ut cujuſlibet numerationis ſpecies infinitæ ſunt, ut ſi poſito numero addatur unitas unica vel duæ vel tres vel quatuor, & ſic in infinitum, ut quando numeras 1.2.3.4. vel 1.3.5.7. vel 1.4.7.10. vel 1.5.9.13. Hæc arithmeticæ prima eſt infinitas, quam in ſolis primúm numeris docuit Euclides, quæ in omnibus Arithmeticæ partibus deprehendetur. Punctis diſtinguuntur millenarii loci in additione continua, alii faciunt idem literis a. b. c. ſed commodius eſt punctis. Romani ultra centum millia non numerabãt niſi per adverbia, ut decies, centies, quod multis apud Ciceronem exemplis in Verrinis pręſertim cognoſcitur. Itaq; ſi voles Romano more dicere ſummam aliquam, diſtinguito punctis notas a fine, tertiam, ſextam, nonam, & ſic deinceps binis intermiſſis, hunc in modum 3 2 1 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Hìc quinq; ſummæ ſunt. Prima eſt tricies bis millies millies centena millia. Sæpiſſimé veró verba illa centena millia reticẽtur, ut duodecies millies ſeſtertiûm idem eſt, quod duodecies millies cẽtena millia ſeſtertiûm. Secunda ſumma eſt, centies novies millies centena millia. Tertia octingenties ſeptuagies ſexies centena millia. Quarta quinquaginta quatuor millia. Quinta trecenta viginti unum. Atq; hęc arithmetica veterum Romanorum fuit, quæ multó eſt expeditior notis arithmeticis. E definitione autem harum notarum author algorithmi fecit definitionem limitis, id eſt collectionis notarum. Limes itaque primus eſt digitorum: ſecundus primorum articulorum: tertius ſecundorum, & ſic deinceps: fecit item conceptiones & petitiones. Conceptiones ita ſunt. Omnis limitis numeri decuplantur á numeris proximi ſuperioris limitis quilibet a ſuo relativo. Omnis numerus limitis totiens continet primum ſui limitis, quotus ipſe eſt in limite. Petitiones ita ſunt. Omnem figuram ſignificativam ſignificare totum numerum limitis quota ipſa eſt in ordine figurarum. Omnem figuram ſignificativam quoto loco ponitur, toti numerum limitis ſignificare. Cyphram nihil ſignificare, ſed ideo præponi figuræ ſignificanti, ut ipſa toto loco ponatur, quoto poni debet. Figuram præponi quæcunq; dexterior eſt. Hæc authoris illius principia & verba ſunt ad demonſtrationem additionis, ſubductionis, & reli-

quarum numerationum, de qua demonſtratione poſtea. Præcipitur vulgò ut de numeris addendis major ſuperſcribatur, minor ſubſcribatur. Id veró nihil eſt, ſed ut quiſq; numerus proponitur major aut minor ſupra infrave, nihil intereſt, quod etiam de Sacroboſco monet. Præcipitur item ut additi numeri duo deleantur. Id item nihil eſt, collectus enim ex additis infra ſcriptus notat ſupra ſcriptos jam additos eſſe, litura igitur hîc ut in multiplicatione nihil facit. de partibus & particulis, ut de libellis, aſſibus, denariis, hic etiam quidã magiſtri præcipiunt. Sed de partium doctrina, deq; reductione partium ad numeros integros, vel contra de reductione integrorum ad partes, deque tota partium numeratione, ſeparata doctrina erit poſtea. Abacus autem in ſingulis numerãdi generibus quatuor vulgò per tabulam Pythagoream proponitur: at abacus meditationis noſtræ multó magis Pythagoreus eſt & mathematicus. Itaq; non temeré tantopere a nobis commendatur. Additionis demonſtrationem nonnulli triplicem faciunt per 9 vel 7, per additionem contrario ordine, per ſubſtractionem: ut ſi ſcire velis in additione,

12
15
———
27.

an recté operatus ſis, jubent ut 9 tollas de addendis tanquam ſeparatim conſideratis quoties poteris. Item de ſumma collecta, ſi reliquum ſit æquale probam additionem, ſecus vitioſam, ut in exemplo poſito nihil manet. At demonſtratio valde ſimplex & imperita eſt. Quid enim ſi peccatum ſit in ſumma, & pro 27 collegero 36, ſubducito 9 quoties ſubduci poteſt, nihil manet. Itaque fallere poteſt: demonſtratio per 7 eadem eſt, ut ſi proponantur addẽda 43 & 52 & collegero 59 pro 95 ſubducito 7 quoties poteſt, utrinque nihil manet, & tamen falſa additio. Quod ſi authores demonſtrationis hujus præcepiſſent, ut 9 tolleretur ab addendis quoties poteſt, & toties a ſumma tolleretur, tutius præcepiſſent, & cauſſam credo intellexiſſent. Si ab æqualibus æqualia tollãtur, reliqua fore æqualia. Veruntamen etiam intelligerent id per reliquos numeros ſimiliter fieri poſſe. Secunda demonſtratio eſt, ut a ſiniſtra dextram verſus numeri addantur. At id difficile ſit, ſi majores notæ fuerint, ut hic $\frac{9}{8}\,\frac{8}{7}\,\frac{7}{9}$. Tertia per ſubductionem imperité etiam fit: quia demonſtratio per 9 & per 7 eſt etiam quamvis diverſa, attamen ſubductio Atqui lex & regula additionis eſt vera demonſtratio operis & exempli recti aut vitioſi. Nam ſi exemplum cum artis regulá convenit, eſt rectum, ſecus eſt pravum & vitioſum. Et valde ſtultum eſt, obſcurum argumentũ petere, cum perſpicuum é cauſſa propria lex tibi ſuppeditet. Regula enim additionis ſervata, eſt cauſſa additionis benefactæ, nõ autem regulæ ſubductionis: Et quamvis contraria contrariorum conſequentia plerumq; ſint, attamen clarior diſputationis & judicii via eſt per cauſſam: ut autem inductio rudibus & novitiis ſit facilior initio & tutior, compendium erit ſingulas inductiones, dum ſeparatim aguntur, ad præceptũ artis iterare. Id enim examen facilius erit in ſingulis partib. quam totã numerationẽ peractã ab extremo ad initium repetere, ut per partes non tantúm numeretur, ſed etiam numeratio examinetur.

In Cap. III. De Subductione.

Subductio duos tantum numerorum ordines habet, alterum ſubducendi, alterum á quo ſubductio fit. Alter vulgó creditor, alter debitor appellatur. In ſubductionis regula omnes, quotquot legerim, doctores artis jubent ſiniſtrorſum, ut in additione, progredi, mutuando unum é proxima nota ſuperiore, ſi major eſt ſubducendus, quod inferiori proximo reddatur: ut á 27 tollo 19. non potes 9 a 7 tollere, mutuaris 1 á 20 & a 17 tollis 9, manet 8: deinde illum reddis inferiori proximo, ut é creditore illo nihil deleatur, & 2 tollis á 2, nihil manet. Veruntamen quamvis in omni numeratione generali poſſit ſiniſtrorſum progredi, ut quidam numerant, attamen quia ſubductio additioni contraria eſt, illaque eſt amplificatio, hæc diminutio, ut illa procedit á minoribus notis ad majores, ita hæc á majoribus ad minores debet deſcendere. Neque mutuandum aut reddendum quicquam in contraria via erit: ut á 27 tolle 19: primó á 2 tolle 1, manebit 1: tum á reliquis 17 tolles 9, manebunt 8. Illic obſcura rudibus cogitatio eſt illius mutui & accipiendi á ſuperiore numero, & reddendi inferiori, qui tamen creditor non erat, hic ante oculos eſt in exemplo tuo, quid & unde ſubducas, & ſic in additione didiciſti ſervare mente. Quare quamvis utraque via ſit vera, tamen duplex fructus hic major eſt, primó quód difficultas illa mutui & accipiendi á ſuperiore, & reddendi inferiori, tam perplexa hic tollitur. deinde quod argumentum præcipuum eſt, in diviſione, quæ ſubductio multiplex eſt, ſiniſtrorſum progredimur, & vel inviti cogimur, ſi multis notis diviſor conſtet, de ſingulis conſiderare, quoties unaquæque ſubduci poſſit a ſuprapoſita, antequam diviſio fiat. Quapropter uſitatá viam ſubductionis omiſimus, quia obſcura & moleſta eſſet, & futuræ diviſioni contraria, contrariam á ſiniſtra ſecuti ſumus, quia facilis, quia ad diviſionem accommodata, quia denique logica. Nonnullis alia ſubducendi quoque via eſt, quoties ſubducenda nota major eſt, ut ejus differentia a denario addatur ſuperiori, & totus ſit pro reliquo, tum unitas reddatur proximæ notæ ſubducendæ: ut ſi á 34 tollenda ſint 27, differentia 7 a 10 eſt 3, quo ad 4 addito totus eſt 7 pro reliquo adnotandus, tum unitas reddenda, 2, ut 3 tollatur á 3, ſic.

3	4
2	7
	7

Si nota ſubducenda ſit 9, nil ei addatur, ſed ſuperior aſcribatur integer pro reliquo, ſic

4	3	4
	9	7
3	3	7

Si nota ſubducenda ſit 9, unitas tollitur a ſuperiore, ut

2	4
0	7
1	7

Si ſupra ſit etiam circulus 9 quæ diſtantia eſt unitatis à 10 reliquo ſcribitur, ut hic.

2	0	4
1	0	7
	9	7

Si nota ſuperior fuerit o, ſubducenda autem nota ſignificans, diſtantia inferioris à 10 pro reliquo notatur, ut hic.

1	0
	2
	8

Atqui hæc ſubducendi ratio longé etiam ineptior eſt illa ſuperiore, de qua diximus. Demonſtratio ſubductionis hic item triplex, prima per 9 & 7, ut in additione, quæ perinde fallere poteſt, ſed in ſubductione ſubductus & reliquus æquatur tertio. Secunda fit per ſubductionem, nempe reliqui à tertio, ut antea ſubductus relinquatur, quæ demonſtratio petitio principii eſt, ejuſdem per idem. Tertia eſt per additionem, ſic anté demonſtrata eſt additio per ſubductionem quæ contrarii demonſtratio ridicula eſt, cum cauſſa ſit in promptu. Quapropter ſi quis exiſtimet Euclidem vel Theonem ſolum iſto demonſtrandi morbo laboraſſe, fallitur, morbus hic hæreditarius eſt, à patribus ad poſteros pervenit. Euclides vel Theon, vel potius perverſa quædam mathematicarum ſcholarum conſuetudo, jam olim ab Hippocrate Chio obtinuit, nihil eſſe in mathematicis præſtantius demõſtratione. Itaque omnium feré rerum etiam plerumq; indemonſtrabilium, tamen demonſtrationes inventæ, utque vulgo juriſperitos ſine lege, ita & mathematicos ſine demonſtratione loqui pudeat: At ut quædam per ſe juſta ſunt, neque alia lege judicantur, ſic quædam per ſe clara & manifeſta nullam demonſtrationem requirunt, ut principia definitionum, partitionum, poſtulatorum, ſyllogiſmorum. Hic veró Deus bone, cujuſmodi demonſtrationes eſſe arbitramur? Nec enim in hoc primarum demonſtrationum artificio ſolúm ſubtilitas eſt inanis & otioſa, ſed logicæ incredibilis illa non curantia, de qua libro 3. dixi. Syllogiſmi enim complexio hic demonſtratur. Propoſitio eſt definitio additionis vel ſubductionis, aſſumptio eſt exemplum. Complexio eſt veritas & conſtantia exempli hoc modo. Numeratio qua numeri inductione partium ſimilium adduntur & habetur totus, eſt additio legitima. Exempli hujus numeratio eſt ejuſmodi. Quare legitima eſt additio. Simile eſt in ſubductione. Itaque qui conceſſis tum definitionibus, tum exemplis ad definitionum legem conſtructis de conſtantia exemplorum dubitat, dubitat de complexione ſyllogiſmorum, conceſſis tamen antecedentibus. Hæc judicii ino-

pia

pia, hæc logicę artis egeſtas perabſurda ſit, ſi cum cæteris artibus conferatur. Interrogetur puer, utrum Deus ſanctus ſit oratio latina, ita reſpondebit, oratio adjectivi & ſubſtantivi congruentium numero, genere, caſu, eſt latina, at Deus ſanctus eſt oratio adjectivi & ſubſtantivi congruentium numero, genere, caſu: eſt igitur latina. Dubitent hi jam noſtri demonſtratores de judicio complexionis hujus, & demonſtrationem adhibeant, ſimillimum egerint atque in demonſtrationibus additionis & ſubductionis agunt. Quamobrem logicam iſtam tam logicæ expertem, tam omnes mathematicæ partes obſcurantem, mathematicæ muſæ procul amandate à veſtris ſcholis, & veſtris diſcipulis perſuadete, ne in his ſophiſmatis impoſterum ſtudia melioribus horis debita conſumant. Itaque author algorithmi demonſtrati ſubtiliores etiam demonſtrationes hic commentus eſt per deſcriptiones, conceptiones, petitiones propoſitas. Algorithmum ipſum demonſtratum probandum, eximium, exaratum maximi & doctiſſimi viri Regiomontani divina manu confirmant mathematici doctiſſimi, denique arithmeticum his demonſtrationibus paratum tantum differre ab imparato, quantum oculus differat à cæco. Hæ laudes ſunt iſtarum demonſtrationum, ſed laudes ejuſmodi, quales antea Procli in Euclide fuerunt. Laudatores porró ejuſmodi Phavorinos illos Gellianos eſſe credas exercendi ingenii gratia, non παράδοξον ἀλλ' ἄδοξον καὶ ἄπορον ὑπόθεσιν declamantes. Veruntamen ſi quando mathematici homines præſertim tam excellentibus ingeniis prædıti quibus illi fuere, de quibus loquimur, cogitaverint pauló impenſius de ſuis iſtis demonſtrationibus, ſibi ipſis opinor diſplicebunt, cum intelligant tali demonſtrationum genere non modo nihil demonſtrari, ſed artes per ſe illuſtres vehementer obſcurari. Quamobrem rejectis nugis talium demonſtrationum examen inductionum ſingularum antea propoſitum revocatis ſingulis inductionibus ad legis præſcriptum hic etiam percommodum fuerit. Ut autem in additione, ſic in ſubductione ſolet mentio fieri partium & particularum. At hæc partium cum integris numeratio doctrinam propriam habet, de qua poſtea. Itaque ne quidquam confundatur, id ſuo loco præcipietur. Ad exercendum veró ſubductionis abacum illum non fuerit inutile quæſtiones illas ponere per mutuam ſolutionem additionis & ſubductionis: ut à quo numero tollenda ſunt 4 ut reſtent 3? Adde 4 & 3 habes 7 quæſitum numerum. à quo numero tollenda ſunt 7, ut maneant 8? additio 7 & 8 oſtendit 15. Contrà, cum quo numero addenda ſunt 4, ut totus ſit 7? Tolle 4 à 7 reliquum erit 3, quæſitus numerus. Cum quo numero addenda ſunt 8, ut totus ſit ſeptemdecim? tolle 8 à 17, reliquus erit 9 quæſitus numerus: à quo numero tollendus eſt circulus, ut maneat 0? a nullo: Cum quo numero addenda ſunt 8 ut fiant 7? impoſſibile. Tonſtali præſtantis arithmetici quæſtiones hæ ſunt.

In IIII. Cap. De Multiplicatione.

Multiplicatio. Hæc definitio ex Euclidis 15 d 7 eſt: Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quot ſunt in ipſo unitates, toties cōponitur, qui multiplicatur, & fit aliquis. Definitio autem hæc in quandam analogiam incidit, ut 1 ad

multiplicantem, ſic multiplicãdus ad factũ. Itaq; ſi unitas eſt minor multiplicante, multiplicandus erit minor facto, ſi æqualis, æqualis, ſi major, major. Quare multiplicatio per 1 eſt multiplicatio 1, & in exemplis ex inductione partium conſtantibus, unitas feré ſemper aliqua eſt. Nec multiplicare eſt multiplicandum ſæpius addere, quamvis id in numeris multitudinis perpetuum ſit, & multiplicationis nomen inde ſumptum ſit, ſed multiplicare eſt toties multiplicandum ſumere, quoties unitas in multiplicante continetur. Itaque ſi unitas ne ſemel quidem contineatur in multiplicante, multiplicãdus ne ſemel quidem aſſumetur, ſed diminuetur, eritq; major facto, quia unitas erit major multiplicante, ut poſtea in doctrina partium intelligetur. Quamobrem teneatur analogiam quandam in multiplicatione verſari, quamvis ea non attendatur. Species veró multiplicationis, ut additionis, ſubductionis, infinitæ ſunt. Species per 2 duplicatio dicitur, per 3 triplicatio, & ſic deinceps, nec tamen duplicationis ars ulla ſpecialis eſt. Docuimus antea numerationem, quæ vulgó a magiſtris arithmeticis appellatur, eſſe additionis ſpeciem, proptereaq; imperita partitione ſpeciem pro genere numerari: eadẽ partitionis elegantia hîc apparet, cúm ſpecies ſimiliter pro genere cõnumeratur, duplicationem à multiplicatione ſeparari. *Numeri inter ſe.* Principii hujus mathematici declaratio, ſi qua præter exemplum facienda ſit, ea facienda eſt ex illo principio totius & partium & definitione multiplicationis, ut cum dicis bis quaterna, perinde facis ac ſi 4 & 4 adderes, unde colligeretur 8. Item cum dicis quater bina, perinde facis ac ſi adderes, 2 & 2 & 2 & 2, unde colligeres 8. Quo genere demõſtrationis utitur Theon in 1 p 5 in 4.5.6.7.8.9.10 p 7. Itaque ſi qua præter exemplum declaratio hic eſſe debuit, illa eſſe debuit. At nulla opus eſt, cum principiũ ſit exemplorum inductione & experientia tantúm collectum, & principium in multiplicatione valde neceſſarium. Euclides autem fecit é principio iſto propoſitionem demonſtrabilem 6 p 7. Quidam inſtituunt ſex multiplicationis ſpecies ex tribus numeri generibus digiti per digitũ, articuli per articulũ, compoſiti per compoſitum, tum digiti per articulum, digiti per compoſitum, tandem articuli per compoſitum. Sed digiti per digitum multiplicatio præcipué ab us inſtituitur, & modis duobus. Primo multiplicatur utriuſque differentia a denario, & factus pro nota ultima notatur, tum alterius ab altero differentia tollitur, & reliquum pro prima nota præponitur, ſic é ſexies octonis fiunt 48, ut hîc vides.



At hic ſubductio differentiæ duplex eſt, ſecundo multiplicatio differentiarum, tertio eſt tertia ſubductio, ita artificium triplicis ſubductionis & multiplicationis unius pro una multiplicatione hic involutum eſt. Secundo digitus alter deducitur

tur á ſuo articulo toties, quot unitatibus differt reliquus digitus á denario: ſic é ſexies octonis fiunt 48.

4	8
8	0
6	4
3	2

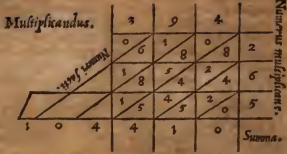
In quo artificio primúm multiplicatio eſt alterius digiti per 10, ſecundó eſt ſubductio reliqui digiti a denario, ut differentia habeatur, tertió eſt multiplicatio primi articuli per inventam differentiam, quartó eſt ſubductio facti ſecundi á primo facto. Itaq; hic ſcilicet inventum eſt compendium quadruplicis numerationis pro una. Ratio veró multiplicationis hujus pendet ex eo quód multiplicandus ſibi toties additus, bis amplius quam oportuit, ideoque toties ſubducitur. Illius etiam ratio licet obſcurior, tamen eodem redit. Inventũ eſt etiam artificium ſimile in multiplicatione per quinarium: ut ſi multiplicandus fuerit par, dimidio ejus circulus, ſin impar minori parti quinarius poſtponatur, ut hic.

4		4	4		5
	8			9	
	40			5	
				45	

In tali multiplicatione digitorum author algorithmi demonſtrati ſeptem theoremata prolixa conſumpſit. Ejuſmodi veró & quotquot præter logicam inductionis viam excogitari poſſunt, pedicæ ſunt argutiarum novitios & rudes impedientium, omninoq; digitorũ inter ſe numerorũ multiplicatio ſi quid obſcuritatis habeat, inductio adhibeatur, nulla brevior, nulla planior & facilior via eſſe poteſt. Nonnulli dextrorſum multiplicationem deducunt, ut hic vides 25 per 12 multiplicatis fieri.

3	0	0
	1	
	4	
2	5	0
	2	5
1	2	

Hæc autem via obſcuriſſima eſt & maximé lubrica, ideoq; talis in arte ſubtilitas eſt fugienda. Nec enim arti propoſitum eſt omnia docere quæ fieri quocunq; modo poſſunt, ſed quæ poſſunt commodiſſimé fieri. Mercatorum quidã libri ſpeciem multiplicationis præterea continent, abaco tot quadrangulis in triangula ſectis longo, quot notæ fuerint multiplicandi, lato autem quot fuerint multiplicantis, ubi colliguntur ſummæ ſequendo diagonios, ut hic vides.



Verúm multó major eſt hujus abaci conſtituendi labor, quám multiplicationis ipſius, & ſi quis numeros ſingulares inductione colligere neſciret, neque unum mente reſervare, & omnino addere neſciret, proptereaque neque multiplicare, nec ei quicquam artificium hoc prodeſſet. Abacus autem noſter é novem notis inter ſe multiplicatis communis eſt omnium exemplorum & ſola mente cuſtodiendus: quem qui comprehendere non poterit, is certé ſemihorulæ meditationem & laborem ferre non poterit, & hoc tamen leviſſimo labore devorato, labor in reliquis omnibus poſtea nullus futurus ſit. Probatio multiplicationis prima hic adhibetur per 9 & 7, ut antea, de qua iccirco idem quod antea judicandum, altera per diviſionem: ſic probatio duplicationis per dimidiationem: At neque diviſio neque dimidiatio dicta adhuc eſt. Hyſterologia talis antea fuit in demonſtratione additionis per ſubductionem & ſubductionis per additionem. Author algorithmi adhibet hic etiam 17 vel 18 per 7 elementorum. Sed omnia hæc artificia demonſtrandi exempli é definitione protinus aſſumpti jam refutata ſunt á nobis. Quare multiplicationis ne quid in majore opere labores, approbatio optima quæque fuerit ſingulares inductiones ad regulam revocando.

In Cap. V. De Diviſione.

DEfinitio diviſionis in elementis nulla eſt, licet ſæpe Euclides in propoſitionibus & Theon in demonſtrationibus utatur. Multiplicatio addit multiplicandum quoties unitas in multiplicante continetur & habetur factus: termini proportionis hic tres offeruntur unitas, multiplicans, & multiplicandus. Diviſio ſubducit diviſorem á dividendo quoties in eo continetur & habetur quotus, duo tantúm termini proportionis hic exprimuntur, dividendus & diviſor: dividendus reſpondet facto, diviſor multiplicando, quotus multiplicanti, analogiaque reſpondet, ſed ἀνάπαλιν, ut in multiplicando termini eſſent 1.3.4.12: in dividendo contrà, 12.4.3.1. diviſionis autem verbum generale eſt Euclidi & Theoni pro quacunque ſectione in partes æquales vel inæquales, ut compoſitio pro quacunque amplificatione additionis vel multiplicationis. Sic διαίρεσις καὶ σύνθεσις opponuntur lib. 5. Verba autem μετρεῖν, μετρεῖν, μετρούμενος ſunt Euclidi & Theoni idem quod diviſor,

viſor, dividere, diviſus, ſed metaphora geometrica, & in arithmeticis obſcuriore & vulgó non intellecta ab arithmeticæ quibuſdam magiſtris, qui non intelligentes quo verbo hæc ſpecies numerationis appellaretur in elementis παραβολὴ diviſionem dixerunt, ſed id rarius & obſcurius eſt ſuperiore. Nicomachus παραβάλλειν dicit, & τὸ πλάτος τῆς παραβολῆς latitudinem collationis, quam quotum dicimus. Euclidis etiam quidam locus é lib. 6. huc referri poteſt, ſed geometricus tropus obſcurior, ut dixi, eſt illo ſuperiore. Boetius, Jordanus, Campanus metaphoram geometricam vitantes, in tropum inſolentiorem inciderunt, dum verbum generale numerare pro ſpeciali dividere dixerunt. Synecdoche enim hæc generis pro ſpecie eſt inſolentior, & durior quám eſt illa metaphora geometrica ſimilis pro ſimili. μερισμὸς & μερίζειν diviſio & dividere Hypſicli in ſcholio 15. libri elementorum, & Ptolemæo 9 cap. 1. conſtructionum, & Eutocio & recentioribus mathematicis verba ſunt propria & uſitata, quæ ideo ſequemur, metaphoram geometricam Euclidis & Theonis ſynecdochen, licet arithmeticam, tamen duram & confuſionis cauſſam vitabimus, ſpeciem propriam ſpeciali & proprio nomine appellabimus. Jordanus appellat quotum dividentia, ſed quoti nomen eſt aptius. Euclidi ſunt μέρος καὶ μέρη pars & partes. Pars eſt numerus minor metiens majorem, ait 3 d 7. Partes eſt numerus minor non metiens majorem, ait 4 d 7. Pars quota vulgó dicitur. Partes autem dicit Euclides partē quantam, quæ dicitur, propterea quód pars quanta non ſit illa quidem quota pars unica, ſed multæ. Accidit autem ſæpé ut numero plurali quotæ partes dicendæ ſint, & tum quantæ dici viderentur, quæ eſſent quotæ. Vitandæ igitur ambiguitatis gratia, præſtaret partes quotas & quantas dicere: ſi quid tamen utilitatis ea res haberet. At hæc differentia partis & partium, ſeu partium quotarum & quantarum, tantúm videtur inventa, gratia inanium quarundam Euclidis propoſitionum in quinto & ſeptimo libris, in quibus pars & partes ad hanc differentiam nominat. At pars ſeu pars quota, ſi quid prodeſſe poteſt, poteſt in diviſione per numerū multitudinis, ubi quotus eſt pars quota diviſi, quæ nempe diviſum numerum & fecerit & propterea dividat. Atque illic pars ipſa quota ex doctrina diviſionis intelligitur: quantæ veró partis uſum præter inanes illas propoſitiones nullum didici, nec alius eſſe poteſt, quám ut ſcias non eſſe factorem, non eſſe diviſorem. Quare partis & partium differentiam ſuſtulimus ex Arithmetica, ut inutilem. Sed tamen hæc una tam bella differentia partium quotarum & quantarum, partitioque in Euclide & Theone mirabiliter demonſtrata ad 4 p 7. de qua dicetur ſuo tempore. In diviſione jubent doctores artis, cúm conſideraveris quoties diviſor ſubduci poſſit, & quotum habueris, tum multiplices quotū cum diviſore, & factum numerum a dividendo ſubducas. Quod verum quidem eſt, ſed jam res acta rurſus agitur. Nam cúm conſideras quoties ſubduci poſſit, & quid relinquatur, tum multiplicas & ſubducis, nec omnino aliter quotus haberi poteſt. In magnis tamen exemplis oblivionis aut erroris metu tutius fuerit, ſubductiones jam factas multiplicatione quoti per diviſorem colligere, & ſummas collectas á dividendo tollere. Atque ut antea reſervatum eſt aliquid in additione, ſubductione, multiplicatione: ita in diviſione majus illud multiplicationis opus reſervatur. Atq;

ut in multiplicatione antea propoſitus eſt abacus, ſic in diviſione paulo ſecus proponitur. Scribantur ordine novem notæ, & ad lævam diviſor primo unitati opponatur, ſecundo duplicatus opponatur binario, tertio addatur duplicato, totus opponatur ternario, tum diviſor addatur huic toti, totuſque opponatur quaternario, & deinceps ſimiliter, donec ad novenarium ventum ſit, ut hic vides diviſorem 54.

	5	4	1
1	0	8	2
1	6	2	3
2	1	6	4
2	7	0	5
3	2	4	6
3	7	8	7
4	3	2	8
4	8	6	9

Per hunc diviſorem ſi voles 7 8 4 1 8 dividere, notabis, ut antea, numeros, & quotos ex abaco repetes. Nam quotus erit é novem notis, is cui reſpondebit in abaco dividendus, aut proximé minor, ut hic. Erit quotus 1, cui reſpondet in abaco proximé minor unitas, & manent 2 4, ſic.

2 4
7 8 4 1 8 (1
5 4

Deinde pars cognominis erit 4, quia 2 1 6 proximé minor dividendo ei reſpondet in abaco. Res igitur ſic erit.

2
2 4 8
7 8 4 1 8 (1 4
5 4

Tertio quotus erit 5, cum 2 7 0 proximé minor dividendo reſpondet, & reliqua ſunt 1 1, ſic.

2 1
2 4 8
7 8 4 1 8 (1 4 5
5 4

Quarto quotus erit 2, cum 1 0 8 proximé minor dividendo reſpondet, & reliqua ſunt 1 0, ſic.

2 1
2 4 8 1 1 0
7 8 4 2 8 (1 4 5 2
5 4

Verum

Verúm quoties diviſor mutabitur, toties abacus mutandus erit, & ante diviſionem totam peregeris quàm abacum talem conſtruxeris. Poſtremo rudis ille cui paratur hic abacus, cauſſam quoti hic conſtituti neſciet. Quapropter ut in multiplicatione, ſic in diviſione abacum talem valere jubeamus. Docent quidam velut compendium diviſionis prolixæ & magnæ idem eſſe dividere dividendum per datum diviſorē & dividere primo per factorem diviſoris alterum, deinde quotum inventū dividere per factorem ejuſdem dati diviſoris reliquum: ut dividere 288 per 12, idem fuerit ac dividere primo per 2, & quotum 144 dividere per 6 reliquum factorem, quotus enim erit 24, qui fuiſſet, ſi 288 diviſa primo eſſent per 12. Id, ubi magna diviſionis prolixitas metuitur, profuturum cenſent: ut ſi dividendus proponatur 9740740652 1 per 789 cujus diviſoris factores ſunt 3 & 263. Itaque divide illum magnum numerum, primó per 3, deinde quotum 3246913 5507 divide per reliquum factorem 263, habebis quotum 123456789. qui fuiſſet in prima diviſione, ſi magnus ille numerus eſſet primo diviſus per datum diviſorem 789, quod adjumentum non omnino repudio, cúm inductionis ſit, ſed tamen quantum ſit, uſus ipſe declarabit, abacum illum additionis, ſubductionis, multiplicationis communem etiam in diviſione teneamus: hoc in arithmeticis nihil locupletius aut divitius eſſe poteſt, imó nihil promptius atque expeditius. Quin etiam tria illa principia totis elementis arithmeticis a Theone in demonſtrationibus uſurpata teneantur. Qui dividit partes, dividit totum, ut 2 dividit 4. 6. 14 conſtituentes totum 24: Ergo 2 dividit & totum 24, quod ex additione eſt. Item, Qui dividit totum & ſubductum, dividit reliquum: ut 3 dividit totum 36 & 9 ſubductum: Ergo dividit 27 reliquum, quod é ſubductione eſt. Qui dividit factorem, dividit factum: ut 4 dividit 8 factorem ipſius 48: Ergo dividet ipſum factum 48, quod eſt é multiplicatione. Quin etiā licet hic quæſtiones multiplicationis & diviſionis communes agitare: ut quis numerus dividēdus eſt in 5, ut quotus ſit 7? multiplica 5 per 7. factus 35 erit numerus quæſitus. Per quem numerū dividenda ſunt 36, ut quotus ſit 9? 36 diviſus per 9, exhibet 4 numerum quæſitum. Per quem numerū multiplicanda ſunt 9, ut fiant 36? divide 36 per 9, habebis in quoto 4 numerū quæſitum. Atque hæc in ſingulis notis meditatio abacum diviſioni ſingularem comparabit. Habet vero & diviſio ſuarum quoque demonſtrationum ineptias per 9. per 7. per multiplicationem, habet per regulas algorithmi demonſtrati omnium primas. Sed demonſtratio per multiplicationē, quæ proponitur abſoluta diviſione, valde ſimpliciter a magiſtris arithmeticis proponitur, tanquā diviſio non ſit ipſa primo multiplicationis cū ſubductione meditatio, deinde memoria cuſtodiæ tum multiplicationis, tum ſubductionis repetitio. Multiplicas igitur in qualibet inductione, & ſubducis meditando & in memoriæ cuſtodia deponendo, ejuſque depoſiti velut prædes & ſponſores habes diviſorem & quotum: deinde ab iis ſponſoribus repetis depoſitam multiplicationem, unde facti ſubductio ante meditata reſtituitur: denique fides modicæ diviſionis multiplicatione confirmatur. Itaque qui multiplicationem tandem rurſus adhibet ad fidem totius diviſionis, non cogitans a ſe toties factum, quoties inductio iterata eſt, fallitur. Si dubitatio ſit de errore, conferatur

exemplũ cum lege diviſionis: Ea enim demonſtratio ſola legitima: Analogia enim multiplicationis & diviſionis alterné quidẽ reſpondet: at contrariũ contrarii cauſſa eſſe non poteſt. Quare teneatur, quod antea monui, exemplorum examen ab artis regula, per quam facta ſint, repetendum eſſe, & quidem in ſingulis partibus ipſius inductionis. Quod ſi commodum eſt in ulla alia numeratione, commodiſſimum eſt in diviſione, neque certius aut accuratius hic eſt quicquam quam unamquamque inductionem repere ſingulis in locis, & ad legem examinare, id experientia probabit. Alii probant duplici diviſione per factores diviſoris: ut ſi 24 diviſeris per per 12, quotus erit 2: at ſi ſumſeris 3 & 4 factores 12, diviſeriſque 24 primo per 3, tum quotum 8 diviſeris per 4, redibit 2 quotus primó inventus. Atque compendium illud eſt magnæ & prolixæ diviſionis, ut duabus exiguis diviſionibus quotus facilius inveniatur. Solent veró quæſtiones omnis numerationis communes proponi, quibus diſcipulum oblectare non alienum fuerit. Nummorum, quos erogare tribus amicis velis, dimidium dederis primo & 2 nummos, ſecundo reliqui dimidium & tres nummos, tertio reliqui dimidium & quatuor nummos, & unus tandem ſuperſit, quot initio nummos habebas? Recurre gradatim ab ultimo ad primum: adde 1 reliqui ad 4, habes 5, & his duplicatis 10. his adde 3 datos ſecundo ultra dimidium, habebis 13, & his duplicatis 26, his rurſus duos nummos ſupra dimidium dato, primo adde, facies 28, & his duplicatis 56, ſummam primam: hic additionis & multiplicationis numeratio eſt, & de pluribus eadem ratio fuerit. Incidis in 3 latrones, primo nummorum, quos habes, dimidium tradis, & is commotus, 2 tibi reddit: ſecundo offers dimidium reliqui, hic liberalior 4 reddit: tertio demum reliqui dimidium donas ac omnium liberaliſſimus, 6 reſtituit, & elapſus 12 habuiſti, quot initio nummos habebas, & quot ſingulis dediſti? Tolle 6 reſtitutos á 12 reliquis nummis, in quibus nempe continentur, manent 6, quibus duplicatis fiunt 12: Ab his tolle 4 redditos, manent 8, quibus duplicatis fiunt 16, á quibus tolle 2 redditos á primo, manent 14, quibus duplicatis fiunt 28, ſumma nummorum, quos habebas initio. Porró de 28 da dimidium primo latroni, & reddat 2, retinet 12, de 12 tandem reliquis da dimidium ſecundo & reddat 4, retinet 4 de 12, da dimidium tertio & reddat 6, nihil retinet. Hæc diviſionis, deductionis, multiplicationis numeratio eſt, quæ de pluribus eadem fuerit. Quod ſi plus reſtitutum dicas quám datum ſit, id ipſum etiam falſum, ſolutio declarabit: ut ſi dicas datum primo dimidium, & reſtitutos 4, ſecundo datum dimidium & redditos 6, tertio datum dimidium & redditos 8. Denique ſi dicam reſtare minus vel æquale reddito, aut omnino plus reſtitui quám datum ſit, falſa quæſtio erit. In ſacculo tres communem aureorum ſummam habeant, ſed ſuæ quíque ſummæ ignari. At primus ſcit ſocios habere 150, ſecundus ſcit ſocios habere 240, tertius item ſocios habére 326, tum congerantur aurei omnes in alienæ pecuniæ grandem acervum, quot aureos & univerſi & ſinguli repetent? Adde omnes numeros á ſingulis cognitos, totus erit 716, numerus hic pecuniam habebit á ſingulis cognitam, quæ ſummam univerſorum duplam continet. Quare dimidium 358, ſumma eſt quam univerſi repetent tum á 358 tolle 150, manent 208 ſumma primi: deinde iterum é 358 tolle

tolle 240,manent 118 ſumma ſecundi: denique á 358 tolle 326, manent 32, ſumma tertii.Hic diviſio & ſubductio.Quod ſi de quatuor,quinq;, aut pluribus quæſtio ſit,ſumma ſingulorum addita ter, quater, denique uno minus, univerſorum ſummam contineret,ideoq; per 3 aut 4 aut deinceps majorem numerum dividenda eſſet. Sunto tibi tres convivæ,& é 24 calculis da primo in manum 1,ſecundo 2, tertio 3,tum colloca propalam a,b,c, id eſt,annulum,bullam, cyathum,& cum tu averſus fueris,ſinguli ex illis tribus rebus unam abſcondát:deinde qui abſcóderit a, capiat é reliquis calculis quot jam cepit: qui vero b, duplum capiat: qui c, quadruplum,tum reverſus vide reliquos calculos, qui ſunt vel 1 vel 2, vel 3 vel 5, vel 6 vel 7.Si reliquus fuerit 1,primus abſcondit a,ſecúdus b,tertius c,Si 2,primus abſcondit b,ſecundus a,tertius c,reliquos modos ex tabella connexa intelliges.

Reſiduum	*Perſona*	*Res*	*Reſiduum*	*Perſona*	*Res*
	1	a		1	b
1	2	b	5	2	c
	3	c		3	a
	1	b		1	c
2	2	a	6	2	a
	3	c		3	b
	1	a		1	c
3	2	c	7	2	b
	3	b		3	a

Tres veró res occultæ ſex tantum modis disjungi poſſunt, quorum nullo contingit ut 4 calculi relinquantur. Convivarum unus repertum annulum geſtat certi digiti, certo articulo, quæritur quis ſit hic conviua, quoque & digito & articulo annulum habeat. Primó rogo te (qui ſcis) ut notes perſonam aliquam, unde cæteræ numerentur: deinde ſiniſtrorſum pollex dextræ primus ſit digitus, & pollex ſiniſtræ ultimus, articulus veró ungui proximus, ſit primus. Tum veró á prima perſona incipiens tacitus, numera uſque ad annulatam perſonam, eumque numerum rurſus decupla, decuplo adde numerum digiti, totum rurſus decupla, & tandem adde numerum articuli, cúmq; id tecum egeris, tantum ſummam mihi diciro, tum reſpondebo. Totius numeri prima nota ſignificari perſoná, ſecunda digitum, tertia articulum, ut á perſona prima annulatus, ſit quintus, digitus ſeptimus, articulus tertius, 5 numerum annulati decuplabis & facies 50, addes 7 numerum digiti, totus erit 57, qui decuplatus erit 570, adde 3 numerum digiti, totus erit 573, & prima nota perſonam ſignificabit, ſecunda digitum, tertia articulum. Si penultima figura ſit 0, ſume 10 á prima pro ſecunda, ut in eodem exemplo. Si digitus ſit decimus & articulus ſecundus, primo 5 decuplatus facit 50, & 10 additis totus eſt 60, decuplus eſt 600, & addito 2 pro numero articuli, totus eſt tandem 602. Itaq; prima nota erit 5 cum detraxeris 10 pro ſecunda. Talis eſt ludus de Chriſtianis & Sarracenis in eandem navim incluſis: qui verſibus iſtis continetur

Poſt quatuor, quinque da,
Poſt duos, unum colloca,
Tres numerabis,
Poſtea unum colloca.
Unum dic pariter
Et duo conſequenter,
Duos poſt opponas
Et tres ſimul hic apponas,
Semel dic ante bis
Poſt duos, unum collocabis
Primi Chriſtiani ſunt, Sarraceni que ſecundi.

In Capita Reliqua Primi Libri.

N*Umeratio minus in* elementis tractata eſt, quæ tamen & natura prior & ad uſum potior erat, ſpecialis magis eſt demonſtrata & quidem curioſitate valdé ſophiſtica: de numero impari & pari ſunt elementa 19 in definitionibus ſeptimi lib. 5: in propoſitionibus noni ſunt 14. é quibus retinemus definitiones 4, propoſitionem unicam: de primis & compoſitis elementa 28: in definitionibus ſeptimi libri 4, in propoſitionibus item ſeptimi 24, quarum propoſitionum 7 tantum retinemus: de numero perfecto ſunt elementa 2: in definitionibus ſeptimi 1: in propoſitionibus noni 1: hîc nihil retinemus. Itaque ex elementis apud Euclidem 49 retinemus tantum 16: reliqua 33 omiſimus, quia nullum eorum uſum ad bene numerandum neceſſarium perſpeximus: id eſt nihil hic ad finem artis καθ' αὑτὸ cognovimus: neque tamen pluribus hic perſequimur, quia ſcholæ in Euclidem id ſigillatim diſceptabunt: Imparis & paris doctrinam eam tantum retinemus: cujus utilitas nobis apparuit: pariter par in Euclidis demonſtrationibus adhibetur ad 28 p 10: ad 16 p 12: ſic aliquando ab Archimede vſurpatur. Sed in re militari egregium illud Æliani fuit 8 cap. de numero pari, & cujus gratia theorema illud fuit retinendum. Primorum & compoſitorum arithmetica plenioris eſt emolumenti, & iccircó tractata plenius a nobis: locus vero Platonis é quinto legum, ſi quis requirat ita eſt, dum philoſophus civitatem querelis & inimicitiis vacuam meditatur. Quis igitur ait legitimæ diſtributionis modus? primum quidem æſtimāda eſt quantitas numeri, quantum eſſe conveniat, deinde ſtatuenda diviſio civium in quot partes multitudine & quantitate ſit facienda. Poſtremo agri & fundi quám maxima æqualitate partiendi. Quæ amplitudo vero idonea non aliter recte definietur, quam pro agrorum & vicinarum civitatum ratione: Ager quidem tantus ſit, ut temperatos & frugi habitatores alat, majore etenim opus nihil eſt: Populus autem tantus ut poſſit & vicinorum injurias propulſare, & vicinis ipſis injuria affectis opem non leviter afferre. His proviſis atque exploratis, tum agrum, tum vicinos reipſa pariter & oratione definiemus. Nunc igitur informationis deſcriptioniſque gratia ut res concludatur, ad legiſlationem oratio deſcendat. Quinquies quidem milleni & quadraginta ad congruentis numeri ſpeciem agricolæ ac defenſores lege definiun-

niuntor, definituſque ager & poſſeſſiones iiſdem partibus æquabiliter deſcribuntor, ut viritim ſortes & partes quotæ congruant. Atq; imprimis duas quidem in partes univerſus numerus dividendus eſt, deinde in tres, tum veró licet in quatuor & in quinq; & ad decem uſq; continenter. Numeri veró peritũ atq; intelligentem hactenus legumlatorẽ eſſe neceſſe eſt, ut judicet quis & qualis numerus ciuitatibus maximé ſit accommodatus. Ajo veró eſſe qui plurimas & continuas diviſiones ſuapte natura maximé cõplectitur. Nec enim omnis numerus omnes omnium partium ſectiones capit: at quinquies millenorum & quadraginta numerus tum bello paciq;, tum commerciis omnibus, tum communibus tributorum, largitionumq; rationibus in diviſiones undeſexaginta dividi poteſt ab uno quidem ad decem uſque continuas. Ergo hæc Platonis oratio eſt de numero 5040. Additur huc tertia ſimplicis numeri differentia in numero imperfecto & perfecto á nobis prætermiſſa: imperfectus eſt cujus diviſores ſunt inæquales toti: eſtque redundans aut diminutus. Redundans cujus diviſores ſunt majores toto: in 12 diviſores ſunt 1.2.3.4.6. qui additi ſunt 16. Hic numerus dicitur Nicomacho Briareus, Geryon, qui etiam impar eſſe poteſt, ut Jordanus docet 7 & 5 op 7, qualis nempe eſt 4 8 0 4 5. Diminutus eſt cujus diviſores ſunt minores toto, ut 2 dividitur ab 1 ſola præter ipſum ſic 3.5. Perfectus eſt numerus æqualis ſuis diviſoribus, ut 6 æqualis 1.2.3. ſuis diviſoribus. Adde enim 1.2.3. totus erit 6. Si é numeris continué duplicatis ab unitate totus ſit primus factus ab eo per ultimum erit perfectus 36 p 9, ut hic vides 1.2.3.6, adde enim 1 & 2 totus 3 erit primus, & multiplicatus per 2 ultimum facit 6 perfectum ſolum intra decem. Sic 28 perfectus eſt intra centum, ut hic vides.

1. 2. 4.|7. 28.

Adde enim 1 & 2 & 4 totus erit 7, primus & multiplicatus per 4 ultimum ex additis facit 28 perfectum, cujus diviſores habebis per generalem regulam. 1.2.4.7.14. Sic 496 perfectus eſt intra mille, ut hic vides.

1. 2. 4. 8. 16.| 31. 496.

Adde 1.2.4.8. totus eſt 15 cõpoſitus, prætereatur igitur: additis autem 1.2.4.8.16. totus eſt 31 primus: qui multiplicatus per 16 faciet 496. Cujus partes invenies, 1.2.4.8.16.32.62.124.248. Quas potes etiam invenire, ſi poſt totum primum continue duplicentur, quot ante duplicati fuerant: quatuor enim duplicati ſunt in hoc exemplo anté inventum primum, & totidem poſtea duplicantur: ſic deinceps á 1000 ad 1[illegible] perfectus 8128, nec ſingulis gradibus plures uno perfectos invenias: imó gradibus nonnullis nullos invenies: de quo liber eſt a Carolo Bovillo populari meo conſcriptus. Sed hæc tertia eſt imperfecti & perfecti numeri differentia, quam unica & definitione & propoſitione perfecti numeri Euclides cõplexus eſt, nos prorſus omiſimus: reliqui infinité amplificarunt: at hæc libẽter in arithmeticam recipiam, cum talis ſubtilitatis uſum aliquem extra artem ipſam cognovero. Cæterúm ſubtilitas in arte non ſatis eſt niſi ſit utilitati conjuncta. Si quis uſpiam in rebus vel mathematicis vel phyſicis vel politicis & popularibus ullum uſum extra ſcholam & artẽ animadvertat, adnotato. Atq; hęc de numeris integris arithmetica tum generalis, tum ſpecialis fuit, cui de partibus arithmeticam ſubjecimus, in-

qua ſi quis putet hyſterologiam aliquam eſſe, quia comparationum in ratione & proportione aliqua mentio fiat, præſertim in reductionibus cogitabit totam comparationis illius doctrinam eſſe logicam, & logico ſenſu contentam: neque poſtea generalem illam & logicam doctrinam repetimus in ſequentibus & inferioribus artibus. In reductione autem & multiplicatione partium proportio duplex eſt, altera in numeris, altera in nominibus. Tota proportio in $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ ſic eſſet 1 $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{6}{12}$: Ut enim 1 ad 3, ſic 2 ad 6: Item ut 1 ad 4, ſic 3 ad 12: quod é definitione multiplicationis eſt, ut enim 1 ad multiplicantem, ſic multiplicandus ad factum.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. V. IN SECUNdum librum *Arithmeticæ*.

In Caput I.

SVperiore libro adnotavimus ea paucula, quæ arithmeticam ſimplicium numerorum attingere viderentur: major brevitas in poſterum nobis erit, propterea quod ea, quæ dici poſſint, dicentur in mathematicis elementis. Spreta autem hęc eſt comparationum doctrina â practicis arithmeticis, unica trium (ut appellatur) regula cōtentis: at rationum & proportionum doctrina etiam reconditior illa, quæ docetur in elementis, praxim iſtorum magiſtrorum totam continet. Itaque ſubtiliter interpretati ſumus. Comparationis logica totidem generibus in numeris reperitur, ſicut in lineamētis & omni ente & non ente: nec aliter logica eſſet. Itaq; logica illa communia non iteramus. de axiomatis autē æqualitatis & inæqualitatis diſſeretur plenius ad primum librū elemētorum. De numeratione rationū ſumpta eſt arithmetica é 5 d 6 elementorum Euclidis. Hic Proclus, Nicomachus, Eutocius multplicāt indices rationū ſeu nominatores pro terminis: ut pro $\frac{2}{1}$ $\frac{3}{1}$, id eſt pro dupla & tripla mulυplicant 2 per 3, & accidit 6 nomē ſextuplæ rationis, ſed id prolixius eſt, & moleſtius, quærenda eſſent prius illa nomina diviſione terminorū, & poſtea é ratione nominis rurſus quærēdi termini: Eutocius ad 4 theo. 2 de ſphæra reprehēdit Arcadium, Pappum, Theonem, interpretes elementorum, quod definitionē Euclideæ cōpoſitionis non demonſtrarint, ſed habuerint in principio: ipſe veró demonſtrat, ut demonſtrat ſcholiaſtes græcus, ſed tali demōſtratione, quali demōſtravit Apollonius. Quæ eidem æqualia: Verúm multo maior hic quæſtio eſt, utrum ſit aliqua rationum & additio ſimplex & ſubductio. Pleriq; enim putāt compoſitione rationum additionem ab Euclide definiri, & quidem duplici de cauſſa. Prima eſt, quod compoſitionis verbum in elementis ſit additionis: ſic numerus definitur libro ſeptimo ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος ex unitatibus cōpoſita multitudo, id eſt addita: ſic libro quinto σύνθεσις compoſitio, id eſt additio dicitur: at idem verbum aliquando

ab

ab Euclide dicitur pro multiplicatione: ſic ſeptimo libro σύνθετος compoſitus numerus factus multiplicatione, & ſic quinta propoſitione octavi συγκείμενος λόγος compoſita ratio dicitur, quæ fit multiplicatione alternorum laterum, & ſic in 5 d 6 quãtitates in ſe ipſas multiplicatæ rationem componere dicuntur. Itaque prima hæc cauſſa nulla eſt, cur potius hic additio quã multiplicatio intelligatur. Secũda cauſſa eſt, quod Euclides aliam multiplicandarum rationum doctrinam tradidit 10 d 5 & poſtea cum duplicare triplicare rationem dicit. Itaque ſi illa multiplicandarum rationum doctrina ab hac diverſa ſit, neceſſe videatur hanc non eſſe multiplicandarum, ſed addendarum rationum doctrinam. Sané huic argumento veré reſponderi poſſet 5 d 6 ab Euclide generalem multiplicãdarum rationum doctrinam doceri, alias ſpecialem, nempe quadratam cubicam. Nam duplicare rationem eſt terminos rationis bis ponere, & ita multiplicare, triplicare ter ponere, & ita multiplicare. Sic ratio $\frac{2}{1}$ duplicata facit rationem $\frac{4}{1}$: ſic eadem ratio $\frac{2}{1}$ triplicata facit rationem $\frac{8}{1}$. Sic enim ſunt multiplicãdi termini $\frac{2\ 2}{1\ 1}$. Item $\frac{2\ 2\ 2}{1\ 1\ 1}$ ut ſatis patet 10 d 5. Quare ſi docuerit Euclides generalem multiplicandarum rationum doctrinam, non eſt alienum ab eo ſpecialem ejus uſum tradi: multiplicandi enim ſpecies ſunt duplicare triplicare. Ad ſecundum autem argumentum addi poteſt ex authoritate ſcholii græci ad hanc definitionem appoſiti. At hìc ſcholiaſtes ſi tamen unus eſt, in prima parte facit multiplicationem quantitatum, per nominatores rationum. In fine autem ſecundæ partis ait: Si à compoſita ratione altera ſubducatur, alteram relictum iri, nec dicit quomodo. Nam ſi ſimpliciter à 6 nominatore ſextuplæ rationis ſubducatur 2 nominator duplæ, relinquetur 4 nominator quadruplæ, qui reliquus non erat, cúm eſſet 3 nominator triplæ rationis. Itaque ut ſibi cõſtaret, debuit dicere ſubductionem fieri diviſione, quia additio fieret multiplicatiõe, ſic diviſio 6 per 2 quotus oſtenderet 3 nominatorem reliquæ rationis, attamen nominibus abuteretur. Quare hic interpres σύνθεσιν καὶ ἀφαίρεσιν quidem appellat, at multiplicationem terminorum & diviſionem reipſa dicit. Quare hic incertus author nihilo certiores nos efficiet. Denique ut totum concludam, talibus argumentis non cõcluditur ſimplicem additionem tationum ab Euclide à multiplicatione diverſam definiri. Verumtamẽ potius animadvertendum, quod contra diſſeritur. Alexander enim, Achillinus & Volumnius, qui additionem rationum à multiplicatione ſeparant, magnum ſentẽtiæ ſuæ argumẽtum videntur afferre ab experientia & exemplo rerum naturalium, id eſt rerum numeratarum, ut equus (aiunt) vehat pondus aliquod, cujus triplum vehere poſſit, alter vehat idem pondus & quadruplum vehere poſſit, jam duo ad unum idemque pondus conjungantur equi, ecquænam virium ad pondus ratio erit? ſeptula, reſpondent authores hi, cujus ſententiæ fidem exempla antiquorum confirmant. Ariſtoteles enim Theone & Euclide antiquior pro Volumnio & Achillino facit, cum iſto additionis genere tertio rhetorico videatur uti, dum Pæanis quarti é tribus brevibus & quarta longa, rationem compoſitam eſſe docet ex rationibus tum dactyli longa una, & brevibus duabus conſtantis: tum Jambi brevi & longa cõpoſiti, in quibus omnibus ſyllaba brevis unum tempus, lõga ſyllaba duo valet. Statuantur igitur termini horum pedum, dactyli & Janbi per ſua tempora, dactylus

rationem habebit æqualitatis 2 ad 2, vel ut Ariſtoteles loquitur 1 ad 1. Jambi 2 ad 1. & ſic erunt termini $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{1}$ & additi erunt $\frac{3}{2}$, quæ ſeſquialtera ratio eſt, Pæanis trium temporum é tribus brevibus ad 2 ex una longa. Atqui ſi multiplices vel quantitates harum rationum, vel indices rationum, habebis rationem 2 ad 1. Quamobrē certiſſimo argumento jam concludi videatur, hic ab Euclide multiplicationem rationum doceri, á qua additio diverſa eſt. Cardanus vir cum pleriſque aliis artibus, tum mathematicis inſignis iſtā controverſiam cōponere voluit, & utramq; opinionem veram putavit. Cum rationum duarum termini (ait) ad eundem terminum comparantur, fit additio, ſic $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{3}$ faciunt $\frac{7}{3}$, ſecus (ait) rationum compoſitio non eſt niſi multiplicatio, ut hic $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{1}$ faciunt $\frac{12}{3}$, id eſt ut ipſemet ait rationem quadruplam. Attamen id etiam attentius ſpectandum fuerit: poſſunt enim hæ rationes duæ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{1}$ ad eundem comitē redigi: ſic $\frac{4}{3}$ $\frac{9}{3}$ & tū additæ facient rationē $\frac{13}{3}$ diverſam ab illa ratione quadrupla per multiplicationem cōpoſita. Addit præterea Cardanus cauſſam erroris eſſe, quod Euclides in propoſito non aſſumit duas rationes, ſed tantum unam, duas cōtinentem in virtute duorum terminorum. Et Cardanus Alcindum hujus interpretationis authorem adhibet. Alexander veró & Volumnius, ut idem Cardanus ait, aſſumunt tres terminos, & ita duas rationes. Veruntamē Euclidis verba diligentius hic ſpectāda ſunt, cum Euclides ſic loquitur 5 d 6. Ratio ex rationibus componi dicitur, cum rationum quantitates in ſeipſas multiplicatæ faciunt aliquam rationem. Hic enim Euclides aperté & manifeſté non rationem unam, ſed plures ſtatuit, unde multiplicatis in ſeipſas quantitatibus quātitates aliquæ proindeque ratio aliqua componatur. Quamobrem vellem Cardano libuiſſet alioqui diligētiſſimo, tamen paulo diligentius hanc cōtroverſiam diſceptare. Nec enim dubito quin pro ſingulari doctrina qua præditus eſt, verum explicaturus fuerit. Quid igitur tandem in re tam incerta & confuſa ſequamur? Certum (inquam) diſciplinarum uſum, quę quod animadvertere potuerim, aliam compoſitionem rationum non habent, quám quę fit terminorum multiplicatione, nec aliam ſubductionem, quám quę fit terminorū diviſione. Quin á Ptolemæo diviſio ipſa interdum appellatur ſubductio, & exēpla Alexandri & Volumnii ſunt rerum nō rationum, nec Ariſtoteles ſatis accuraté illo in loco philoſophari & loqui videatur. Quapropter intelligamus numerorum, qui omnes inter ſe rationales ſunt, eſſe additionem, multiplicationem, ſubductionem, diviſionem diſtinctas & diverſas: rationum ſolam additionem & ſubductionē, quę etiam fiant terminorum rationalium multiplicatione & diviſione: longius autem ſi progrediare ad proportiones nullam prorſus neque additionis, neque multiplicationis, neque ſubductionis, neque diviſionis numerationem invenies.

In Cap. II.

GEnera veró rationis generumque ſpecies ſubtilius exſequuti ſumus ex Nicomacho de noſtro ordine: Tametſi de iis nullum eſſet in Euclidis elemētis verbum, præter definitiones tres multiplicis, partis, partium. Ratio prima & conjuncta nobis eſt idem quod ſimplex & multiplex: ſed ſimplex protinus & multiplex dicetur: In qua etſi nulla ſit rerum repugnantia: tamen verborum quandam velut ἀντίφασιν vitare maluimus. Exercuit veró Nicomachus Pythagoream quandam & Platoni-

toni-

tonicam philoſophiam in tota rationum doctrina jucundam magis quàm neceſſariam, dum ſingulorum inventiones ſtudioſè perſequitur. Totus eſt in geneſi numerorum ad bene numerandum inutili & ſupervacua. *Superparticularis.* Primũ genus ſimplicis rationis ἐπιμόριον eſt græcis, à Boetio converſum eſt ſuperparticulare, ſpecies ejus magis latinè ſunt uſitatæ ſeſquialterum, ſeſquitertium, ſeſquiquartum, & ita deinceps, ipſumque ſeſquitotum & dimidium, vel majus dimidio, pleriſq; in rebus uſurpatur. Ita fit dactylus æqualis, duplus jambus, ſeſquipæan ait in oratore Cicero: ſed in compoſitione ſæpius, ut ſeſquihora, ſeſquimenſis, ſeſquimodius, ſeſquiopera: habet verò & hæc ſpecies, & deinceps reliquæ manifeſtam illam à partium doctrina differentiam, quod partes in quoto non ſunt unitatis, quales in dividendo fuerunt, ſed conſequentis ſunt partes. Nicomachus autem hic ortum ἐπιμορίων inſtituit, ſeſquialteri habent antecedentes omnes triplices à ternario, conſequentes à binario pares. ut hic.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10
3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.	24.	27.	30
2,	4.	6.	8.	10.	12.	14.	16.	18.	20

Seſquitertii habent duces à quaternario quadruplos, comites à ternario triplos, ut hic.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8
4.	8.	12.	16.	20.	24.	28.	32
3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.	24

Sed Nicomachus hic omnibus elegans illud, & eximium imprimis adjunctum admiratur, quod primæ radices & minimæ ſuperparticularium vicinæ ſint & contiguæ: ſecundæ differũt uno numero, tertiæ duobus, quartæ tribus, & ſic deinceps: Atque hæc elegãtia illi ſingularis eſt, deinde ut doceat in tabula Pythagorea rationem multiplicem antiquiorem eſſe ſuperparticulari, & cæteris generibus, quod tamen falſum eſt, rationum longum ſermonem conficit, ubi tantum de multiplici agit & ſuperparticulari, denique digreditur in admirationem quadratorum & altero longorum in tabula repertorum. Itaque quæſtionem obliviſcitur, & res alias agit, has doctrinæ delicias ad bene numerandum inutiles non ſequimur. *Superpartiens.* Hoc genus eſt grȩcis ἐπιμερὴς λόγος, ſpecies ἐπιδιμερὴς, ἐπιτριμερὴς, &c. Eſt verò in hac altera ſpecie ſimplici infinitas non tantum generum, ut antea, ſed generis cujuſque alia infinitas alia ſumpta è nomine partium ut ſuperbipartiens tertias, quintas, ſupertripartiens quartas, quintas, ſuperquadripartiens quintas, ſeptimas, in quo tamen non eſt continuatio nominum, ſecundum naturalem numerorum ſeriem, neq; enim eſt ulla ratio ſuperpartiens, ubi nomen partium poſſit à numero dividi, ut ſi diceretur ratio $1\frac{2}{4}$ $1\frac{2}{6}$ id eſt ſuperbipartiens quartas, ſuperbipartiens ſextas. Hæ namq; rationes reductis terminis ſunt $1\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{3}$, ſic $1\frac{3}{6}$ $1\frac{4}{8}$ $1\frac{5}{17}$, & ſimiles ſunt ſuperparticulares, quod Boetius è Nicomacho docet poſtea ad caput 26. Inventionẽ autem terminorũ, generis cujuſq; ſuperpartientiũ Nicomachus docet multiplicatione per 2 in primo genere, per 3 in ſecũdo, & ſic deinceps: ut ſi dederis 5 ad 3 rationẽ ſuperbipartientem tertias, facies hunc modum $\frac{5}{3}$. In ſecundo ſic $\frac{7}{4}$. $\frac{2}{1}$ $\frac{2}{1}$. $\frac{6}{3}$ $\frac{1}{6}$, & ita deinceps, at

idem fieret multiplicatione cujuſcũque numeri per 17 & 18 p 7. De duplici autem appellatione Nicomachus ita præcipit. Conſiderandum verò cúm duæ partes in majore ſupra totum minorem fuerint, tertium ſubaudiri, cúm tres, quartum, cúm quatuor, quintum, cúm quinque, ſextum, & ſic deinceps ſimiliter progreſſus ſecundum nomen. Talis eſt ſuperbitertius, ſuperbiquartus, ſuperquadriquintus, túm ſuperquintiſextus, & ſimiliter in reliquis: Verba græca Nicomachi in fine mendoſa ſunt, ſed ſenſus ita eſt. Boetius autem locum hunc interpretatus eſt hoc modo. In hoc quoque vidẽdum eſt, quoniam cúm duæ partes minore plus in majoribus ſunt tertii ſemper vocabulum ſubauditur: ut ſuperbipartiens qui dicitur: quoniam duas minoris numeri tertias partes habet, dicatur ſuperbipartiens tertias. Et cúm dico ſupertripartiens, ſubaudiri neceſſe ſit ſupertripartiens quartas, quoniam tribus ſuper quartis exuperat. Et ſuperquadripartienti ſubauditur ſuperquadripartiẽs quintas, & ad eundem modum in cæteris: uno ſemper adjecto ſuper habitas partes ſubauditio facienda eſt, ut eorum germana convenientiaque his nomina hæc ſint, ut qui dicitur ſuperbipartiens, idẽ dicatur ſuperbitertius: qui dicitur ſupertripartiens, is ſit ſupertriquartus: & qui dicitur ſuperquadripartiens, idem dicatur ſuperquadriquintus, eademque ſimilitudine uſque in infinitum nomina producantur. Hæc Boetius, ubi de exemplis Nicomachi verba ſunt, quæ dicit de omnibus in univerſum vera non ſunt. Nam ſuperbipartiens poteſt dici non ſolum tertias, ſed quintas, ſeptimas, nonas, ut 7 ad 5, 11 ad 9, item ſupertripartiens non ſolum quartas dici poteſt, ſed quintas, ſeptimas, decimas, ut 8 ad 5, 10 ad 7, 13 ad 10, & ſic in generibus aliis. *Multiplex*. Hæc primi generis ſpecies poſterior eſt utraque ſuperiore. Poſterius enim eſt multiplum eſſe, quám ſuperparticulare aut ſuperpartiens: Nicomachus autem multiplicum ortum reperit in hac naturali ſerie 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14.15.16. Primo enim pares cõtinui ſunt dupli, deinceps ab unitate parium & imparium: ut 2 eſt duplus ad 1: 4 ad 2: 8 ad 4: & ſic deinceps infiniti dupli: 3 eſt triplus ad 1: 6 ad 2: 9 ad 3: ſic deinceps duobus intermiſſis: 4 eſt quadruplus ad 1: 8 ad 2: & ſic deinceps tribus intermiſſis omnes: 5 eſt quintuplus ad 1: 10 ad 2: & ſic deinceps intermiſſis quatuor reliqui. Dupli autem, quadtupli, octupli ſunt tantum pares. Tripli, quintupli alterné. *Conjuncta*. Duo genera rationum reliqua ſunt compoſita è primis multiplici & ſuperparticulari: multiplici & ſuperpartiente, in cujus utriuſque inventionibus diligentiam eandem adhibet Nicomachus. Primó in naturali ſerie à 2 comites in ſerie imparium, à 5 duces reperit cujuſque generis multiplicium ſuperparticularium hoc modo.

5.	7.	9.	11.	13.	15.	17.	19.	21.	23.
2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.

Deinde ſeparatim ſingulorum generum, ut quoti deinceps indicant.

2 $\frac{1}{2}$ duces diffe.	5.	10.	15.	20.	25.	30.	
Comites pares	2.	4.	6.	8.	10.	12.	
2 $\frac{1}{3}$ duces diffe.	7.	14.	21.	28.	35.	42.	49.
Comites diffe.	3.	6.	9.	12.	15.	18.	11.

2 $\frac{1}{4}$ duces

$2\frac{1}{4}$ duces diffe.	9.	18.	27.	36.	45.	54.
Comites diffe.-	4.	8.	12.	16.	20.	24.
$3\frac{1}{2}$ duces diffe.7.	7.	14.	21.	28.		
Comites pares	2.	4.	6.	8.		
$3\frac{1}{3}$ duces diffe.	10.	10.	20.	30.	40.	
Comites diffe.	3.	3.	6.	9	12.	

Atque hæc inventio eſt multiplicis ſuperparticularis. Multiplicis autem ſuperpartientis inventio nulla ſpeciatim à Nicomacho facta eſt, hæ veró tam variæ tamque multiplices terminorum rationalium inventiones uſum arithmeticum prorſus nullum habent. Duæ viæ illæ generales inveniendi rationem é datis terminis, inveniendi terminos é data ratione, totam de rationibus utilitatem cōtinent. Tota hęc ſubtilitas γενέσεως qualis fuit in paribus, imparibus, perfectis, imperfectis arithmeticæ artis impedimenta tantúm continet. Quare omnes iſtas inventiones ex arithmetica arte ſuſtulimus. Nicomachus veró poſt expoſitam rationū doctrinam duo prolixa capita conſumit in Pythagorea contemplatione, qua rationes omnes inæqualitatis ab ęqualitatis ratione deducuntur, & ad eam reducuntur, ſummas comprehendamus, deductionis regula primum ſic erit.

Si datis tribus terminis tres alios æquaris primum primo, ſecundum primo & ſecundo, tertium primo & tertio, & duplici ſecundo, facies ex æqualibus duplos, eademq; via de duplis triplos, de triplis quadruplos, & ſic deineps infinité hoc modo.

1	1	1
1	2	4
1	3	9
1	4	16

Ac de iis ordine converſis eadem via fient ſuperparticulares ſeſquialteri de duplis, ſeſquitertii de triplis, & ſic deinceps, ſic.

4	2	1
4	6	9
9	3	1
9	12	16

Contrá é converſis ſuperparticularibus ſimiliter fient ſuperpartientes hoc modo, é ſeſquialteris ſuperbipartientes, é ſeſquitertiis ſupertripartientes ſic.

9	6	4
9	15	25
16	12	9
16	28	49

E directis ſuperparticularibus ſeſquialteris fit multiplex ſuperparticularis dupla ſeſquialtera.

4	6	9
4	10	25

Sic é directis ſeſquitertiis fiet dupla ſeſquitertia.

9	12	16
9	21	49

Sic é ſuperpartientibus directis ſuperbitertiis naſcentur multiplices dupli ſuperbipartientes tertias.

9	15	25
9	24	64

Sic é ſuperpartientibus ſupertriquartis fient multiplices dupli ſupertriquarti.

16	28	49
16	44	121

Hæc deductio eſt ab æqualitate, ſequitur brevior ad æqualitatem reductio. Si datis tribus continuis ejuſdem rationis terminis, primus ſtatuatur primo loco, differentia primi ad ſecundum, ſecundo differentia primi & ſecundi reliqui duplicis ad tertium, tertio termini rationis prioris, tandemque æqualitatis reſtituentur, ut:

8	32	128
8	24	72
8	16	32
8	8	8

Hæc contemplatio Nicomacho elegantiſſima videtur, & quidem theologiam Pythagoream quandam continet Dei primi rerum authoris, unde bona omnia, ſed inæqualiter imperfecta oriuntur, & quo eadem referuntur. Sed ſine contemplationibus his otioſis & inertibus theologia vel é ſolidis artium mathematicarum & utilibus documentis ſanctior habeatur, contemplanda divinorum operum ſapientia in numero, menſura, pondere. Quare totum hoc mathematum genus non inutile ſolúm, ſed plané nugatorium á ſeriis mathematum præceptis amandetur.

IN CAPITA RELIQUA.

Logicas datæ proportionis differentias inverſæ, alternæ, disjunctæ, continuæ in præceptis arithmeticis non ponimus, quæ jam poſita ſunt in logicis. Genera auté proportionis duo tantúm inſtituimus, quia hæc ſola ſimplicia & mathematica ſunt. Nicomachus fecit decem. Jordanus addidit undecimam: ſed de his omnib. authores ſui legantur. Proportionis arithmeticæ doctrina eſt in Nicomacho: in Euclidis autem elementis prorſus nulla, quamvis uſus ſit Euclides áliquando ut alterné ad 79 p 10. Illic enim & Theon, & Campanus proportione arithmetica utuntur: In proprietatibus autem arithmeticæ proportionis requirimus terminos quantitate medios, ſecus, ut mox apparebit, proprietates illæ impropriæ eſſent. Proportionis arithmeticæ disjunctæ proprietas duplex eſt. Primæ ratio quædam ſubductis diffe-

differentiis æqualibus,poſteaque additis poſſet ex illo theoremate deduci. Si æqualibus æqualia addantur,tota erunt æqualia.Sed malo proprietatem ex ſeſe notam & manifeſtam ſumere, & exemplis tantū inducere. Secundæ proprietatis inventionem ſibi Nicomachus attribuit, eamque appellat elegantiſſimam, & eſt ſané:Ejus uſus eſt apud Archimedem ad 9.th.2.de ſphæ.Illic enim Eutocius adhibet hoc theorema,& demōſtrat per 5 p 2.Si numerus fuerit ſectus magis & minus inæqualiter oblongum,minus inæqualium eſt majus oblongo magis inæqualiū. At hoc theorema ſpeciale eſt,& poteſt ex hoc noſtro videri deductum.Quoties enim numerus idem bis diſſimiliter ſecatur , ſemper fiunt termini quatuor arithmeticé proportionales.Itaq; non tantum conſtat factum mediis eſſe majorem, ſed tanto majorem eſſe.Termini tamen hic quantitate medii ſumendi ſunt:nec enim conveniet exemplum 12.8.16.12.quamvis differentię ſint eædem:nec idē conveniet exemplum 12.8.12.16.Ergo theorema noſtrum plenius & uberius eſt: cujus tamen cauſſam nullam requiro,ſicuti neq; illius antea requiſivi, poſtulo tanquā proprietatem catholicam, & indemonſtrabilem. Hinc proprietates duæ ſequentes aſſumuntur in continuis & concluduntur. Tertia enim primam, quarta ſecundam ſequitur.Hanc conſecutionis logicam Nicomachus non intellexit,quia ſpeciales regulas prępoſuit. Addit Nicomachus & quintam differentiam. Quód differentiæ ſint ad differentias,ut ſinguli termini ad ſe ipſos, id eſt ut æquale ad æquale: quod novi nihil eſt.Id enim definitione proportionis arithmeticę continetur. Progreſſionis arithmeticæ proprietates quinq; vulgó traduntur. Tres primas omiſimus, quia nullam earū utilitatem videremus. Prima eſt. Si tollatur primus terminus ab ultimo, reliquuſque dividatur per numerum terminorū unitate minutum , quotus erit differentia:ut dato numero terminorum 5:datiſque progreſſionis extremis 2 & 10,tollo 2 a 10,reliquuſque 8 dividatur per 4 minorē unitate, quám 5 eſt numerus terminorū,quotus erit 2.differentia. Secunda eſt. Si tollatur primus ab ultimo,& reliquus dividatur per differentiam quotus unitate diviſus auctus erit numerus terminorū:ut in eodē exemplo tollo 2 a 10. reliquus 8 diviſus per 2 differētiam dabit quotū 4,qui auctus unitate erit 5 numerus terminorū.Tertia eſt.Si tollatur unitas a numero terminorum, & á reliquo factus per differentiā tollatur ab ultimo,reliquus erit primus terminus: ut eſto differentia 2 numerus terminorū 5. Jam tollatur unitas á 5, reliquuſq; 4 multiplicet 2 differentiam, factus 8 ſublatus á 10 ultimo relinquet 2 primū.Has tres inventiones omiſimus, quia,ut dixi, notam & illuſtrem utilitatē nullam haberent,inſtruximus quartam & quinam propter utilitatem manifeſtam.Quatuor autē primæ per analyſim ſunt factæ. Nam qui geneſim contrariam conſiderabit, intelliget analyſeos cauſſam. Itaque in prima proprietate primus tollitur ab ultimo,& reliquus factus á differentia per numerū terminorum unitate minutū habeatur. Itaque dato facto, & factore altero,reliquus habetur diviſione.Eademq; ratio eſt in ſecunda proprietate. In tertia autē & quarta proprietate analyſis apertior eſt. Dātur enim factores,unde factus habetur, cujus ſubductione vel additione, habetur primus & ultimus. Quintæ proprietatis cauſſa alia eſt,é ſecunda nempe proprietate proportionis disjunctæ: ut in quatuor

Ambo quidem nos viginti minas trahimus
Zethuſque & germanus. At ſi de meo ſumpſeris,
Tertiam & quartam Amphionis,
Sex omnia inveniens, matris invenies pondus.

Primum ſimul utriuſque quæſiti numeri, id eſt 20, cape $\frac{4}{5}$, quæ nempe ſit unius & alterius quæſiti $\frac{1}{4}$ cõmunis, ea erit 5: 6 autem matris numerus continet hanc cõmunem $\frac{1}{4}$ & præterea unum, id eſt $\frac{1}{12}$ primi quæſiti numeri, ut perſpicies tollendo $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{3}$, unde proportio de primo quæſito numero concludetur, $\frac{1}{12}$ valet 1, ergo 1 id eſt totus valet 12. Hic numerus eſt Zethi, quo de 20 ſublato, manet 8 numerus Amphionis. Nam $\frac{1}{3}$ de 12, item $\frac{1}{4}$ de 8 ſunt 4 & 2, & ſimul uterq; 6 numerus Antiopes. Idem veró concludi poteſt, ſumendo primum ejuſdem totius 20 $\frac{1}{3}$, id eſt 6 & $\frac{2}{3}$: 6 enim ſuperatur ab eo $\frac{2}{3}$, id eſt $\frac{1}{12}$ ſecundi quæſiti: cujus $\frac{1}{4}$ quæritur: unde concludetur, $\frac{1}{12}$ valet $\frac{2}{3}$, ergo 1 valet $\frac{24}{3}$ id eſt 8. Hic numerus eſt Amphionis, quo de 20 ſublato reſtat 12 numerus Zethi: ſed tamẽ quæſtio per Algebram melius explicaretur. Eſt in epigrammatis græcis de tubis fontis ſimile.

Χάλκεός εἰμι λέων, κρουνοὶ δέ μοι ὄμματα δοιὰ
Καὶ στόμα σὺν δὲ θέναρ δεξιτεροῖο ποδὸς,
Πλήθει δὲ κρητῆρα δύ' ἤμασι δεξιὸν ὄμμα
Καὶ λαιὸν τρισσοῖς, καὶ πισύρεσσι θέναρ
ἄρκιον ἓξ ὥραις πλῆσαι στόμα, σὺν δ' ἅμα πάντα
Καὶ στόμα καὶ γλῆναι, καὶ θέναρ, εἰπὲ πόσον;

Aeneus ſum leo, tubuli autem mihi oculi duo
Et os cum palma dextri pedis,
Implet autem craterem duobus diebus dexter oculus
Et ſiniſter tribus, & quatuor palma
Sufficiens ſex horis implere os, in ſimul autem omnia
Et os & oculi, & palma dic quantum.

Cape hic, ut antea, antecedẽtes proportiones, invenies impleri 1 hora $\frac{15}{12}$ lacus, unde concludes totum impleri $\frac{12}{15}$ vel $\frac{4}{5}$, id eſt 48 minutis unius horæ. Lubet porro addere & epigramma græcum aliud, quod tametſi facilius per algebram expediri poſſit, poterit etiam per numeros abſolutos. Eſt autem ſic.

ἡμίονος καὶ ὄνος φορέουσαι οἶνον ἔβαινον,
αὐτὰρ ὄνος στενάχιζεν ἐπ' ἄχθει φορτίοιο,
Τὴν δὲ βαρυστενάχουσαν ἰδοῦσ' ἐρέεινεν ἐκείνη,
Μῆτερ, τί κλαίουσ' ὀλοφύρεαι ἠΰτε κούρη,
Εἰ μέτρον ἕν μοι δοίης, διπλάσιον σέθεν ἀρῶ,
Εἰ δ' ἓν ἀντιλάβοις, πάντως ἰσότητα φυλάξεις,
Εἰπὲ τὸ μέτρον, ἄριστε γεωμετρίης ἐπίιστορ.

Mula & aſina ferentes vinum ibant,
Sed aſina ingemiſcebat præ ſarcina oneris ſui,
Hanc veró graviter ingemiſcentem conſpicata interrogavit illa,
Mater: quid mœrens lamentaris ceu puella?
Si menſuram unam mihi dederis, duplum tui tulero.
At ſi unam vic[illegible]m ceperis, omnino æqualitatem ſervabis.
Dic menſuram optime geometriæ doctor.

Eſto numerus aſinæ 1 numerus, addaturque 1 ab aſella, erit 1 numerus & 1. Itaque $\frac{1}{2}$ é numero aſinæ, & $\frac{1}{2}$ unitatis relinquetur aſellæ: reddatur autem aſellæ ſua unitas, habebit illa $\frac{1}{2}$ é numero aſinæ, & 1 $\frac{1}{2}$ ſuæ unitatis. Jam idem eſt aſinæ detrahere 1 & idem aſellæ addere, & 2 addere aſellæ, & nihil detrahere aſinæ: adde igitur 2 aſellæ. jam $\frac{1}{2}$ é numero aſinæ & 3 $\frac{1}{2}$ é numero aſellæ, æquantur aſinæ numero: dimidius autem 3 $\frac{1}{2}$: ergo totus $\frac{1}{2}$ & 3 $\frac{1}{2}$ eſt numerus aſinæ: huic adde 1, totus erit 8 duplus ad 4 reliquum numerum aſellæ, cui redde 1 ablatum, totus erit 5 numerus aſellæ initio propoſitus. Idem invenies ſi ab aſella incipias. Eſto igitur pro numero aſellæ 1 numerus: addatur ei 1 é numero aſinæ habebit 1 numerũ & 1, tantumque reſtat aſinæ, nempe 1 numerus & 1: redde aſinæ ſuam 1, habebit 1 numerum & 2. jam idem ſit detrahere aſellæ 1, & addere idem aſinę: ac nihil detrahere aſellæ & 3 addere aſinæ, ut conſtat in 6 & 9, ut alter alterius duplus ſit: addantur igitur 3 aſinæ habebit 1 é numero aſellæ & 5, qui totus eſt duplus ad aſellæ numerum: dimidius autem eſt 5, qui numerus aſellæ initio fuit.

DE REGULA FALSI.

Ad ejuſmodi quæſtiones quidam afferunt regulam falſi, quæ divinationis cujuſmodi ſimilis eſt, ut tres habuere ſinguli nummos, ſed caſu unà confuſos, bini tamen ſummas ſuas norunt primus & ſecundus 50, ſecundus & tertius 70, tertius & primus 60. Quæritur ſumma ſingulorum quæ fuerit. Conjicito primi aureos fuiſſe 20. Relinquantur ſecundo 30, & tertio 40, reliqui nempe é 70. Hæc conjecturæ ſors apté ceciderit: neque falſi hypotheſis eſt in eo, & quæſtio iſta jam ante à nobis non conjiciendo, & divinando, ſed arithmeticé ratiocinando explicata eſt. At ſi falſa conjectura ſit, notetur exceſſus cum ſigno plus ſic †, vel defectus cum ſigno minus —: factique à falſis per alternas differentias adſeribantur. Hic ſigna ſimilia ſunt, aut diſſimilia. Si ſimilia tollantur, minor factus à majore, & reliquus dividatur per reliquum differentiæ majoris ſupra minorem, quotus erit quæſitus, ut aſpiciẽs quidam alterius loculos (inquit) videris mihi habere aureos 100. Minimé (inquit alter) ſed ſi addideris $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ & 1 habebo 100. Quæritur igitur quot aureos habuerit. Cõjiciatur primum fuiſſe 12, ad quæ propoſitis additis, id eſt 6.4.3.1. totus 26 à 100 deficiet 74. Hic defectus notetur cum ſigno —. Tum veró duplicato falſam hypotheſim & 24 conjicito, ad quæ propoſitis additis, id eſt 12.6.8.1. totus 51 á 100 deficiet 49. Hic item defectus notetur cum ſigno —. jam ſequere arithmeticam falſi, exemplum totum ſit.

12 —— 74

24 —— 49

1774

588

$\frac{1186}{25}$ (47 $\frac{11}{25}$ quæſitus: $\frac{1}{2}$ eſt 23 $\frac{18}{25}$: $\frac{1}{3}$ 15 [illegible], $\frac{1}{4}$ 11 [illegible]

Quibus omnibus additis & 1, totus eſt 100. At ſi diſſimilia ſigna ſint, totus e differentiis & factis dividatur per totum é differentiis, quotus erit quæſitus: ut in exemplo aſinæ & aſellæ. Conjicito pro numero aſellæ eſſe 3, addito 1, totus erit 4:

pondus

pondus igitur aſinæ matris erit 5: at ſi é 3 numero aſellæ 1 addideris ad 5. totus 6 eſſet, non duplus reliqui 2, ſed triplus. Conjectura igitur prima ſuperat 2. Adnotetur igitur cum ſigno †. Tum veró divinato aſellæ numerum fuiſſe 6, duplum antea falſo conjecti 3: 1 aſſumpto totus erit 7. Itaque numerus matris erat 8: at ſi 1 ad 8 addatur, totus 9 non eſt duplus reliqui 5, ſed 1 deficiet: adnotetur igitur & hæc falſa hypotheſis altera. Denique artem falſi exequere, totum exemplum ſic erit.

```
3  †  2
6 ——— 1
      ———
       3
      12
      ———
      15  (5.
       3
```

Et 5 erit numerus aſellæ, cui ſi unitas addatur detracta numero matris, totus erit 6: numerus itaque matris erit 7. Atque hæc ars eſt falſi conficta ab arithmetico aliquo, logicorum Ariſtotelis dogmatum videlicet æmulo: ut enim Ariſtoteles in logica docuit ex falſis verum ſyllogiſmo poſſe concludi, ſic in arithmeticis Arithmeticæ hujus inventor invenit quomodo ex falſis verum colligeretur. Sed generis hujus exempla, quę per falſas hypotheſes explicantur, per arithmeticam verá poſſunt explicari: & quicquid hic eſt, præterea ex algebra eſt: de qua dicetur ſuo tempore.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. VI. IN DEFINITIONES PRIMI LIB. EUCLIDEI.

LIBRI quartus & quintus mathematicarum ſcholarum in noſtrá arithmeticam adhuc fuerunt, reliqui libri erunt in elementorum Euclidis & Hypſiclis libros, ſed pro ſubjecto argumento diſſimiliter amplificati vel contracti: ſextus itaque erit in definitiones primi libri. Geometria igitur definita nobis eſt ars bene metiendi, qua generali ſignificatione a Platone definitur 7 de republ. μετρικὴ μήκους καὶ ἐπιπέδου, καὶ βάθους. tanquam diceres menſurativa longitudinis & planiciei, & altitudinis. Sed veritas iſta commodiſſimé dijudicari poteſt inductione στοιχειώσεως & inſtitutionis geometricæ, ſi á primo geometricorum librorum elemento ad ultimũ ſubducas. Comperies enim omnia ad unũ bene metiendi finem referri. Congruentia prima menſura erit applicata metiendis magnitudinibus, tum ſimilitudo triangulorũ ad lineas metiendum: deinde quadrangulum rectangulum menſura erit & ſui & trianguli, & reliquorum rectilineorum: imó veró etiam circulorum & circularium ſectionũ: in

ſolidis baſes & altitudines, in priſmatis & cylindris & eorum ratione, in pyramidibus, polyhedris ordinatis, conis. Hæc (inquam) univerſa omnium elementorũ inductio planum faciet geometriam eſſe artem bene metiendi. Proclus lib. 2. cap. 2. huc reſpicit. Geometria (air) eſt cognitiva magnitudinum & figurarũ & in his terminorũ & rationum & affectionum, variorumq; ſituum & motuũ. Hæc Procli per partes definitio idem comprehendit, quod illa ſubtilior inductio. Verũ iſte bene metiendi finis in Euclidis geometria obſcurior eſt, quia nominatim nullũ unquam de fine geometriæ, nullũ de uſu verbum in elementis factũ eſt, & zelotypia illa Platonis videlicet occultum eſt de induſtria, tanquam a pontificibus hoc totũ geometrici uſus myſterium: imó veró verbum ipſum metiendi in elementis nuſquam appellatum eſt, quin geometrica metaphora ad numeros translatũ ſæpé in arithmeticis elementis uſurpatur, & occaſione numeri ad ſymmetriam magnitudinũ decimo libro refertur. At nos Archimedem cum Euclide & artis utilitaté cum veritate conjungere inſtituimus. Itaque definitio geometriç ex illo vero geometriæ στοιχειώσεως fine teneatur. Geometria eſt pars bene metiendi. Sed menſura menſurçque ſpecies ex arbitrio aſſumuntur: Sic Perſæ paraſangas: Ægyptii ſchœnos, aliique populi menſuras alias habent, & plerunq, in eadé civitate varias pro variis fundorum dominiis menſuras offendes. Sed geometricæ menſuræ genera non tantũ ex variis hominũ ingeniis, ſed ex variis rebus varia ſunt, alia magnitudinibus ſpatiorum, alia liquidorũ, alia frumentorũ, atque omnino locum & ſitum occupantiũ. Neq; menſuræ ſolæ ſunt, quæ vulgó nominantur, ſed menſuræ ſunt, aut menſuras ipſas in ſeſe cõtinent, radius & dioptra Hipparchi, regulæ, armillæ, aſtrolabiũ Ptolemæi, torquetum Regiomontani, ſed umbræ etiã menſuræ ſunt, quibus per ellipſes mathematici dimenſi ſunt magnitudiné ſolis, lunæ, terræ elementaris á terra regionis ad ipſa ſydera & intervalla ipſorum inter ſe. Menſurç ité ſumuntur é jactu teli & bombardæ: é volatu avium, ut caponis: é ſonis etiam & vocibus intervalla judicantur, quæ ipſa etiam vel longiſſima continuantur vocibus; Sic Xerxes biduo per interpoſitos certis intervallis homines denuntiavit é Græcia in Perſidem Suſas uſq;, quç Athenis agerẽtur, ut Cleomedes ait initio ſecundi libri, & quale Cæſar 7 belli Gallici de Gallis cõmemorat, ita vox humana hic tanquã decépeda ſæpius iterata menſura tã longi itineris accipi queat. Subtiliſſima omniũ menſura eſt per tabulas ſubtenſarũ. Denique nullũ eſt in geometria elementũ, quod menſuram aliquam aut menſuræ ſubſidium non ſuppeditet. Menſuræ tamé nomen in totis geometricis elementis nuſquá appellatur, appellatur tamen in arithmeticis, ut de verbo μετρεῖν jã dictũ eſt, & inde transfertur ad ſymmetriam magnitudinũ lib. 10. Sed in veſtibulo nimiũ diu moramur, ad Euclidé venio. Geometriæ primus liber habet principia decem librorũ communia: & ut Proclus ait, principia rectilineorũ in triangulis & parallelogrammis. Itaq; præter illa cõmunia principia, tres partes Proclus primi libri facit. Prima continet triangulorũ ortus & proprietates, ipſorumq; inter ſe comparationes. Secunda parallelogrammorum ortus & qualitates, parallelarumq; in iis proprietates. Tertia triangulorũ inter ſe, & parallelogrammorum comparationes:

At

At partitio iſta valde rudis eſt. Nam é 48 propoſitionibus, primi libri de lineis, earumque angulis, id eſt de prima magnitudinis ſpecie conſiderata & per ſe & cum ſuperficie, propoſitiones ſunt ſedecim, de triangulis ſunt una & viginti, de quadrilateris undecim, nempe de parallelogrammo ſeparatim ſunt quatuor, & tres de ipſius æqualitate cum triangulo & una cum rectangulo, de quadratis ſunt tres. Itaq; ſi facienda partitio talis fuit, fuit utique linearum mentio facienda: quæ multò majorem libri partem auferunt, quam parallelogramma. Sed tota iſta partitio in Geometria methodicé deſcripta nullum haberêt locum, in qua ſingula magnitudinum genera, differentiæ, ſpecies, proprietates ſeparatim explicarentur. Jam ad primam primi libri partem de principiis accedamus, & primum definitiones perpendamus: quæ ſunt numero triginta quinque, quæque primas magnitudinis & figuræ differentias plurimas interpretantur.

1 *Punctum eſt cujus pars nulla. 1 d 1.* Definitur σημεῖον, quod verbũ verbo ſignum eſt, ſed latinis punctum hic uſitatum eſt, cujus pars nulla, nec in longum, nec in latum, nec in altum. & ſic in academicis definitur a Cicerone. Pũctum eſt quod nullam magnitudinem habet. Reprehẽſa tamen eſt iſta definitio, quod negatione fieret, & certé negatio, nihilum, & non ens quodlibet iſta definitione punctum fuerit. á Proclo autem defenditur tanquam neceſſe ſit negatione principia definiri. At pleraque vel é principiis Euclidis nequaquam definitione tali definiuntur. Signum definitur ab Herone terminus lineæ, in libro definitionum authore Valla, quomodo linea definiretur terminus ſuperficiei, ſuperſicies corporis, quod vix probari poſſit. Sed majorem habet quæſtionem utrum punctum ipſum magnitudo ſit, cum Platoni punctum ſit individua linea, ut in phyſicis & metaphyſicis ſcholis diſputatum eſt: & magnitudinis individuæ defenſores cum Platone ſint Pythagoras, Anaxagoras, Leucippus, Democritus, Xenocrates, id eſt mathematicæ diſciplinæ facile principes. At hæc quæſtio ad 1 o p 1 diſceptabitur. Adfert huc Valla differentiam ſigni & puncti. Quod nullam diviſionem patiatur, punctum vocatur, cum medium tenet figuræ. Si autem principium lineę eſt, vel linea, aut etiam finis, vel cum omnino aliquid notat, quod ſine partibus intelligendum ſit, nec tamen obtineat figuræ medium, ſignum dicitur. At inquam punctum latinis non aliud omnino eſt, quam σημεῖον nunc Euclidi, nec in medio figuræ conſideratur proprié & ſolum, ſed centrum.

2 *Linea autem longitudo latitudinis expers.* Ariſtoteles cap. 3 topici 6 reprehẽdit hanc definitionem, quia negatione fiat: Poteſt enim definiri linea, magnitudo longitudinis tantum particeps, ut mox ſuperficies definietur. Poteſt etiam definiri (ut Heron definivit) fluxus puncti, ut poſtea Euclides efficit circulum fluxu ſeu motu lineæ, & ſphæram fluxu ſemicirculi, & conum, cylindrumque motu trianguli, & parallelogrammi.

3 *Lineæ autem extrema ſigna.* Proprium eſt lineæ punctis terminari, cum ſcilicet ex puncti fluxu in punctum concipiatur: ideoque linea omnis actu finita eſt, & quod interdum infinita linea ab Euclide nominatur, ut 12 p 1, infinitas intelligatur quanta ſatis ſit.

4 *Recta linea eſt, quæ ex æquo intra ſua ſigna interjacet.* Eadem autem definitio à variis authoribus varié facta eſt (ait Proclus) nam præter Euclidis, Archimedis, Platonis definitiones quartò recta definitur, quæ inter extrema eſt ordinata. Quintó quod ipſius pars quidem non eſt in ſubjecto plano, pars autem in ſublimi: ex qua tamen definitione non animadvertit Proclus primam libri vndecimi propoſitionem factam eſſe: Melius tamen in principiis id habebitur quám in dubiis propoſitionibus, quod etiam tum dicetur. Sextò quod omnes ipſius partes omnibus ſimiliter cōveniant, quæ definitio ex homœomeria eſt. Septimó quod extremis manētibus & ipſa manet. Sed hæ duæ poſtremæ minus perſpicuæ & accuratæ ſunt. Octavó quod cum ſui ſimili ſola figuram non facit. Sed hæc etiam poſtrema obſcurior eſt & circularis aliqua cum ſui ſimili figuram non facit, nec ideo tamen recta. Atqui decimum eſt hoc axioma. Duæ rectæ ſpatium non comprehendunt. Quare definitiones hæ non ſatis attenté & conſideraté pro eadem proponuntur. Sed tamen Euclides, quem Proclus ſæpe Geometram, nonnunquam στοιχειωτὴν vocat, definivit rectam lineam: κυκλικὴν non definivit, neque miſtam: ut ἑλικοειδῆ, κογχοειδῆ, κισσοειδῆ ſpiralem, ſimilem flexibus conchæ, hæderæ: de circulari tamen defendit Euclidem, quód peripheriam in circulo deſcribat. In miſta nō defendit, quin ait ipſum tamen uti miſto illo genere, ut in ſemicirculis, & reliquis ſectionibus, item in ſolidis, ut in cono & cylindro. Miſtæ veró lineæ ſpecies variæ ſunt, aliæ enim ſunt in planis, ut κισσοειδεῖς quæ referunt flexus hederæ, ut helices variæ quæ in infinitum producuntur: aliæ circa ſolida, ut helices circa ſphæram & cylindrum, & conū, aut in ſolidorum ſectionibus, ut conicæ & ſpiricæ. Cæterum multitudo miſtionum eſt infinita. De omnibus autem lineis ſolæ ſunt ὁμοιομερεῖς recta, circularis, helix, cylindracea, duæ illæ in plano ſimplices, tertia miſta circa ſolidum. Quod Geminus demonſtravit, cúm præterea id demonſtraſſet. Si ad ſimilarē lineam ab uno ſigno duę rectæ productæ fuerint, æquos in ipſa angulos facientes, ęquales ſunt. Hęc ex Proclo: ex quo item & aliis lubet recolligere quæ de homœomeria cōperi. Magnitudo ſimilaris eſt magnitudo, cujus quælibet pars cuilibet parti congruit: ὁμοιομερὴς καὶ ὁμοιομερὲς ſimilaris & ſimilare latinē certé uſitaté in ſcholis dicitur. Sic igitur linea recta eſt ſimilaris, quia pars quælibet & cujuslibet rectæ cuilibet parti congruit, ſic & ſuperficies recta ſeu plana ſimilaris eſt: Sic apud Proclum ad 4 d 1 Apollonio in libro de cochlea definitur helix cylindracea quæ habet ſimilariter oēs partes omnibus partibus congruentes, quibus in locis tres linearum ſimilarium ſpecies efficiuntur, recta, peripheria, & helyx cylindracea: ſuperficies autem plana tantum & ſphærica ſunt eidem Proclo ſimilares ad 7 d 1. Ptolemæo primo magnæ conſtructionis, non omnis plana ſuperficies ſimilaris eſt, ſed circularis tātum, ita ſuperficies plana circularis & ſuperficies ſphærica ſolæ Ptolemæo ſimilares ſunt, quia ut Theon ait, circularis ab una linea ὁμοιοσχήμονος ſimilis figurę comprehenditur. Quibus in locis ὁμοιοσχήμων videtur idem eſſe, quod ὁμοιομερὴ., quod Proclus in Timęum Platonis aſſumpſit. Verum Procli de[illegible]itio accuratior videtur, & plani pars quælibet plani parti cuilibet congruit, non tamen pars cylindracea ſuperficiei parti cuilibet ejuſdem cylindraceæ ſuperficiei convenit, quomodolibet accepta. Ideoq; verè negat Proclus ſuperfi-

perficiem cylindraceam eſſe ſimilarẽ. Hinc ὁμοιομέρεια phyſicorum corporum quę partes, & inter ſe & toti ſimiles habent: ut partes terræ, aquæ, aeris, ætheris, ſanguinis, oſſis, carnis ſunt inter ſe ut ſua tota terra, aqua, aer, æther, ſanguis, os, caro. & ὁμοιομέρεια Anaxagoræ ideo fortaſſe infinita fingitur, & ὁμοιομέρεια & infinitas è geometria ad phyſicam derivantur. Atque argumentum Ptolemæo phyſicum eſt, quia æther ſit corpus λεπτομερέστερον καὶ ὁμοιομερέστερον partium magis ſubtilium & ſimilarium quam ullum corpus aliud: idcirco ſimilari quoque figura figurandum fuiſſe: ſimilaris figura in planis ſit circularis, in ſolidis ſphærica, ætherem non planum eſſe ſed ſolidum, ideoque ætherem eſſe ſphæricum. Quanquam ὁμοιομέρεια phyſica ſecundum metaphoram quandam potius dicitur, quàm ſecundum geometricam veritatem: ἰσομέρεια enim nulla phyſica eſt. Utrum vero rectũ obliquo prius eſſet natura, magna inter excellentes mathematicos controverſia fuit, quæ negligentius judicata magnam geometriæ confuſionem attulit. Itaq; diſceptanda eſt accuratius. Ariſtoteles (quod in ejus ſcriptis aliunde collectis neque attentius conſideratis frequentiſſimum animadverti) utramq; partem contradictionis hujus prodidit. Nã 4 c 2 dè cælo diſputat peripheriam rectâ, & circulum rectilineo priorem eſſe natura, primò quia perfectior, cum nihil ei poſſit addi: poſſit autem rectæ: ſecundò quia circulus eſt ſimplicior, cum ſit unius termini rectilineum multorum terminorum. At ut peripheriæ nihil addi poteſt, ut peripheria ſit: ſic neque rectæ poteſt quicquam addi, ut recta ſit, neque perfectior eſt hoc argumẽto peripheria quam recta: neq; tamen perfectius protinus etiam natura prius eſt. Nam perfectius eſt animal ſemine, neq; tamen natura prius. Quare primum argumentum neq; verum eſt, neque ſi verum ſit, quidquam concluderet. Neque ſecundum argumentum quidquam conſtãtius eſt, neque ſimplicitas arguitur numero terminorum, ſed potius numero terminatarum rerum: unico ſiquidem termino comprehenditur mundus, neq; tamen ſimplicior eſt arbore, leone, homine, aut qualibet alia mundi parte, quin rotundum ipſum Ptolemæo polygonia, imo verò Ariſtoteli ipſi hujus erroris authori ὁλογώνιον totus angulus 8 cap. 3 lib. de cælo dicitur, tanquam figura rotunda ſit, non ſolum multangula, ſed totangula. Itaque eodem Ariſtotele judice rotundum licet unico termino comprehenſum magis multangulum eſt magiſque multilaterum, quam ullum omnino rectilineum. Quare nihil duobus illis argumentis moveamur. Ariſtotelis hunc errorem Plutarchus in quæſtionibus Platonicis uno præcipuè argumento diſſolvere videtur. Recta (inquit) eſt mater peripherię, motuque extremi in recta puncti circa fixum reliquum punctum deſcribit peripheriam, deinde [illegible] ſui motu deſcribit tum recto rectilineum, tum rotundo circulum. Sic plana ſuperficies deſcribit corpus motu ſui ſecundum rectã, ſi rectilinea ſit priſma, circa rectam ſi triangula, parallelogrãma, ſemicircularis conum, cylindrum, ſphæram. Itaq; recta magnitudo videtur parens & genitrix obliquæ, ideoque natura prior: Quin Ariſtoteles in mechanicis adnotat in rotundo ἐναντίωσιν eſſe convexi & cõcavi. Quod Proclus ad 4 d 1 repetit, & diſſimilitudinem nullam ait eſſe in recta, quæ tamen ſit in peripheria ut convexi & concavi. Item ſi peripheria ſit, eſſe rectam licet non juxta generationem, attamen juxta reſpectum ad centrum: unde cõcludit rectam peri-

pheri[illegible] ſimpliciorem eſſe. Atque ex hac recti priore & antiquiore natura merito natum proverbium ab Ariſtotele ipſo celebratum 5 cap. 1. de anima, τῷ εὐθεῖ καὶ τὸ εὐθὺ καὶ τὸ καμπύλον γινώσκομεν. κριτὴς γὰρ ἀμφοῖν ὁ κανών, τὸ δὲ καμπύλον οὔτ' ἑαυτοῦ, οὔτε τοῦ εὐθέος. Recto & ipſum & obliquũ cognoſcimus. Regula enim eſt judex utriuſque, obliquum vero neque ſui neque recti judex eſt. Sic poſtea recta magnitudo erit judex rectæ & obliquæ: ſic angulus rectus judex recti & obliqui: ſic triangulum rectangulum judex obliquangulorum, & parallelogrammum rectangulum reliquorum. Hinc rectum pro vero & juſto, obliquum contra pro falſo & injuſto accipitur. Quare rectum in partienda linea præponatur obliquo, & deinceps in unoquoque genere, rectum obliquo prius habeatur. Et quæſtio illa 7 c 2 poſt. quod recta eſſet pulcherrima linearum, videatur generis hujus fuiſſe, ut pulchritudo pro præſtantia capiatur.

5 *Superficies autem eſt, quod longitudinem & latitudinem tantum habet.* Hæc definitio non fit negatione ut duæ præcedentes, & tali affirmatione linea definiri poterat. At Proclus putat illud tantum negationi craſſitudinis par & idem eſſe: quod ſuperiori ejus rationi, qua principia definienda negatione ſtatuebat, par & idem eſt. Definitur etiam aliter. Superficies eſt magnitudo duorum intervallorum: Item ſuperficies eſt terminus corporum. at duo intervalla tam videantur eſſe latitudo & altitudo quam longitudo & latitudo, neque dum corpus eſt definitum. ἐπιφάνεια græcum nomen eſt tanquam diceretur apparentia, quia magnitudinis nihil viſibile ſit niſi ſuperficies: ſic ἐπιφάνεια καὶ κρύψις exortus & occaſus ſyderum opponuntur: ſuperficies autem latinis non eſt ipſa ἐπιφάνεια & extrema facies, ſed quod ſuper faciem ipſam, ut ſuperficies ædium quæ ſuper aream eſt: ſcholis tamen geometricis uſitatum verbum teneatur.

6 *Superficiei autem extrema lineæ.* Hæc item definitio demonſtrat omnem ſuperficiem actu finitam eſſe.

7 *Plani ſuperficies eſt, quæ ex æquo intra ſuas lineas interjacet.* Græca litera Euclidis habet & apud Proclũ & apud Theonẽ ἐπὶ ταῖς εὐθείαις, intra rectas, nõ ἐπὶ ταῖς γραμμαῖς intra lineas: at veritas definitionis exigit extrema ſuperficiei generaliter eſſe lineas: & ſic proxime dictum eſt ſuperficiei extrema eſſe lineas, non autem rectas. Et planæ ſuperficiei extrema, ut circuli, ut ſpiralis ſpatii ſunt lineæ non rectæ.

8 *Planus angulus eſt in plano duarum linearum ſeſe tangentium, & non in directum ſitarum mutua linearum inclinatio.* Hic angulus efficitur κλίσις inclinatio, neque tamen [illegible] angulus omnis, ſed tantum planus definitur, neque per inclinationem apte, quia [illegible] inclinatio eſt anguli acuti, ut conſtat è 5.6.7 d 11, & genitivus linearum [illegible] 11 d 11 definiunt angulus ſolidus a pluribus quam duabus lineis [illegible] entibus [illegible] & non [illegible] ſuperficie poſitis [illegible] omnes lineas inclinatio [illegible] terminorum non lineis [illegible] ter [illegible] communi [illegible] ne, [illegible] lineis [illegible] neque omnis angulus ſolidus a planis comprehenditur: eſt enim [illegible] m [illegible] tus. Sed tanquam [illegible] dubia eſſet iſta definitio, aliter [illegible] definitur, qui comprehenditur a pluribus angulis planis quam duobus non poſitis in eodem

eodem plano ad unum ſignum collectis: quę definitio paulo videtur accuratior ſuperiore, neque videtur facere angulum inclinationem vel comprehenſionem terminorum, ſed quod comprehenditur a terminis, & addit in uno puncto, quæ Carpi, quæ Apollonii, quæ Plutarchi, quæ noſtra quoque definitio eſt angulum eſſe linearum in communi ſectione terminorum. Atqui de duabus Euclidis definitionibus 8 d 1 & 11 d 11 utra γεωμετρικωτέρα eſſet, geometria ipſa judicare debuit. Nam tota geometria locis omnibus angulum ſuperficiem aut corpus id eſt lineatum facit, nuſquam facit inclinationem, neque inclinatio ſecatur. Itaque Proclus merito inclinationē in Euclidea definitione reprehēdit, quāvis inepto argumento tanquā Euclides faciat angulum ad aliquid, & ideo ex unica inclinatione fiat unicus angulus, quia relata inter ſe duo tantum ſunt, & tamen (ait) ex unica inclinatione plures anguli fieri poſſunt, ut ſecto cono per verticem ad baſim. Verúm Proclus logicam neſcio quam huc adhibuit: inclinatio enim duplex tum erit, ſi fiat angulus duplex, altera rectæ ad rectā, unde fiet trianguli angulus rectilineus, & rectæ ad obliquam lineam in ſuperficie. Quare argumentum reprehenſionis ineptum eſt, reprehenſio tamen vera, ſed veritas toto geometriæ ipſius uſu vera probatur, & reprehenſio tamen Euclidis ab Euclide erit non á Proclo, qui definitionis accuratioris cauſſam præbuerit. Anguli veró ſeparatam geometriam facere, ut Eudemus peripateticus dicitur feciſſe, logicum non eſt, non magis ſané, quam rectitudinem, obliquitatem ſectionem, tactum & affectiones geometriæ reliquas ſeparata geometria tractare, ſed anguli generalem doctrinam in ſubjecto generali, ſpecialem per ſpecies lineati deducere, ut planum angulum in plana ſuperficie, circularis ſectoris & ſectionis in circulari ſectore & ſectione, ſolidum in ſolido corpore, ſphæricum in ſphæra. Talis in phyſica Peripateticorum error fuit de facultatibus animæ ſeparatim ab animalis phyſica præcipere. Non eſt veró geometricum, quód Proclus ait in unica linea cyttoide, quæ eſt ſimilis hæderæ flexib. & involucris, aut hippopeda, quæ equinæ pedicæ ſimilis eſt, angulum fieri, ſecus in circulo & ſphæra ſtatues innumerabiles angulos. At ille unicus eſt terminus, nec ideo eſt communis ſectio terminorum, & partes cyttoidis & hippopedæ ſi faciant angulum pro duabus conſiderari neceſſe erit terminantibus ſuo concurſu incluſam ſuperficiem, quam nempe duæ rectæ pari intervallo includerent.

9 *Quando autem comprehendentes angulum lineæ rectæ fuerint, rectilineus appellatur.* Euclides hic morem ſuum retinet, é multis generibus primum duntaxat interpretatur: iſta fortaſſe & ejuſmodi ſunt, quæ Proclus putat ab Euclide de induſtria prætermiſſa eſſe, quia tantúm elementa mathematicæ non totam mathematicam tractaret. At iſta tamen ſunt catholica, & us ipſemet doctor utitur. Ergo rectilinei anguli tres ſpecies deinceps aperiuntur, rectus, obtuſus, acutus.

10 *Quando autem recta inſiſtens in rectam, deinceps angulos inter ſe æquales fecerit, rectus eſt uterque æqualium angulorum. Et inſiſtens recta perpendiculum appellatur ejus in quam inſtiterit. 10. d. 1.* Rectus porro angulus quid ſit non videtur hic definiri, neque definitio hic eſſe, ſed poſtulatum vel axioma quoddā de proprietate vel fabrica angulorum rectorum, qui omnes inter ſe ſunt æquales: ut decimo axiomate conti-

netur, & recti anguli natura eſt ex ipſa perpendiculi efficientia & proprietate. Itaq; angulus rectus perpédiculo declaratur: veriſſimé igitur definietur angulus rectus, cujus crura ſunt inter ſe recta & perpendicularia, ſi lineæ rectæ & perpendiculares inter ſe definitæ generaliter eſſent, uti decuit, facilis modó eſſet anguli definitio. Sed καθ' ὅλου πρῶτον neglectum hunc elenchum genuit.

11 *Obtuſus angulus eſt, qui major recto eſt.*

12 *Acutus angulus eſt, qui minor eſt recto.* Quia rectus æqualitatis eſt, neceſſe eſt reliquas non recti differentias ex inæqualitate deduci. Itaque alter eſt major, alter eſt minor: In his veró inæqualibus rectilineorum angulorum differentiis, genus ipſum intelligendum eſſe Proclus admonet. Nam rectilineus quidem rectus recto angulo circulari major eſt, nec tamen eſt obtuſus: & circularis rectus minor eſt recto rectilineo, nec acutus. Atque hęc differétia é lateribus oritur, quibus perpendiculum aliter atq; aliter accipitur. Sed de angulo plano, rectilineo, recto, obtuſo, acuto ſatis, ad ſuperficiem revertamur, ea poteſt infinita, & tanquam diceres infigurata cogitari, poteſt & figuræ aliquo genere figurari.

13 *Terminus eſt, quod alicujus eſt extremum.* ὅρος terminus eſt, verbum Ariſtoteli in logicis uſitatiſſimum, ubi ſyllogiſmi termini tres, enuntiationis duo dicuntur, & ὅρος idem eſt quod ἄκρον extremum, quomodo etiam Proclus in ſigni definitione ſæpius uſurpat. Sic definitione Euclidis punctum eſt lineæ terminus, quia ejus eſt extremum, ſic linea ſuperficiei. Hic tamen ὅρος idem Proclo videtur quod περιοχὴ ambitus, comprehenſio: ut ὅρος ſpecies ſit τῶ ἄκρω: & addit ὅρον verbum eſſe veteris Geometriæ, quæ definiedis agris adhibebatur: quomodo & Ariſtoteles ὅρον pro definitione uſurpat, quæ totam rei eſſentiam naturamque ſuo ambitu complectatur. At Euclidis doctrina hanc intelligentiam termini refellit, nam ſi terminus totum ſignificaret ambitum, unicus eſſet figurę terminus, at dúo, tres, pluresve eſſe poſſunt, ut mox figuræ dividentur. Terminus vero potentia, quo nempe continui partes continuantur, ab Ariſtotele dictus κοινὸς ὅρος, communis terminus, qui Euclidi κοινὴ τομὴ communis ſectio dicitur. Communis autem terminus Ariſtotelis κοινὴ τομὴ communis ſectio nominatim ab Euclide appellatur de puncto ad 4.5 p.11, de linea ad 6 d 11. ad 3.16.19.39.p.11. Et ſi ſuperficies ſecet corpus, communis ſectio erit ſuperficies, ut intelligitur ad demonſtrationem 17 p 12: & omnino ex Archimede Theodoſioq; intelligitur, ſi ſphæra ſecetur plano, communem ſectionem eſſe circulum. Itaq; ſi generaliter intelligas punctum, lineam, ſuperficiem tranſire per lineam, ſuperficiem, corpus, cõmunis ſectio erit punctum, linea, ſuperficies. Itaque Ariſtotelis κοινὸς ὅρος eſt Euclidis κοινὴ τομή. Linea vero etiam corpus ſecat, ut Ariſtoteles ait in categoriis: ubi etiam affirmat corporis terminum poſſe accipi lineam, quia partes corporis [illegible] ntur: ſed tamen quod [illegible] lineam ſectricem fieri corporis, [illegible] corpus [illegible] quando cogitas corpus ſecari linea, [illegible] corporis. & motu lineæ ad oppoſitam ſuperficiem ſuperficies [illegible] ſectrix corporis, quomodo & puncto ſecatur ſuperficies [illegible] utrinque terminantê lineam, & ſuo motu [illegible] qua corpus ſecaretur. Linea vero corpus terminare proprie non poteſt, ſed tamen quod Ariſtoteles ait lineam corporis terminum fieri poſſe,

Id nempe ſit, quod Porphyrius interpretatur ſolida quædam eſſe, quæ habeant cõtinuationem ſecundum lineam, ut ſi duo priſmata communi latere continuentur. Secat veró linea lineam, ſed puncto, quia punctum eſt communis terminus: ſic linea ſecat lineam ad 10.15.27.28.29 p 1: ad 3.4.10.35.37 p 3, & pleriſque aliis locis: ſecat linea ſuperficiem, ut ad 17 p 11, quia eſt communis terminus: ſuperficies ſecat ſuperficiem ad 3.16.19.35.38.39.p.11: ſecat ſuperficies corpus ad 25.28.p.11. Utrum veró corpus corpore ſecari poteſt? Id. n. Vitello oſtendit ad 80 p 1, ut ſphæra ſphæram ſecans relinquit triplicem communem ſectionem, primo peripheriam in ſuperficie ſumma, deinde ſuperficiem qua ſphærarum interſecantium partes dividuntur: deniq; corpus medium inordinatum conflatum ex interſectis ſphæris, quod cõcipies animo ſi ſphæram alteram viridem, alteram rubram finxeris. At hæc interſectio videtur optica lucis & coloris nullum occupantis locũ, non geometricę magnitudinis ſitum & locum explentis. Neq; corpus eſt communis terminus corporearum partium. Quare punctum terminat tantum & ſecat, non terminatur, non ſecatur: linea & ſuperficies terminanr & ſecant, terminantur item ſecanturque. Utrum corpus tantum terminatur & ſecatur, non terminat, non ſecat. Etenim ſerra ſerrat lignum, non ſecat geometrice dividendo tantum commune vinculum, ſed ſcobe medium corpus atterit. Neq; vero proprie punctum ſuperficiem, neq; linea corpus ſecat, neq; pũcto ſuperficies, neq; corpus linea terminatur, συνάφεια tamen etiam eſt corporum. Porphyrii itaq; Simpliciique defenſio pro Ariſtotele conſideranda eſt in categoriis, Porphyrii nempe corpora illa eſſe ſolida, quæ habeanr continuationem ſecudum lineam, item Simplicii de angulo ſolido, in quo ſolida plana parallela per lineam angularem conjungantur. Ut vero communis ſectio appellatur communis ille terminus ſectæ magnitudinis, ſic biſectio dici poſſit communis ſectio magnitudinis in duas æquales partes ſectæ: ſic enim bifariam ſecare ad 17 d 1: ad 9.10.34 p 1: ad 6.10 p 2: ad 30 p 3: ad 6.7 d 7: ad 28.38 p 11 dicitur, quod dici unico verbo poſſit biſecare: ut διχοτομία ipſa biſectio. Hinc continuum jam nobis apertius intelligetur, cujus partes communi termino continentur: ſic enim partes lineæ continentur communi puncto, ſuperficiei communi linea, corporis communi ſuperficie, non quód in magnitudinis partibus intermediis ſit actu terminus ullus, ſed quód intelligatur vinculum quoddam commune, quo magnitudo continuatur & partibus cohæret & copulatur, qui eſt Ariſtoteli ut dictum eſt, κοινὸς ὅρος, Euclidi κοινὴ τομή. Ita continuum eſt in Phyſicis 5. lib. cap. 3. quod ſecundum factum eſt unum, quia videlicet communis ille terminus, qui actu nullus terminus eſt, quamvis potentia ſit in qualibet continui parte, tactu percipi nõ poteſt, & ſic 13 cap. 4. phyſ. συνέχεια continuitas dicitur ἕνωσις tanquam unicas, unitio, quod repetitur 1 ca. 6 phyſ. Atque partes continui quæ dicuntur potentia ſunt intelligendæ, ut termini communes item potentia ſimul intelligendi ſint.

14 *Figura eſt quod ab aliquo vel ab aliquibus terminis comprehenditur.* Hæc definitio non ſatis explicat quidnam ſit quod termino aut terminis comprehenditur, poſſet enim aliquis lineam duobus punctis terminatam ſuſpicari: cum tamen lineam tantum poſſe ſignari & undique terminari id eſt comprehendi, quod ve-

rum eſſe ex totis elementis inductio poteſt probare de figuris omnibus, deque earum generibus, ubi figura eſt terminatum undiqu[illegible] lineatum & περιέχεσθαι comprehendi euclideum verbum feré uſurpatur pro terminari undiq; & definiri id eſt figurari, & ſimiliter pro eodem uſurpatur περιλαμβάνεσθαι ad 14.18.21.d.11. de ſphæra, cono, cylindro, ut περιοχὴ & περίληψις [illegible] idem quod ὁρισμὸς definitio, totaque terminatio, ut etiam peripheria faciat figur[illegible]m, quomodo & Theoni prius dicta eſt ὁμοιοσχήμων, & Geminus ait apud Proclum 4 d 1 a peripheria figuram fieri, quomodo & Euclides aliquãdo proprie loquitur, ut 12 ax. Duæ rectæ ſpatium οὐ περιέχουσι non comprehẽdunt, id eſt non figurant. Euclides igitur [illegible]guram definit apté rebus geometricis & accommodaté, ut Proclus interpretatur, figuratumque & mater[illegible]ale, quantitatique connexum figuram vocat Euclides. Poſidonius veró Euclidem hic reprehendebat, & in illum ſuperiorem elenchum incidebat, definiendo figuram πέρας συγκλεῖον terminum concludentem: figuram enim a quãtitate ſeparat ait idem Proclus) ſtatuitq; ipſam eſſe cauſſam definitionis, comprehenſionis, terminationis, quia claudens a clauſo & terminans é terminato differat. Denique videtur Poſidonius reſpicere ad terminum extrinſecus circumpoſitum, Euclides ad totum ſubjectum. proindeq; Euclides dicer circulum ſecundum totum planum, totamq; exteriorem comprehenſionem figuram eſſe: Poſidonius iuxta peripheriam tantum, cogitans figuræ rationem definire, quæ quantitatem terminat & concludit. Itaque in definitione anguli & figuræ Euclides & Poſidonius contrarios elenchos fecerunt, & tamen angulus & figura aliud eſt, aliud ang[illegible]latum & figuratum, ſed geometricus uſus ſequendus eſt, qui angulum figuramq; accepit pro magnitudine angulata figurataque. Itaque geometras hactenus ſequemur, quatenus geometriæ commodis inſervient.

15 *Circulus eſt figura plana ab una linea comprehenſa, quæ peripheria vocatur, ad quam ab uno ſigno in figura poſito, omnes cadentes rectæ æquales inter ſe ſunt.* Circulus primum eſt figura plana: quomodo inquies? nec enim ex æquo intra ſuas lineas ſita: at ſi peripheriæ multas partes feceris, ab una ad aliam ſuperficies æquabitur ſpatio intra eas comprehenſo: eſt itaque plana. Hoc in definitione primum & generale eſt, & commune cúm triangulo, quadrangulo, multangulo. Additur igitur differentia, quod circulus ab una linea comprehendatur & concludatur: quo dividitur circulus á rectilineis: at id etiam ovatæ figuræ commune. Linea veró quæ ſola circulum terminat, peripheria vocatur: Hęc parentheſis non habetur in litera Procli, habetur in litera Theonis: ad quam ab uno ſi[illegible]no in figura poſito omnes cadentes rectæ æquales ſunt inter ſe. Hic circulus di[illegible]tur ab ovato: hæ lineæ ἀκτῖνες Platoni, Ciceroni radii ſunt. Radios autem [illegible]qual[illegible]s efficit ductus & motus e[illegible]uſdem lineæ duo[illegible] circini ped[illegible]bus comprehenſæ: æqualitaſque radi[illegible]rum in rotundo inde eſt, quod omnes [illegible]elut effigies ſunt eidem effectri[illegible] lin[illegible]æ æqual[illegible]s: Ariſtoteli in mechanicis perpetu[illegible]o [illegible]icitur radius ἡ γράφουσα τὸν κύκλον at Euclidi dicitur quæ ex ce[illegible]. ſphæræ vero com[illegible]e etiam eſt quod paribus a me[illegible] radiis extremũ a[illegible], ſed id fortaſſe accipit a circulo: circuli enim innumerab[illegible]es in ſphæra, ut innume-

t b—

rabilia puncta in linea potentia ſunt: vel potius dicamus circulum dividi á ſphæra, ſuperficie plana: ut circulus ſit planum rotundum, ſphæra ſolidum rotundũ. Quod ſi peripheria anté definita eſſet, ut decuit, circulus etiam definiri potuiſſet planum peripheria comprehenſum, ut triangulum á tribus, quadrangulum á quatuor rectis comprehenſum, ſic enim figurę a terminis definiuntur.

16 *Centrum veró circuli, ſignum vocatur.* Centrum circuli definit hic Euclides, qui potius generaliter definire debuerat centrũ figuræ, ut καθ' ὅλου πρῶτον ſervaret.

17 *Dimetiens autem circuli eſt recta quædam per centrum acta & terminata in utramque partem á peripheria circuli, quæ etiam circulum biſariam ſecat.* Diametros Latinis uſurpatum etiam vocabulum, quo Columella utitur. Plinio dimetiens eſt. Significat autem Euclides dimetientem circuli propriam non eſſe, cum ait nõ ſimpliciter dimetiens, ſed dimetiens circuli, ſicuti paulo ante centrũ circuli dixit, non abſoluté centrum. Eſt enim dimetiens parallelogrammi, ut patebit primo libro, ſed proprie διαγώνιος, ab angulo nempe ad angulum producta, ut Vitruvius ait, & ſic Euclides proprié loquitur 28 p 11. Item dimetiens eſt ſphæræ, ſed proprie in ſphæra dicitur axis. Sed tamen ut circulus in ſuperficie ſphærica & varia, ſic dimetiens eſſe poteſt ſphærica & varia, & hic καθ' ὅλου πρῶτον exigeretur. Genus igitur dimetientis circularis eſt recta: differentia, per centrum agi & utrinque peripheria terminari: unde ſequitur circulum ab ea ſecari biſariam, id eſt in duas partes æquales. Sic enim δίχα eſt Euclidi, ut in ſectione anguli, lineæ, numeri paris: διχοτομίας autem hujus, id eſt ſectionis in duas partes æquales cauſſa eſt ipſa lineæ per centrũ rectitudo. Thales (ait Proclus) demonſtravit hanc dichotomiam: Nam ſi ſectiones circuli per dimetientem ſectę, æquales non eſſent, altera major eſſet, altera minor, & cum utraque per centrum agatur, accideret a centro radios majoris ſectionis majores, minoris minores, ęquales tamen eſſe: hæc Thaleris fuit demonſtratio, ſed Euclidi ridicula, quæ definitionem, id eſt principium conetur demonſtrare, & per impoſſibile demonſtrare: quales tamen demonſtrationes in Theone multę ſunt non multo meliores. Quæſtionem hic etiam movet Proclus, ab Ariſtotelis interpretibus poſtea agitatam. Si dimetiens ſecet biſariam circulum & dimetientes infinitæ ſint, eveniet utique duplicia infinitorum infinita eſſe: at magnitudo infinité quidem ſecari poteſt, actu tamen infinitas partes non habet, nec ideo infinita erunt, multoque minus infinitorum duplicia.

18 *Semicirculus eſt figura comprehenſa á diametro, & per diametrum intercepta circuli peripheria.* Circulus eſt figura monadica ex uno termino (ait Proclus) tum δυοειδὴς, biformis ſequitur, é dupli nempe termino recta dimetiente, & perimetro circuli per dimetientem abſciſſæ: duæ ſiquidem rectæ, ut poſt erit, locum non concludunt. Sed iſta proles biformis miſta eſt, non ſimplex. Itaque ſimplicium terminorum figuras prę cedere non debuit. Sed tamen circulus ſecatur æqualiter vel inæqualiter: ἡ διχοτομία facit ſemicirculos duos, inæqualitas majorem faciet & minorem ſectionem.

19 *Segmentum circuli eſt, quod comprehenditur á recta & circuli peripheria.* Hæc

TT 3

definitio non eſt in litera Procli, nec omnino á Proclo explicatur: Iteratur autem prorſus eadem initio tertii libri. Neque veró ante tertium librum uſus eſt ullus ſemicirculi vel ſectionis cujuſquam circularis, majoris aut minoris. Imó in bene & methodicé conſtituta Geometria nullus eſſet uſus circuli in tota rectilineorū doctrina: quia tota rectarum linearum, planarumque & rectilinearum ſuperficierum doctrina prior eſt, & circuli propter radios tantum facta mentio eſt, non quod ipſa circuli natura quidquam momenti afferret ad doctrinam rectilineorū, ſed id poſtea. Proclus in proxima definitione videtur dicere ſectiones circuli hic interpoſitas eſſe, ut gradatio quædam ſervaretur, ut dixi, quia circulus eſt unius termini, ſectio duorum, trilatera figura trium. Atque ut in numeris binarius eſt medius inter unitatem & ternarium, quia unitas ſui ſecum additione plus efficit, quam multiplicatione: ternarius contrá plus efficit multiplicatione quam additione: binarius autē efficit idem additione & multiplicatione: ſic ſemicirculus medius eſt inter circulū unius termini, & triangulum trium terminorum, cum ipſe ſit duorum, rectæ & peripheriæ. At tota hæc collatio ridicula eſt, nec redditio convenit: diſſimilitudoq; potius eſt, quam ſimilitudo. Sed Proclus ad hunc locum pro iſta definitione aliam habet: hanc nempe: Centrum autem ſemicirculi idem eſt, quod etiam circuli, quæ tamen definitio quem uſum habitura ſit in tota geometria conſiderato.

20 *Rectilineæ figuræ ſunt, quæ comprehenduntur á rectis lineis.*

21 *Trilateræ quidem, quæ á tribus.*

22 *Quadrilateræ autem, quæ á quatuor.*

23 *Multilateræ veró, quæ á pluribus quàm quatuor.* Atque hic in prima defi[...]one tautologia eſt quædam ex 8 *d* anguli plani rectilinei. Eadem enim utrob[...]; definitio eſt a rectis comprehendi. figura dividitur é laterum & angulorum diffe[...]tia: & prius é laterum differentia, & rectè. Latera enim ſunt efficientes cauſſæ angulorum, de quibus conſectaria fieri poſſunt e lateribus, ut tri laterum eſt, qua[...]laterum, multilaterum: Ergo triangulum, quadrangulum, multangulum. Sed tamen totū hoc genus differentiarū commune eſt omniū figurarum ſolidarū ſphæricarū, variarū. Nam quod latus hic dicitur, poſtea erit in ſolidis facies, unde tetrahedrum, pentahedrum, hexahedrum, polyhedrum. Sphærica autem varia triangula, quadrangula, multangula etiā tractantur á mathematicis, totaq; hæc doctrina valde ſit ad lancē καθ' ὅλου πρῶτον & vehementer examinanda. Multilatera veró rectilineam ſequi debuit, ut circulus, qui ſit ipſe multilatera quædam figura, omniū quippe multilaterarum ultima. Itaque Platoni & Plutarcho πολυγωνία dicitur, Ariſtoteli ὀλιγωνία, ut antea patuit.

24 *E trilateris autem figuris æquilaterum triangulum eſt, quod tria latera habet æqualia:*

25 *Aequicrurum, quod duo tantùm æqualia habet latera:*

26 *Varium, quod habet tria inæqualia.*

Hęc trilateræ figuræ diviſio ex æqualitate & inęqualitate laterum eſt, ubi σκαληνὸν Euclides ſpecialiter accipit, quod Apollonius nona definitione primi conicorum oppoſuit recto, conus enim eſt illi rectus vel σκαληνὸς, id eſt obliquus. Hanc veró triangul[...]

trianguli differentiam in ratione laterum nullam in arte ſeparatam fecimus: ſenſu cõmuni verborum contenti fuimus: ut Euclides ipſe contentus fuit in cæteris figuris: nec enim æquilaterum quadrilaterum aut multilaterum definit, & re ipſa nomine æquicruri etiam æquilaterum comprehendit, ut 5 & 6 p 1: neque Euclides triangulum æquiangulum, aut triangula æquiangula definivit. Proxima differentia ex anguli uſu potior eſt, & a nobis eſt retenta.

27 *Tum veró é trilateris figuris rectangulum triangulum eſt, quod unum rectum habet angulum.*

28 *Obtuſangulum quod unum habet obtuſum angulum.*

29 *Acutangulum quod tres habet acutos angulos.* Unicus rectus angulus in triangulo eſſe poteſt: unicus item obtuſus, quoniam etiam recto eſt major: at ex uno acuto non appellatur acutangulum. Sic enim quodvis triangulum eſſet acutangulum. Sunt enim duo minimum acuti in omni triangulo, ſed acutangulum eſt triangulum ex omnibus angulis acutis. fit autem iſta duplex trilaterorum diviſio, quia non omne triangulum eſt etiam trilaterum (ait Proclus.) Sunt enim quædam triangula etiam quadrilatera, quæ ἀκιδοειδῆ cuſpidata dicuntur a mathematicis, a Zenodoro κοιλογώνια cavangula, ut ſi intra trilaterum, aliud trilaterum erigatur, ut in geometria 6 e 6: quinetiam unumquodque trianguli latus extrorſum inflecti poteſt, & triangulum erit ſex laterum, quæ figura eſt trifolii. Itaque trilaterum non ſatis proprie triangulum appellatur, nec nomen rei nominatæ omnino convenit: teneatur tamen, quoniam uſitatum eſt, ſed iſta ratione definitum, ut triangulũ ſit idem, quod figura trilatera: Utrum dici poteſt triangulo tres angulos duntaxat effici? figuris autem cuſpidatis & cavangulis plures tribus effici, propterea que triangula non eſſe, nec interesse, utrũ intus anguli an foris, modó fiant ab iiſdem lateribus? an figuræ definitio interiores duntaxat & figura ipſa comprehenſos admittet? utrumque enim diſputari poteſt: Sed definitio figuræ tamen ſequenda. Poſidonius hunc ſeptem ſpecies triangulorum faciebat, æquilaterum acutangulum, æquicrurum autem & varium tripliciter partiebatur in rectangulũ, obtuſangulum, acutangulum. At totum hoc artificiolũ ineptum eſt, cum ipſa é laterum æqualitate differentia arte indigna ſit.

30 *Quadrilaterarũ autem figurarum quadratum quidem eſt, quod & æquilaterum & rectangulum.*

31 *Oblongum autem quod eſt rectangulum quidem non autem æquilaterum.*

32 *Rhombus veró quod æquilaterum quidem, non autem rectangulum.*

33 *Rhomboides autem quod oppoſitis lateribus & angulis æquale, neque æquilaterum eſt neque rectangulum.*

34 *Præter hæc autem quadrilatera trapezia vocentur.* Τετράγωνον quadrangulum eſt, commune quippe nomen omnibus quadrilateris: Græca veró hic ſynecdoche generalis nominis pro ſpeciali, idque propter excellentiam figuræ & perfectionem, qua etiam proverbio quadratus vir bonus dicitur, & ſic quadrati boves Columellę toroſi & membris apti. At Latini diſtinctius eam ſpeciem quadratum vocant. Poteſt enim quadrangulum eſſe quinquelaterum, uno quippe latere introrſum rejecto, & multó major numerus laterum eſſe poteſt numero angulorũ

(ut de trilateris dictum eſt.) Quare latinum verbum græco certius eſt. Verumta-
men in iſta partitione Poſidonius Euclide logicus valentior videri voluit. duas e-
nim præcedentes partitiones Euclides hîc omiſit, ut antea in anguli plani defini-
tione omiſerat. Nā quadrilaterū eſt parallelogrammū aut non parallelogrammū.
Parallelogrammum aut rectangulum & æquilaterum, ut quadratum, aut horum
neutrum, ut rhomboides, aut rectangulum quidem, ſed non æquilaterum, ut ob-
longum, aut æquilaterum non rectangulum, ut rhombus. Non parallelogrammū
autem, aut duobus lateribus eſt parallelum, ut trapezium, aut nullis, ut trapezoi-
des, tum denique trapezii parallela latera æqualibus lateribus conjunguntur, aut
inæqualibus. Illud trapezium, æquicrurum, hoc trapezium varium, trapezoides. I-
ta videlicet Poſidonius æquavit partitionem quadrilaterorum partitioni triangu-
lorum. atque hanc in triangulis & quadrilateris diviſionem Proclus perfectam pu-
tat. Defendit tamen hic Euclidem, quód nullam mentionem fecerit adhuc de pa-
rallelis & parallelogrammis, ſic errorem Proclus excuſat errore. At ſi methodum
legitimam ſpectaſſet Euclides, omnes linearum proprietates ante declaraſſet, quā
præcepiſſet de ſuperficie ulla, & modó prius genus ipſum parallelogrammi definiſ-
ſet quam ſpecies ejus, & magnus poſtea elenchus erit é prætermiſſa parallelogram-
mi definitione facere 33 & 34 p 1, ut tum differetur amplius. Atqui neque Poſido-
nius perfecté diviſit ut Proclus putat. Debuit enim quadrilaterum partiri in paral-
lelogrammum & trapezium: illud in rectangulum & obliquangulum: rectangulū
in quadratū & oblongum: obliquangulū in rhombū & romboides. Quare Poſi-
donius quidem ſuperat Euclidem partiendi diligentia, ſed emendari ipſe poteſt.

35 *Parallelæ rectæ ſunt, quæ in eodem plano ſitæ, & in infinitum utrinque productæ,
neutró inter ſe coincidunt.* Duo vero hic neceſſaria ſunt, primum ut tales rectæ ſint
in eodem plano. Nam ſi altera ſit in ſubjecto plano, altera in ſublimi, accidet ut nō
coincidant, nec tamen erunt parallelæ. ſecundum eſt, ut neutram in partem poſ-
ſint coincidere. Definitio iſta apud veteres jam ætate Ariſtotelis reprehenſa fuit,
retenta tamen in elementis non magno judicio, & á tribus mathematicis oppu-
gnata Ariſtotele, Poſidonio, Gemino. Ariſtoteles primum reprehendit quód rem
generalem ſpecialiter definit. Non coincidere enim commune eſt linearum recta-
rum, & peripheriarum. Deinde definit ex adjuncta qualitate, quæ demonſtrari
poſſit. Hoc utrumque vitium notavit Ariſtoteles quinto capite primi poſteriorū,
quando de univerſali præcipit, quod ſit partibus æquale & reciprocum. Itaque ſi
generale ſpecialiter, aut ſpeciale generaliter doceatur, non docetur καθολικῶς, ſed
σοφιστικῶς, ut ſi quis (ait) demonſtraverit quod rectæ non concurrant: videatur hu-
jus eſſe demonſtratio, quia in omnibus ſit rectis, non eſt autem. Si quidem non
quod ſic æquales ſint id fit, ſed quatenus quomodolibet æquales. Hæc Ariſtoteles,
quibus oſtendit non concurrere commune eſſe omnium linearum quomodoli-
bet æquidiſtantium: deinde demonſtrabilem eſſe hanc non concurſus affectionē:
æquidiſtantia enim cauſſa eſt, non concurſus. Itaque hæc duo prima ſunt in iſta de-
finitione: deinde rectas parallelas definire debuerat Euclides ex cauſſa, nēpe quód
æqualiter ubique diſtarent: hæc enim cauſſa facit parallelas, & ſic Poſidonius in

Eucli-

Euclidis definitionem inquirens definit, quę in eodem plano æqualia habent perpendicula a punctis alterius ad reliquã. Sic igitur & Poſidonius emendaverat Euclidem ex Ariſtotelis argumento: Geminus autem alterum Ariſtotelis argumentũ arripit,& objicit utramque definitionis Euclideæ partem peripheriis concentricis convenire,quia ſunt in eodem plano,& nunquam concurrunt. Huic argumento reſiſtere Proclus videtur,quia infinita productio requiritur,ut parallelæ ſint quod peripheriis repugnat,quæ perfectæ ſint,nec augeri queant. Sed hæc jejuna ſolutio eſt,cum iſtud infinitum in mathematicis intelligatur nõ actu infinitum, ſed quantumlibet longum. Neq; enim mathematici (ut ait Ariſtoteles 3 phyſ.c. 7) infinito indigent, neque utuntur,ſed ſolúm eſſe definitum, quantum volunt. Quare ſolutio Procli non efficit, ut paralleli etiam circuli iſta definitione non ſint, qui revera ſunt & appellantur,in ſphæra præſertim. Deinde objicit idem Geminus utrumq; illud & in eodem plano eſſe,& nunquam concurrere,non rectis ſolúm & peripheriis,ſed helicibus circa rectas poſitis convenire,denique hyperbolem ad rectam,& conchoidem ad rectam,licet intervallum ſemper minuatur,tamen nunquam concurrere,quod in Geometria ἀσύμπτωτον theorema eſt, inclinationẽ linearum eſſe quæ coire nũquam poſſint,neq; huic ſecundæ reſponſioni à Proclo quidquam reſponſum eſt. Quamobrem videmus unam definitionẽ a tribus authorib. Ariſtotele,Poſidonio,Gemino variis nominibus accuſari:definit ſpecialiter quod generale eſt,definit argumento non eſſentiali,definit denique argumento linearum rectarũ,rotundarum,miſtarũ. Atque hæc adhuc de primo principiorũ genere in definitionibus, quæ Proclo ac Procli logicæ ſimilibus ſingulari methodo videntur eſſe collocatæ,quia propoſitiones per eas ſunt poſtea demonſtrandæ. Equidem valde probo & laudo,ut principia omninoque natura priora præcedant. At in iſto definitionũ cumulo ad ſequentes propoſitiones comparato, quomodo natura priora præcedunt? linea recta,rotunda,miſta, earumq; genera, ſpecies, proprietateſq, natura præcedunt ſuperficiem. Itaque illa omnia antè definienda fuerunt, quàm de ſuperficie ageretur,ſimiliſque methodus deinceps in ſuperficiei & corporis doctrina requirebatur,& ſic ab Euclide ipſo paululũ quiddam eſt factum initio ſecundi & tertii libri. Accumulare veró hunc in modum definitiones omnęs initio doctrinæ,perinde eſt ac ſi quis in Pariſienſium tot ædificiis extruendis cenſeret omnium fundamenta ſimul eſſe initio urbis coacervanda, quia principia præcedere debent. At inquam alias alia locis regionibuſque ponenda & diſtinguenda,urbẽq; ingreſſus domos alias perfectas antè vides,quàm aliarum fundamenta tibi poſſint occurrere: fundamenta [illegible] earũ præcedere debuerunt,earum exædificatio antè tota perfici, quàm de fundamentis ſuperficierum cogitaretur. Itaque ſi Euclides tantus logicus fuiſſet, quantus erat mathematicus, interroganti Ptolemæo regi num-qua ad mathematicam philoſophiam via brevior elementis eſſet,nequaquam (opinor) reſpondiſſet ſemitam ad has artes regiam non eſſe. Poteſt enim non tantúm brevior,ſed planior & amplior,regia denique poteſt effici,ſed logicis hic inſtrumentis opus eſt, inſtrumentis cognitu quidem facillimis,uſu veró difficillimis. Itaq; dirigi complanarique via iſta poteſt, ſed ad ejuſmodi directionem & complanationem

diligentia, labore, induſtria majore opus eſſe confitebor, quàm cuiquam fortaſſe credibile videatur.

LIBRI SEXTI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. VII. IN POſtulata & axiomata.

Αἴτημα καὶ ἀξίωμα poſtulatum & dignitas jam dicenda ſunt: Poſtulatum eſt principium explicationis cujuſdam levioris indigens, quo concedi poſtulatur aliquid εὔπορον, εὐπόριστον, εὐμήχανον, πρόχειρον facile, parabile, obvium, promptum: addit etiam Proclus poſtulatum eſſe geometricæ materiæ proprium, denique problemati proximũ. Utrumque enim geometricam materiam tractat, ſed αἴτημα eſt principium, & per ſe manifeſtum, problema eſt propoſitio, quæ alienæ fidei & lucis indiget. Nomine hoc mathematici varié uſi ſunt, ut de problemate & theoremate dictum eſt prius. Archimedes initio æqué ponderantium. Poſtulamus (inquit) æqua pondera, ab æquis longitudinib. æqué ponderare, quod axioma potius eſt, quàm poſtulatũ, totaque iſta axiomatis & poſtulati differentia ſcholaſtica eſt. Quidquid enim per ſe clarum eſt, ſumitur in arte, non demonſtratur. Appellare axioma vel αἴτημα ad artis inſtitutionẽ & uſum nihil attinet: ſed hac de re antea ſatis. Quinque autem poſtulata poſuerat Euclides, & Proclus totidem ediſſerit adhibita ipſa Euclidis litera. Deducuntur autem poſtulata, é definitionibus: primum & ſecundum é definitione rectæ lineæ.

POSTULATA.

Poſtulatum eſto.

1 *Ab omni puncto in omne punctum rectam lineam ducere.*

2 *Et terminatam rectam in continuum & rectum producere.* Hoc utrumq; poſtulatũ eſt ex ea lineæ definitione deductũ, quę lineam facit fluxũ puncti, & quæ rectã facit fluxum æquabilẽ non inflexum minimũ. Infinitum igitur mathematicum in lineis per hæc duo poſtulata declaratur, ut quamlibet longe deſcribantur & producantur. Fabrica veró ducendæ & producendæ lineæ licet mentis, attamen cum in actũ opuſq; ipſum venit, regulam ducem & judicem habet. Hóc geometriæ primũ inſtrumentũ eſt. Atq; iſta regula rectas lineas & efficit & factas dijudicat. Ideoque hæc duo poſtulata poſt lineæ & plani definitionẽ ſtatuenda fuerunt. Illic enim eorũ eſt ordo & locus: imò, ut dixi, origo, & inſtitutio: & tamen utrumq; etiam videtur ad alias lineæ ſpecies referri poſſe, quarũ etiam & ducendarũ & producendarũ inſtrumenta ſua ſunt. Unum veró poſtulatũ é duobus in geometria fecimus, quia producere eſt etiam ducere. Fuit veró, ſicuti Martianus ait, ut arithmeticis, ſic geometris abacus hyalini pulveris reſperſione coloratus, ne in multiplicationib. & partitionibus & podiſmis fallerentur, de quo 5 e 5.

3 *Et omni centro atque intervallo circulum deſcribere.* Tertium hoc poſtulatum ad ſecundam lineæ ſpeciem attinet peripheriam, unde eadem opera circulus exiſtit. Definita eſt utcumque peripheria 15 d 1. Atque illinc etiam hoc poſtulatum deducitur, ut duo prima é rectæ definitione. Inſtrumenentum veró geometricũ peripheriis & circulis faciendis eſt circinus: utque longitudines regula, recti anguli perpẽdiculo & norma, ſic peripheriæ & circuli circino & fiunt & dijudicantur. Ergo ut poſt definitam lineam poſtulata illa ſtatuenda ſunt, quibus poſtulatur, ut liceat á puncto ad punctum rectam ducere, & ductam longius producere: ita poſt peripheriam definitam poſtulatum hoc eſto, quo liceat dato puncto & intervallo peripheriam deſcribere, & peripheriam tamen non ſolúm planam, ſed ſphæricam, ſed fortaſſis etiam variam ducere. Atq; hæc tria poſtulata vera poſtulata ſunt, principia nempe, quibus opus aliquod & cognitu & factu facile poſtulatur: duo reliqua quartũ & quintum poſtulata non eſſe Geminus contra Euclidem diſputaverat, neque Proclus defendit. Quo argumento motus ſive Theon ſive alius elementorum interpres in axiomata tranſtulit, fecitque numero decimum & undecimum, de his itaque tum dicetur. Quæret autem aliquis fortaſſe in his poſtulatis, cum motus ductæ, productæ, circumductæ, lineæ audierit, quomodo mathematicæ res dicantur á motu ſeparatæ & ſejunctæ? cui reſpondendum eſt motus iſtos non phyſicos in materia quippe ſenſili, ſed mathematicos in magnitudine intelligi. Habet enim matheſis ſuam materiam, ſuum motum, ſed phyſicæ materię & phyſici motus diſſimilem. Sed jam nugatoria illa differentia convicta eſt, & notabilius multó illud fuerit cum fabrica lineæ rectæ procreandæ primo & continuãdæ, tũ rotundæ deſcribendæ in principiis habeatur, ut habebitur poſtea fabrica ſphæræ, cylindri, coni, cur nõ etiam fabrica reliquorũ ſchematũ poſtuletur? Valde autẽ in poſtulatis & axiomatis occupatus eſt Proclus, ut differẽtiam doceat poſtulati & axiomatis. At ſi definiret accuraté poſtulatũ & axioma, definitionibus duabus non ſolúm utriuſq; naturam, ſed alterius ab altera differentiam complecteretur. Dicamus igitur quid ſit axioma. Axioma (ait Ariſtoteles) eſt principium per ſe manifeſtũ & clarũ. Itaq; á Philopono αὐτόπιστον per ſe credibile dicitur, quodque παρὰ τεχνίτου καὶ διδασκάλου ab artifice & magiſtro non capiatur. Proclus ait eſſe & ineruditis per ſe clarum & manifeſtum, rei factæ qualitatem declarans: Ideoque appellat αὐτόθεν καταφανὲς, ἐναργὲς, εὐχερὲς τοῖς ἀπαιδεύτοις, per ſe perſpicuum, illuſtre, vel indoctis facile. Deinde axioma eſt contemplationis, denique theoremati proximum: ſed axioma eſt principium, theorema propoſitio: Ergo poſtulatum fabricatur, axioma contemplatur. Poſtulatum factu, axioma cognitu facile eſt. Hæc ſunt á Proclo. Nomina tamen hæc ſæpé confunduntur, & á Stoicis omnis enuntiatio axioma dicitur. Et de tota iſta vanitate dictũ eſt libro tertio. Axiomata porró decẽ Proclus enumerat. Theon duobus illis poſtulatis additis facit duodecim: quorum titulus eſt in Theone αἱ κοιναὶ ἔννοιαι communes notitiæ, quæ definitio quædam eſt axiomatis. Proclus appellat axiomata verbo non periphraſi, ſatiſque indicat é tam longa poſtulati & axiomatis differentia titulum hic fuiſſe Axiomata, ſi tamen titulus fuit, & verbum axiomatis apud Ariſtotelem in logica & philoſophia hac de re id ipſum ſatis indicat.

Ariſtotelem igitur & Proclum hic ſequemur: Porrò è duodecim axiomatis à Theone hic enumeratis primum, ſecundum, tertium, quartum, quintum, ſextum, ſeptimum, nonum Logicæ ſunt. quatuor ſola, octavum, decimum, undecimum, duodecimum Geometriæ relinquuntur.

AXIOMATA.

1 *Quæ eidem ſunt æqualia, & inter ſe ſunt æqualia.*

Axioma eſt catholicum. Nam ſi duorum inter ſe æqualium alterũ ſit alicui æquale, & reliquum eidẽ æquale erit. Hoc axioma omnium axiomatum, ut ordine ſic uſu primum eſt. Itaque Ariſtoteles 3 cap. 4 philoſ. axiomata ejuſmodi συλλογιστικὰς ἀρχὰς principia ſyllogiſtica appellat, & quidem rectè. Eſt enim principium logicũ & argumenti à paribus & æqualibus axioma proprium. Nec Euclides alligavit propriè aut numeris aut magnitudinibus, ſed omnium rerum fecit cõmune, cum iſto modo propoſuit, ut etiam ſeptem deinceps alia propoſuit: Sed axioma hoc primum utilitatis eſt immenſæ. Algebra contemplationes arithmeticas ſingulares habet, at ſumma contemplationum earũ axiomate iſto continetur: Hinc enim eſt æquatio, comparatio nempe in quantitate, qua figurati diverſi & affirmati ſecundũ hypotheſim inter ſe ideo æquantur, quia eidem tertio æquantur: hinc æquationis & genera & ſpecies: hinc frequentiſſimum geometricæ menſionis judiciũ deducitur, ſic enim longitudinum, latitudinũ, altitudinum æqualitas approbatur: non poteſt planus ager agro plano applicari, ut æquales appareant, menſura adhibetur, cui, quia uterque eſt æqualis, idcirco æquales eſſe judicantur. Ergo primum axioma ingentes prorſus commoditates habet, ſed quia noſtris judiciis tam familiare eſt, quàm oculis eſt naturale lumen, iccirco imprudentes miniméque animadvertentes eo utimur: & tamen hæ commoditates non minores erunt cum in logica arte cognitũ huc afferretur, quàm ſi miſceretur in geometria. Sed tamen quamvis logicum axioma tantæ lucis plenum ſit, Apollonius Pergæus vir ſanè in mathematicis excellens aliquid eo clarius etiã tentavit, ut non principium indemonſtrabile, ſed propoſitio demonſtrabilis eſſe videretur, cujus eſſet aliqua cauſſa. Sit enim (ait) *a* æquale ipſi *b*, & *b* æquale ipſi *c*, dico quod etiam *a* ipſi *c* æquale eſt. Cum enim *a* ipſi *b* æquale ſit, eundẽ occupat locũ, quem *b*, & quoniam *b* ipſi *c* æquale eſt; eundem quẽ & ipſum occupat locũ, & *a* igitur eundẽ occupat locũ, quem *c*, æqualia igitur. Sic igitur Apollonius axioma primũ demonſtraſſe ſibi viſus eſt. Veruntamen primũ non ſatis attendit, quo argumento quam quæſtionẽ concluderet. Quæ (ait) eidem tertio ſunt æqualia, inter ſe ſunt æqualia, quia eundẽ locum occupant: Hæc Apollonii cauſſa eſt. At (inquam) iſta cauſſa ſpecialis eſt, & geometrica tantùm: logica enim æqualitatis ratio, loci menſura nulla continetur. Quare axioma, Quæ eidem æqualia, inter ſe æqualia, multò altius eſt geometrico axiomate, Quæ eundẽ locum occupant, ſunt æqualia, nec ideo ſpeciale principiũ, generalis principii cauſſa eſt, unde ſequitur ab Apollonio poſtulari quod erat in principio, ut Ariſtoteles loquitur, non autem demonſtrari. Quod ſi Apollonius diſſeruiſſet in arte geometrica logicum principium quodlibet eſſe ἀναμφισβήτητον, ideoque pro illo communi,

Quæ eidem æqualia, Geometriæ proprium aſſumendum, Quæ eundem occupant locum, inter ſe æqualia eſſe: Geometram libenter audirem de regendis artis ſuæ finibus logicé & accuraté philoſophantem: eundem enim locum occupare καὶ ἐφαρμόζειν ἐπ' ἄλληλα & cõvenire inter ſe, quod Euclides in geometricis principiis ſtatuit, idem aut vicinum admodum videatur eſſe: & ſic Euclides de gravi levíq; ait æqualia eſſe magnitudine, quæ replent eundem locum, ut conſtat é 1.2.3.d. libelli illius. Si (inquam) id Apollonius diſſeruiſſet, valde probarem & laudarem. At dubitãtem & principium logicum & generale principio geometrico & ſpeciali concludentem neque laudare neque probare poſſum. Sed elenchus ille petiti principii elenchus eſt Euclidis quinto de rationibus, ſexto de rectilineis ſimilibus, ut tum dicetur, ne quis errorem Apollonii proprium hic exiſtimet: ut autem axioma illud eſt certiſſimum, ſic ei vicinum ſophiſma valde inſidioſum eſt, Quæ eidem inæqualia ſunt, inter ſe inæqualia. Nam 2 & 2 ſunt inæquales 3, & tamen non ſunt inæquales inter ſe. Sed ad cætera axiomata venio: quorum prima quatuor miſtum quippiam habent é poſtulato & axiomate, faciunt enim quippiam & machinantur addendo ſubducendoque, tum facti æqualitatem contemplantur:

2 *Et ſi æqualia æqualibus addantur, tota ſunt æqualia.*
3 *Et ſi ab æqualibus æqualia ſubducantur, & reliqua ſunt æqualia.*
4 *Et ſi inæqualibus æqualia addantur tota ſunt inæqualia.*
5 *Et ſi ab inæqualibus æqualia ſubducantur, reliqua ſunt inæqualia.*
6 *Et quæ ejuſdem duplicia, æqualia inter ſe ſunt.*
7 *Et quæ ejuſdem dimidia, æqualia inter ſe ſunt.*

Hæc axiomata videntur eſſe propria arithmeticæ propter voces additionis & ſubductionis. At non numerorum additio & ſubductio eſſe poteſt, ut æqualia addantur & ſubducantur æqualibus non numero, ſed pondere, facultate, aut aliquo quodam genere. Duo autem prima in æquationum algebrearum reductionibus uſum perpetuum habent. Cum aliquis numerus figuratus negatus eſt, additur æqualibus partibus, & toti ſunt æquales, cum figuratus idem bis ponitur, tollitur utrinque, & reliqui ſunt æquales. Sextum autem & ſeptimum non ſunt axiomata generalia & catholica. Potes enim dicere. Quæ ejuſdem æqualiter multiplicia, ſuperparticularia, vel ſubmultiplicia, ſubſuperparticularia vel omnino: Quæ ſunt eidem æqualiter inæqualia, ſunt inter ſe æqualia: imó ſextum conſectarium eſt ſecundi, ſeptimum tertii. Nam ſi dimidii æqualibus æqualia dimidium nempe huic & illi addantur, tota erunt æqualia: Item ſi dupli æqualibus æqualia, dimidium nempe & huic & illi, ſubducantur, reliqua dimidia erunt æqualia: & conſectaria ſunt é 15 & 9 p 5. Nam partes æquemultiplicibus ſunt proportionales, & ad idẽ proportionales ſunt æquales. Talia axiomata non dico mathematica non eſſe, ſed omnino cum ſint axiomatum conſectaria, axiomata eſſe nego, in quibus Euclides Apollonii ſe longe diſſimilem præſtitit. Apollonius enim é principiis indẽmonſtrabilibus propoſitiones demonſtrabiles effecit. At Euclides contra é demonſtrabilibus propoſitionibus facit indemonſtrabilia principia. Atque illis arithmeticis axiomatis ſecundo tertioque Pappus adjungit alia, ut.

Si æqualibus inæqualia addantur, totorum exceſſus æqualis eſt exceſſui additorum: & contra.

Si inæqualibus addãtur æqualia, totorum exceſſus exceſſui à principio poſitorum æqualis eſt. Hæc axiomata Procli tempore in elementis habebantur, à quibuſdam tamen rejiciebantur, ideo quia poſſent é ſecundo & tertio deduci.

8 *Et quæ conveniunt inter ſe, æqualia ſunt inter ſe.* jam tandem Euclides geometræ perſonam ſuſcipit. Hoc enim veré geometricum axioma eſt, & in geometria ideo diligentius expoſitum.

9 *Et totum majus eſt ſua parte.* Axioma eſt item logicum in diſtributionis loco proprium, nec ideo geometricum putandum eſt, quia geometres eo utatur: Utitur enim tota logica, nec ideo logicam ſubjeceris Geometriæ. Axioma tamen non videtur catholicũ, nec enim quod parte aliqua majus eſt, id protinus eſt totum. Duo ſequentia axiomata Proclus numerat in poſtulatis: Theon in axiomatis conſtituit. At ſi recté definitum ſit poſtulatum quod fabricatur, axioma quod contemplatur, axiomata utique potius quam poſtulata fuerint.

10 *Et omnes recti anguli æquales inter ſe ſunt.* Euclides, ut dixi, poſtulatum fecerat, & quartum poſtulatum vocatur 2 4 p 1 datorum. Geminus pervicit ne poſtulatum crederetur, quia nihil faciendum machinandumve præciperet. Conſectarium igitur eſt é perpendiculi vel potius é recti anguli definitione deductum. Nam ſi recto angulo rectus aliquis inæqualis eſſet, latera non eſſent recta, ſed alterum alterutro inclinaret, omninoq; ſi rectus recto inæqualis eſſet, eſſet utique obtuſus aut acutus. Pappus in iſto axiomate accuratior eſt, docet axioma catholicũ & reciprocum non eſſe, nec omnino converti, omnis rectus (ait) eſt æqualis recto, ergo omnis æqualis recto rectus eſt. Omnis enim (ut putat) rectus eſt rectilineus, at rectilineo poteſt æquari non rectilineus, nec ideo quamvis æqualis recto rectus, de quo in geometria 6 e 3. Hæc Pappi demonſtratio eſt, unde percipis non ſolum æqualitatem & rectitudinem anguli non idem eſſe, nec neceſſarió reciprocari, ſed etiam heterogeneas magnitudines rationales eſſe, ut hic rectilineum angulum cum curvilineo, quo refellantur ii qui *τετραγωνισμὸν* impoſſibilem ideo cēſent eſſe, quia homogeneorum tantum ſit ratió. Sed præterea notabile eſt angulum rectum non quemlibet recto cuilibet æqualem eſſe. Nam rectus rectilineus major eſt recto rotundilineo, neque axioma hoc verum fuerit, niſi de homogeneis intelligatur.

11 *Si in duas rectas recta incidens interiores eadem parte angulos duobus rectis minores faciat, productæ in infinitum duæ ipſæ rectæ coincident inter ſe, qua parte ſunt duobus rectis minores anguli.* Euclides in hoc elemento graviter urgetur á Ptolemæo & Gemino: Ptolemæus aiebat hic principium indemonſtrabile nullum eſſe, ſed theorema valde demonſtrabile, quodq; multa dubitatione refertum ſit. Nec enim anguli ad eandem partem interiores duobus rectis minores non parallelas concurrentes efficiũt, ſed contra nõ parallelæ & cõcurrentes tales angulos faciunt: imó veró illi minores anguli poſſunt eſſe, ubi concurſus neceſſario non fuerit. Nam lineas quaſdam infinité quidem ſemper inclinatas, neque tamen unquam concurrentes, etſi incredibile & admirabile videatur, eſt tamen verum & neceſſarium, ut ante patuit.

Itaque

Itaque Euclidis theorema multorum antecedentium ſubſidio indigeat, de quibus Ptolemæus in quodam libro diſſeruit, quem poſtea Proclus citat ad 29 p 1. Geminus eodem tendit, aitque ridiculum eſſe eas ſententias velut indemonſtrabiles facere, quarum converſæ ſunt demonſtrabiles. Hujus autem ſententiæ. Si duæ rectæ recta connexæ faciant angulos interiores duobus rectis minores, concurrent, converſam: Si duæ rectæ concurrant, connexæ recta facient angulos interiores minores duobus rectis, eſſe demonſtrabilem, imo ab Euclide ipſo 17 p 1 demonſtratam. Quamobrem Proclus pro Ptolemæo & Gemino adverſus Euclidem pronuntiat hic axioma nullum eſſe, ſed theorema valde demonſtrabile. Argumentatio tamen Ptolemęi ſuſtineri poſſit, ſi intelligamus rectas in eodem plano: quia productæ cōcurrent: Gemini logica preſſior eſt: ut vel axioma iſtud ex axiomatis ſit tollendum, vel 17 p 1 é numero propoſitionum eximenda: at antecedentem & converſam propoſitionem malim conſtituere in principiis, quia veritas protinus é perpendiculo, regula quippe parallelismi poſſit intelligi. Et Euclidis elenchus hinc natus eſt, quod Poſidonii Geometria illa in parallelis omiſſa eſt. Nam ſi docuiſſet Euclides parallelas communibus perpendiculis dividi, é contrario contrarium utique jam perciperetur, quia duæ rectæ recta connexæ communibus perpendiculis non dividerētur, parallelas non eſſe. Itaque axioma iſtud undecimum eſt conſectarium é definitione parallelarum, ut nos in geometria fecimus.

12 *Et duæ rectæ aream non comprehendunt.* Conſectarium eſt é rectilinearum figurarum prima ſpecie trilatera: ut patet 6 e 6: utitur autem Euclides hoc theoremate ad 4 p 1.

SEPTIMI LIBRI FINIS.

PETRI RAMI MATHEMATICARUM SCHOLARUM

LIB. VIII. IN PRIMAM PRIMI elementorum partem de lineis & triangulorum ratione.

VERUNTAMEN de principiis hactenus, quæ pleriqué labefactare conati ſunt, Epicurei præſertim, qui totam mathematicā vel ignorabant vel aſpernabantur. Epicurus ipſe Polyænum (eum voluptatis illecebris pellexiſſet) quamvis magnum mathematicum, attamen Geometriam dedocuit, eiq; falſam eſſe perſuaſit (ait Cicero.) Deinde ex Epicureis Zeno Sidonius diſputavit etiam é principiis propoſitiones nequaquam demonſtrari. Zeno (inquam) Epicureorum acutiſſimus, ideoque & eorum princeps & coryphæus appellatus: hic cæteros philoſophos figebat maledictis, Socratem ſcurram Atticum, Chryſippum nunquam niſi Cyſippam vocabat, ab hoc Cicero Epicuream philoſophiam didicit, ut eſt 5 Tuſc. & primo de natura deorum. Hic igitur philoſophus, Geometras præcipue exercuit, ſed

ejus argumentis à Poſidonio reſponſum eſt, ut ſuis locis intelligetur. De principiis igitur hactenus, propoſitiones ſequuntur. Propoſitio eſt Euclidi dubia & incerta ſententia, quæ aliunde fidem ſuæ veritatis & approbationem requirit. In omni autem propoſitione Proclus quinque ait eſſe, præter ipſam propoſitionem ἔκθεσιν, διορισμὸν καὶ κατασκευήν, ἀπόδειξιν, συμπέρασμα, expoſitionem, definitionem, cōſtructionem, demonſtrationem, complexionem, de quibus tertio libro ante dictum eſt. Propoſitiones autem ad verbum hic fruſtra non repetam, niſi quoad erit neceſſarium. Licebit eas in Euclidis vel in noſtra geometria legere, uti propoſitæ ſunt.

1 *Super datam rectam finitam triangulum æquilaterum conſtituere.* Proclus hic putat ex cauſſis demonſtrationem: quomodo inquam? Duæ enim rectæ datam æquantes & connectentes ipſæ ſibi conterminæ quærebantur, & inventæ ſunt peripheriarum auxilio, in quibus radii comprehenſi illæ ipſæ rectæ ſunt quæ quærebātur, & peripheriarum concurſus eſt concurſus ipſorum. Itaque cauſſa eſt hic quædam, ſed generalis & minime propria, neque quæſtio eſt quamobrem? neque proprietas de ſubjecto: ut ἀπόδειξις Ariſtotelea dici poſſit, qualem Proclus videretur hic demonſtrationem facere. Duo autem reliqua latera æqualia multo promptius invenirentur applicatione datæ rectæ, vel regulæ comparatione, per illa ſcilicet principia. Quæ inter ſe conveniunt. Et quæ eidem æqualia, ſed concurſus in abaco non pateret. Tum veró quamobrem Euclides præcipuam figuræ hujus fabricam dedit? Duarum enim figurarum planarum totis elementis fabricæ demonſtrantur, trianguli æquilateri, & quadrati: Reliquorum generum tam multorum fabrica ſpecialis ab Euclide nulla demonſtratur: oblōgum, rhombus, rhomboides, trapezium, multilatera, circulus ipſe problema ſuæ fabricæ nullum habent. Quid igitur? utrum æquilateri trianguli proprietas quædam eſt præcipua, ut ei quoque problemate præcipuo eſſet opus (poſtea dicet Proclus ad quadrageſimam ſextam, ex æquilateris fieri mandanas figuras, ſed tum reſpondebitur Proclo). Cauſſa veró videtur Euclidi fuiſſe, quod in pleriſque poſtea propoſitionibus ut 9. 10. 11. ſit opus triangulo æquilatero: ut 16 p 4. Verum quæcunque trianguli æquilateri eſt utilitas, eam ipſam & multo ampliorem 22 p 1 præſtabit. Eſt enim ad iſtam generalis: imo 9. 10. 11. p. 1. abſque ulla trianguli ope expediri poſſunt, ut a nobis in geometria. Itaque in prima propoſitione protinus καθ' ὅλου πρῶτον videmus ab Euclide nihil curari, tantum abeſt ut ullum demōſtrationis Ariſtoteleæ exemplum poſſit hinc aſſumi. Et tamen id tanto mirabilius quod 22 p 1 demonſtretur iiſdem plane principiis quibus hæc oſtenditur. Hæc igitur in Euclidis propoſitionibus protinus hyſterologia deprehēditur. Quinetiam fabrica hæc ἀγεωμετρήτων ſcholaſticorum tantum cauſſa videtur invēta, non ad uſum quenquam geometricum extra ſcholaſticum pulverem. Nam ſi arbores in variis ſylvis diſſipatæ mihi quærendæ ſint unde triangula moles aliqua machinanda ſit, nihil proderit hoc problema. Et diagrammata ipſa in abaco per æquicrurum commodius fiunt, quam per æquilaterum, & ſic 12 p 1 Theon æquicruro potius utitur. Æquicrurum autem ſuper datam conſtituitur ſemel aucto vel minuto circini intervallo, ut varium utrinque variato. Atque hæc de prima propoſitione dicta ſint. Zeno Sidonius etiam poſitis antecedentibus principiis, conclusio-

cluſionem tamen cavillatur: Nam (ait) niſi poſitum ſit duarum rectarum partem nullam communem, rectæ a contactu peripheriarum partem aliquam communem habento, tum triangulum æquilaterum non conſtituetur, cum duo ſingula latera reliquo minora ſint, ut hic vides.



Huic Poſidonius reſpondet, Zenonis principium definitione rectæ lineæ comprehenſum eſſe, quod etiam per impoſſibile docet Proclus. Nam ſequeretur ſemicirculum ſemicirculi partem eſſe, toti deniq; partem æquari: Idem hoc impoſſibile Zeno aliter concludebat, ſed unde rurſus efficeret aliud principium, peripherias nullam cōmunem partem habere, quod in principiis Euclideis adhibitum non eſſet. Cui pauló ſecus Poſidonius reſpondet, quia par impoſſibile ſine Zenonis principio cōcludatur. Addit etiam hic Proclus fabricam æquicruri & varii, triaque problemata pro uno vigeſimæ ſecundæ propoſitionis problemate facit. Atque illa eſt nimirum ſophiſticæ tautologiæ doctrina ab Ariſtotele in analyticis reprehenſa, cum ſpecialia generalibus præponantur, idem ſæpius inutiliter iterari, quod proposito genere ſemel explicari ſatis erat. Quamobrem propoſitio iſta conſectarium ſpeciale nobis eſt é generali.

2 *Ad datum punctum datæ rectæ æqualem ponere.* Hæc propoſitio multiplicem explicationem habet, cujus unicam ſpeciem tantum expoſuit Theon, unde reliquę tamen concipi queant. Quatuor veró modis & exemplis variari poteſt fabrica & conſtructio: aut enim datum punctum eſt in data, aut extra datam: in ipſa aut extremum ejus alterum, aut inter extrema: at ſi extra aut á latere, ita ut ab ipſo ad datæ extremum protracta angulum faciat, aut é directo datæ, ut ſi ipſa producatur in extra oppoſitum ſignum coincidat, omnes tamen illi modi communi & eadem fabrica continentur. Tertium modum ſequutus eſt Euclides (ait Proclus) Theon ſequutus eſt ſecundum, ut apparet é demonſtrationibus, veruntamen qualis eſt iſta demonſtratio? Principia poſuit Euclides. Quæ inter ſe cōveniunt. Quæ eidem æqualia: an igitur his principiis uti non licet? an omnino non licet applicare datæ punctū dato puncto, & æqualem altero puncto facere? An non licet regula datæ æquali æqualem á dato puncto metiri? an geometricorum inſtrumentorum regulæ & circini imbecillitati nihil confidendum? At Euclides in fabrica circulorum quibus hic utitur ad demonſtrationem ſumit per hæc inſtrumenta: per hæc principia, radios ęquales datæ rectæ, radios (inquam) regula ductos & radios ſectos peripheriis ope circini deſcriptis: é lateribus enim infinitis amputat æquales radios. Itaque utitur Euclides illis ipſis principiis, quibus videtur uti noluiſſe. Et quidem quę cauſſa quęque veritas facit radios peripheriæ æquales, eadem faciet ad datum punctum rectam æqualem datæ rectæ. Nam radii ideo ſunt æquales, quia rectæ duobus circini pedibus comprehenſæ ſunt æquales. Itaque radiorum æqualitas non erit antiquior æqualitate rectarum hic propoſitarum. Quare ut poſtulatur á puncto ad punctum rectam ducere, ſic poſtuletur ad datum punctum deſcribere rectam æqualem datæ

rectæ. Regula enim eadem utriuſq; perinde judex & effectrix erit, vel principium. Quæ eidem æqualia, etiam hic valebit. An quia facilis demonſtratio eſt, & è principiis proxime deducta demonſtratio non eſt? Enimverò ut in proxima demonſtratione, ſic in iſta præpoſterũ eſt de rectæ æqualitate per peripherias aut circulos, ut facit Euclides, vel pro Euclide Theon. Sed hic multò eſt alienius, quia duo circuli facti ſunt, ut duæ rectæ æquarent datã, ſicut recta rectæ æqualis à dato pũcto inveniretur, primum peripheriæ duæ, tum rectæ duæ, & duæ productiones laterum, & peripheriæ rurſus duæ adhibentur, id eſt octo lineæ pro una. Quamobrem hæc propoſitio in rectæ lineæ poſtulatis eſto. Regula aut circinus melius ejus opus efficiet. Neq; dixerit nobis iſto loco Proclus exercitationis gratia iſta proponi: Neq; enim artes ſui ſtudioſos in ſophiſticis documentis exercere debent, ſatis materiæ ſupereſt & laboris in geometria, ubi commodius & utilius diſcentis animus exerceri poſſit, hoc ſophiſmate multæ artes ingenuæ nimium diu impeditæ ſunt.

3 *Duabus datis rectis inæqualibus, á majori æqualem minori auferre.* Hic Proclus caſuum & modorum ſuorum multitudinem comminiſcitur. Sex enim modos facit quod datæ inęquales [illegible] guntur extremo, vel diſtant, vel ſecant ſeſe, & quidem partibus æ[illegible] inæqualibus, vel miſtis, vel altera uno extremo ſecat alteram, & quidem major minorem, vel minor majorem, quæ ſubtilitas puerilis eſt, & Ariſtotelis judicio ſophiſtica, quia tot doctrinas pro una faciat: præſertim cũ Proclus ipſe dicat admirabilem Euclidis demonſtrationem, quia omnibus illis cõſtructionibus ſufficiat. Attamen Euclides ut Proclo non ſit in eo comparandus qui ad æqualitatem duarum rectarum accumulet huc é ſecunda propoſitione lineas novem, & duas hic addat, cum una (ut in duabus ante propoſitionibus) geometricæ regulæ linea æqualitatem poſtulatam geometrico principio metiatur. Quamobrem propoſitio illa tertia aggregetur ad ſecundam & poſtuletur, uti põſtulata eſt á nobis utraque. *Datis duabus rectis inæqualibus á majore æqualem minori ſecare.*

4 *Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant alterum alteri, & angulum angulo æqualem habeant ab æqualibus rectis comprehenſum, etiam baſim baſi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquale erit, reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, alter alteri, ſub quos æqualia latera ſubtenduntur.* Quarta propoſitio verboſé proponit quod perſpicué breviterque comprehendi poſſit. Triangula æquiangulo æquicruro æquilatera eſſe: ideoque æquiangula, ut 1 & 2 e 7 comprehendimus: æqualitas autem triangulorum eſt é triangulis æquealtis, ut patet 6 e 7. Hoc igitur theorema comparationem duorum triangulorum continet, in qua datur æqualitas binorum utriuſque laterum, ſic tamen ut non utraque utrique, ſicuti ambiguitas græcorum verborum ſignificare poſſit (Nam ἑκάτερος & uterque & alter dicitur) ſed alterum alteri æquale ſit. Sic enim cuivis trianguli generi comparatio conveniet. Sic (inquam) æqualitas laterum ſingulorum cum ſingulis accipienda, alioqui ſi utriuſque cum utroque æqualitas intelligatur, ſic ut alterius trianguli unum duobus lateribus ſigillatim reliqui ſit æquale, & reliqua ſimiliter iiſdem. Id tantum triangulo æquilatero & æquicruro conveniet, non vario: nec theorema

erit

erit generale: vel ſi unius trianguli utrumque latus ſimul, cum alterius trianguli utroque latere ſimul intelligatur, falſum etiam eveniet. Perimeter enim æqualium laterum æqualis eſſe poteſt perimetro, ut area areæ ſit inæqualis: contraque area æqualis areæ, ut perimetri ęqualitum laterum inter ſe ſint inæquales. Quare intellige latera unius trianguli duo, lateribus alterius duobus alterum alteri æquari. Hæc prima æqualitas datur in binis lateribus. Secundò dantur anguli ab æqualibus illis lateribus comprehenſi æquales inter ſe, quia cum latera æqualia ſint ſuperpoſita convenient. Ex qua duplici æqualitate data demonſtratur triplex æqualitas, prima baſis cum baſi. Secus duæ rectæ aream concluderent contra 12 axio. vel ſine Euclidis impoſſibili duæ baſes æquabuntur, quia duæ rectæ ab eodem puncto ad idem punctum congruunt, ideoque ſunt æquales. Secunda æqualitas eſt angulorum reliquorum binorum unius trianguli, cum reliquis binis angulis alterius trianguli, ſeparatim tamen ſingulorum inter ſe, & quidem ab ęqualibus lateribus comprehenſorum. Tertia æqualitas eſt totius trianguli cum toto triangulo, quam tamen Euclides ὕστερον πρότερον ſecundam fecit, cum cœpiſſet ab æqualitate laterum. Hanc duplicem reliquam æqualitatem & angulorum, & triangulorum, ut demonſtret Euclides ἐφάρμοσιν & convenientiam aſſumit, ſuperpoſitis & applicatis triangulorum lateribus inter ſe. Itaque (ait Proclus) demonſtrationis Euclideæ cauſſa eſt ἐφάρμοσις convenientia, demonſtratioque tota ab ipſo ſtatim principio concluſa, ut Euclidis judicio ἐφάρμοσις fundamentum ſtatuatur infinitorum, quæ deinceps per 4 p 1 demonſtrantur. Itaque Euclidis iſta demonſtratio per convenientiam conſideranda imprimis ideo eſt, quod inde cognoſcimus tres antecedentes propoſitiones eadem convenientia multó verius & perfectius demonſtrari potuiſſe, ſolamq; regulæ cõvenientiam in illis problematis demonſtrandis fuiſſe neceſſariam. Hoc (inquam) demonſtrationis Euclideæ genus tam expeditum tamque facile vehementer amplector. Atque utinam pleriſque locis aliis facilitatis hujus tam ſtudioſus Euclides fuiſſet, minus hodie nóbis laborandum eſſet. Exemplis pluribus ἐφάρμοσιν illuſtravimus 9 e 1. Verum ſi quis accuratius theorema ipſum penitiuſque intueatur, duo poſita antecedentia cauſſam demonſtrationemque continent duorum conſequẽtium: primo baſium æqualitas ex æqualitate anguli cum angulo deducitur. Nam ſi ſtatuiſſet Euclides æquales angulos qui cruribus congruerent, ſicuti ad hanc propoſitionem & imprimis ad octavam poſtea Proclus ſtatuit, & poſtea Vitello uſurpavit, & Euclides ipſe ad 23 p 1 problematicé propoſuit: ſi inquã ſtatuiſſet Euclides æquales angulos eſſe, qui cruribus congruerent, ad illud principium propoſitio quarta aſſumptionem ſyllogiſmi ſuppeditaret. Hic æquales eſſe angulos æqualium laterum qui cruribus eſſent congrui. Itaque baſes æquales eſſe, quia baſes etiam congruerent & unæ eſſent. Ex qua concluſione aſſumitur pro reliquis angulis: at hic æqualium laterum baſes ſunt æquales, ergo ſunt æquales anguli. Enimvero diligentius & accuratius conſiderandum eſt, quod hic admoneo. Eſt enim principium obſcuritatis permagnæ ex uno axiomate æqualium angulorum pręterito, Atque inde elenchus admirabilis eſt ortus (de quo tertio ſcholarum mathematicarum libro admonuimus.) Etenim poſito axiomate illo tanquam

propoſitione ſyllogiſmi theorema Euclidis aſſumptionem & complexionem ſuppeditaret, ac jam poſitis & conceſſis antecedentibus, de conſequente dubitare hominis fuerit logicam ſyllogiſmi doctrinam plané ignorantis, ſingulariaque humani judicii fundamenta ſubvertentis. Ante veró mathemata omnia falſa ſint quám poſitis in ſyllogiſmo propoſitione & aſſumptione complexio non vera ponatur & cõcedatur. Theorema igitur in duabus primis partibus ſine convenientiæ principio ſua ipſius luce clarum & evidens erit, quod multo clarius eſſet & evidentius, ſi eſſet ipſum ſuo loco & ordine poſitum. Triãguli enim ſimplicis doctrina prior eſt quám comparati. De trianguli ſimplicis ratione in ſuis lateribus & angulis propoſitiones ſunt primi 5.6.18.19, & in exterioribus angulis 32 & 16. tum de trianguli æqualitate cum triangulo erit propoſitio 8.7.4.26. Reliqua deinceps doctrina de comparatione triangulorum primo & ſexto libro habetur. Quamobrem Euclidis demõſtratio per convenientiam probanda quidem & laudanda eſt ob eam præcipue cauſſam, quód inde intelligamus per talem convenientiam tria præcedentia problemata demonſtrari multó facilius & verius potuiſſe, quám hyſterologia circulorum utcumque concluſa ſunt, ſed multo tamen vicinior demonſtratio eſt conſequentis é poſitione & conceſſione antecedentis. In utroque enim argumento ratio quidem certa eſt, ſed in convenientia eſt communis, hic eſt affinior, & reciproca, ut apparebit in 8 & 26 p 1. Quamobrem licet hinc jam ſerio γεωμετρεῖν, deq; geometriæ commodiore ſtatu melius ſperare, cum propoſitionum quatuor primarum obſcuritatem nullam videamus. Veruntamen in iſta de triangulis planis geometria id etiam monendum eſt, pleraq; eſſe ſphæricis communia. Hæc enim propoſitio primum tota communis eſt, ut conſtat apud Regiomontanum de triangulis 36 p 3; & probatio per æqualium triangulorum axioma etiam conveniet.

5 *Æquicrurorum triangulorum anguli ad baſim inter ſe ſunt æquales, & productis æqualibus rectis ſub baſim anguli æquales inter ſe ſunt.* Cõtra & propoſitionem & propoſitionis demonſtrationem quæri multa poſſunt. Propoſitionis primus author Thales Mileſius fuiſſe perhibetur, & ei gratiæ propterea ſunt habendæ. Verũ proponit iſta propoſitio de triangulis æquicruris, ut videri poſſit comparatio de pluribus eſſe cum de unico agatur, deinde ſpecialiter proponit, quod cõmune eſt omnis trianguli duo latera æqualia habentis, ſive æquilaterum ſive æquicrurum fuerit. Imó (ait Geminus) trianguli permiſti cõmune id eſt: Demonſtravit enim. Si duæ lineæ rectæ æquales, in lineam ſimilarem, ſeu rectam, ſeu rotũdam, ſeu helycem cylindraceam inciderit, angulos ad baſim æquales eſſe, & ſi anguli ad baſim ſint ęquales, latera quoque eſſe æqualia. Hoc primum eſt in propoſitione. Secundo quærit hic Proclus, quorſum laterum productio cum exterioribus angulis nuſquam poſtea Euclides utatur? Deinde reſpondet idem more Rhetorum Euclidem præponere tanquam præſidium quo eſſet uſurus adverſus calumnias. Proclus talis eſt ad ſeptimam propoſitionem. Verúm dici poteſt additionem propoſitionis quintæ in theſim quartæ incidere, cujus converſa quædam ſit vigeſima ſexta propoſitio. Atque hæ nimirum converſiones ſunt, quibus Proclus dicebat ab Euclide totum cũ parte converti. At prima pars reciprocatur, & ſecunda cõſectariũ eſt primæ.

Atque

Atque hæc de propoſitione, demonſtrationis inquiſitio non minor eſt, quæſtio eſt de æqualitate interiorum angulorum unius trianguli. Euclides probat per exteriores angulos adhibitis é tertia propoſitione lineis decem & é quarta propoſitione triangulis quatuor, quæ hyſterologia manifeſta eſt, cum de unius trianguli proprietate agatur, comparationem triangulorum pro argumento demonſtrationis uſurpare. Pappus id vitium in Euclide de interioribus per exteriores demonſtratis, quodammodo animadvertit, ſimpliciuſque uno triangulo, tanquam ſibi ipſi lateribus oppoſitis ſuperpoſito interiorum angulorum æqualitatem ſine exterioribus angulis demonſtravit. Verúm & Pappus ipſe in hyſterologiam licet minorem, attamen incidit, quia de ſimplici triangulo per comparationem triangulorum agit. Atque hæc de interiorum angulorum demonſtratione. Exteriores iterum demóſtrat Euclides per collationem triangulorum ad theſim quartę propoſitionis: Denique Euclidis in hac propoſitione demonſtratio ad unius ſimplicis trianguli proprietatem declarandum, adhibet comparationem ſex triangulorum, quæ hyſterologia præcedentibus etiam major eſt. Verúm axioma angulorum æqualium cum theſi propoſitionis rem perſpicué demonſtrabit, quia anguli duo habebunt æqualium laterum baſes æquales. Itaque trianguli æquicruri proprietas iſta protinus ex axiomate aſſumetur: idemque de triangulo æquilatero & vario aſſumetur, quod omnes anguli ſunt æquales, quod nulli anguli ſunt æquales.

6 *Si trianguli duo anguli æquales inter ſe ſint, & ſub æquales angulos ſubtenſa latera æqualia inter ſe erunt.* ἀντίστροφον eſt quintæ propoſitionis, ſed multó diſertius expoſitum quám fuit hypotheſis antecedens. Hic enim de triangulo generaliter agitur, non de æquicruro, reſtat tamen & hic Gemini ratio, quod id commune ſit etiam curvilineorum. Quomodo tamen poſſit iſta propoſitio intelligi ut ſit omnino catholica & ex illa antecedente hypotheſi, iſtaque converſa poſſit & debeat una propoſitio fieri ſic. *Si trianguli duo latera ſint æqualia, duo anguli erunt æquales: & ſi duo anguli ſint æquales, duo etiam latera erunt æqualia.* Demonſtratio Euclides habet hic impoſſibile ex quartę theſi, quia ſequeretur triangulum totum ſuæ parti æquale eſſe: imó (inquam) ſequeretur impoſſibile triplex, ut baſes inæquales eſſent æquales, ut anguli inæquales eſſent æquales. Sed hyſterologia eſt eadem ſuperiori de proprietate unius trianguli per collationem multorum triangulorum philoſophari. At impoſſibile multó brevius cogi potuit, ut in noſtra geometria. Atque utraq; propoſitio & quinta & ſexta ſunt communes ſphæricorum, ut conſtat é 40 & 41 p 3 apud Regiomontanum. Sed quærit præterea Proclus, cur Euclides ſecundá partem quintæ propoſitionis non convertit & ipſemet ἀντίστροφον ejus convertit. Si productis lateribus anguli ſub baſim ſint æquales, duo latera quoq; eſſe æqualia, quod per quartam & ſextam demonſtrat, reſpondet id poſtea perſpicuum fore per 13 p 1. at veró ad 13 p 1. additio illa melius eſſet facta, ut tum dicetur á nobis.

7 *Super eandem rectam duabus eiſdem rectis aliæ duæ rectæ æquales altera alteri nõ conſtituentur ad alind atque ad alind punctum, ad eandem partem terminos eoſdem habentes cum primis.* Propoſitio iſta mirificé per negationem propoſita eſt. Propoſitio ſcientiæ propria (ait Ariſtoteles) non ſolum affirmata debet eſſe, ſed affirmatæ ve-

ritatis neceſſariæ,eſſentialis,reciprocæ,deniq; nullam debet habere doctrina propoſitioně niſi catholicam. Nam ex negatione neq; demonſtratio, neq; ſyllogiſmus eſt. Quid ergo? tollendane eſt é geometriæ finibus iſta propoſitio? Proclus negat, quia ſit utilis ad demonſtrationě octavæ, & ad aſtronomiá plurimű proſit: Verű octava per ſolam ἐφαρμογὴν magis geometricé demonſtretur, et ſi qua utilitas ſit negatæ propoſitionis, eadě erit affirmatæ. at ſi affirmetur, incidet in octavá propoſitionem. Sic enim erit: *Si ſuper eandem rectam dxabis rectis due recta contermine & æquales inter ſe eodem verſus ducantur, in idem pűctum convenient.* Quod idem eſt ac ſi diceretur: Si bina duorum ejuſdem baſis triangulorű contermina latera ſeparatim æqualia eodem verſus ducantur, convenient in idem punctű, ideoque æquabuntur anguli angulis & triangulum triangulo. Ponit igitur hæc propoſitio quatuor, primó eandem baſim, ſecundó rectas binas ſigillatim æquales, tertió ad eandě partem, quartó eoſdem terminos æqualiű. Sed hoc quartum ſecundű potius eſſe debuerat, unde concludit non ad aliud atque ad aliud punctű conventuras. Quare ſi res proponatur (ut dixi) non tollo quidem propoſitionis hujus uſum, ſi quis eſt, ſed propoſitionem λογικωτέρως inſtituo, ut uſus inde facilior & promptior habeatur. Proclus valere putat ad aſtronomiam, ad inſtantias, qualě etiam ipſe comminiſcitur 48 p 1, at valebit ad ea omnia & ad plura, ſi melius inſtituatur. Hoc veró ſolúm fuit ſi tam perſpicué diceretur impoſſibile nullű eſſet, quo propoſitio octava demonſtraretur. Quid tum, inquam? an non aliter poterat demonſtrari? Poterat enim per quartám. Sunt enim duo triangula ad illam theſim comparata, laterum etiam omnium ęqualitate poſita, quæ applicata cum baſim æqualem habeant, angulum quoque æqualem habebunt angulo, ſub æqualium laterum baſi. Denique optima illa ex æqualium angulorum axiomate demonſtratio aderit.

8 *Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant alterum alteri, habeant etiam & baſim baſi æqualem, angulum quoque angulo æqualem habebunt ab æqualibus rectis comprehenſum.* Dic, Triangula inter ſe æquilatera ſunt æquiangula, totá iſtam grammaticam tot verborum comprehenderis. Euclides ἐφαρμογὴν hic adhibet, ut in quarta propoſitione, quod etiam ſtudioſé & attenté conſiderandum eſt, ſed impoſſibile adhibet é ſeptima propoſitione, ut illic adhibuerat, verúm ſine impoſſibili poteſt convenientia probari, ſi ſeptima propoſitio affirmaverit id, cujus contrarium negat. At requiretur hic quid ſeptima & octáva propoſitio differant, cum utriuſque data ſit hypotheſis una: utraque enim ponit æqualitatem & baſiű & laterum: differre tantúm videntur quæſito & conſequente, quod ſeptima convenientiam totius trianguli cum toto ex antecedente ſuo deducit, octava ex eodě antecedente deducit præterea æqualitatem angulorű. At iſta differentia nihil habet re ipſa diverſum. Nam poſito illo antecedente, ubi convenientiam concluſeris totius cum toto, angulorum etiam æqualitatem é convenientia illa concludes: itemque ubi ex eodem convenientiæ antecedente angulorum æqualitatem cőcluſeris, indidem potes & convenientiam concludere. Quare ſi res ſpectetur propoſitio una eſt, nec duas factas ob aliam cauſſam video, quám, ut Euclidi ſyllogiſticæ demonſtrationes ſuppeterent ad octavam demonſtrandű. Verúm octava iſta ex

æqua-

æqualium angulorũ axiomate (ut dixi) & propoſitionis ipſius hypotheſi multò verius accuratiuſq; demonſtraretur, & hic rurſus locus eſt, ubi axiomatis unius omiſſi geometricũ diſpendium percipitur. Proclus iſtud axioma ad 4 p 1 veluti per cancellos obſcurius animadvertit, cum ait: angulorum æqualitatem ſumemus juxta convenientiam laterum in rectilineis, in cæteriſque omnibus ejuſdem ſpeciei. At hic paulo clarius idem percipit, cum ait. Videtur autem verticalium angulorum æqualitatem laterum illos angulos comprehendentium baſiumq; æqualitas facere: tandemque poſt expoſitionem paulo hac de re pleniorem, Certum igitur eſt (ait) dicere quod & baſis eadem & latera æqualia ipſius anguli æqualitatẽ determinant. Sed hac de re etiam plenius ad 23 p 1. Sit igitur illud axioma. Anguli cruribus congrui ſunt æquales: propoſitio hæc ex æqualitate laterum aſſumptionem dabit. At hic ſunt cruribus congrui, quia laterum æqualium æquales ſunt baſes, unde ſi logicus es, concludito. Ergo anguli ſunt æquales. Sic igitur quarta, quinta, ſexta, octava propoſitiones tam faciles eſſent adhibito illo axiomate. Geometria autem octavæ propoſitionis hujus non ſolũ communis eſt ſphæricorũ triangulorum, ſed converſio etiam in ſphæricis vera eſt, ut conſtat 54 p 3. Regiomon. quæ tamen in planis triangulis eſt falſa. Proclus putat octavam eſſe converſionem quandam quartæ. Repetit autem à Menechmo & Amphinomo mathematicis de geometricis converſionibus quædam, quod ἀντιστροφὴ converſio duas habeat partes, προηγούμενον καὶ ἀντίστροφον antecedens & converſum, & propriè converſionem eſſe, cum tota propoſitio in totum convertitur, ut ſi duo latera æqualia, duo etiam anguli, & ſi duo anguli, duo etiam latera: quandam eſſe converſionem impropriam & ὑπαλλαγὴν potius quàm ἀντιστροφὴν, qualis eſt converſio quartæ & octavæ. fallitur hic Proclus, cõverſio hic nulla eſt, ſed prima & antecedens propoſitio de æqualitate omnium laterum, cujus ἀντίστροφον nuſquam eſt in Euclide. Nec omnino verum: Si duorũ triangulorum terni anguli ſeparatim ſint æquales, ut latera ſint etiam æqualia, quamvis in ſphæricis triangulis ſit verum, ut dixi. Laborat Proclus, ut hic methodum Euclidis tueatur, octava propoſitio eſt converſa quartæ, cur igitur ſtatim non poſtponitur quartæ, ut ſexta quintæ? quia (inquit) octava per ſeptimã, & ſeptima per quintam demonſtratur: hoc item alienum. Nec enim eſt converſa (ut dixi) deinde non vult per ſeptimam, nec ſeptima per quintam demonſtrari. Philo mathematicus hic etiam Euclidem in iſto ordine reprehendebat, quod octava poſſet ſine ſeptima demonſtrari. Philonis demonſtratio eſt per impoſſibile triplex apud Proclum. Sed impoſſibili Philonis nihil huc opus eſt (ut dixi) angulorum æqualium axioma totũ demonſtrationis hujus pondus ſuſtinet: ut ſuſtinebit in 9. 10. 11. 12.

9 *Datum angulum rectilineum biſariam ſecare.* Theon demonſtrat per 8 p 1. facilius demonſtrabitur per axioma æqualium angulorũ. Propoſitio Euclidis dupliciter ſpecialis eſt, primum namque eſt de angulo rectilineo ſecando duas in partes æquales, id eſt partes pariter pares 2. 4. 8. 16. 32. 64. & ſic deinceps. Nam pars unaquæque rurſus biſariam ſecatur, & hanc duplæ rationis progreſſionem in pariter paribus dichotomia iſta continet, non autem generalis de quocunque angulo ſuperficiario ſeu ſolidò biſariam ſecando: imò dubiũ eſt, an res ipſa ſit poſſibilis, ut

de corniculari angulo. Secundó doctrina hæc Euclidis ſpecialis eſt ad διχοτομίαν. Nec enim angulus rectilineus data ratione & in quotlibet & qualeſcunque partes iſta via ſecari poteſt, ut in partes impares, vel pares pariter, vel pariter ſimul & impariter. Rectus autem ſecatur trifariam. Si angulus æquilateri trianguli qui valet ⅔ recti ſectus bifariam ſtatuatur ad angulum ipſum rectum. Nam reliquum erit ⅔. Quod Vitello docuit 28 p 1: ſed é 22 & 9 p 1 elementi Nicomedes omnem angulum rectilineum trifariam ſecuit, ait Proclus. Alii Archimedis helicibus excitati angulum rectilineum data ratione ſecuerunt, quorum doctrinam, ut obſcuriorẽ Proclus in tertium librum rejecit: ubi nos dicemus ea de re. Euclides circulum bifariam, angulum rectilineum bifariam, lineam rectam bifariam, peripheriam bifariam tantúm ſecuit. Neque veró ſectio iſta anguli rectilinei videtur in hyſterologiam triangulorum incurrere, cum axioma æqualium angulorum latera & baſes totidem conſideret: ſed angulus rotundilineus ſimiliter ſecatur, ſed biſecta baſi in ſphæricis.

10 *Datam rectam finitam bifariam ſecare.* Theon demonſtrat per 4 p 1. Ergo per axioma æqualium angulorum. Atque hic ſectio eſt in partes pariter pares ut antea; utrum veró aſymmetria magnitudinum impediet, ne poſſit demonſtratio ſectionis hujus ſine triangulis inveniri? Certé eſt propoſitio 9 lib. 6 generalis ad iſtius nõ argumentum quidem, ſed effectum, quæ docet rectam ſecare data ratione. Itaque iſta propoſitio diſſimilis nec ſpecialis argumenti á nobis retinetur. At ſectio rectæ quæ utroque loco inſtituitur, in recta tantúm valet, non valet in peripheria: 30 p 3 paululũ diverſa erit ad ſectionem peripheriæ. Atenim decima iſta propoſitio quæſtionem aliam attulit de magnitudine ſemper dividua. Magnitudo eſt continua quantitas, habet igitur partes communi termino contentas. Quæſtio hæc Ariſtoteli inter graviſſimas phyſicæ ἀκροάσεως quæſtiones fuit, á quo plerique phyſici arguuntur individuam magnitudinem induxiſſe, ut 3 & 4 c 1: item [illegible] c 6 phyſici. Anaxagoras (ut ex Philopono patet) librum de individuis lineis [illegible] item Democritus & Leucippus atomorum authores appellantur 4 cap. 3 de c[illegible]: item Pythagoras & Plato 8 cap. 3 de cœlo, & 7 cap. 1 phil. Plato de individua linea appellatur, ſed hi phyſici phyſico ſenſu veré id affirmare potuerunt, geometricum hic dogma eſt magnitudinem continuam, ideoque infinité dividuam eſſe, quod multis in geometria locis confirmari poteſt. Primó 9 p 1: ubi datus angulus rectilineus biſecatur quicumque ſit. Secundó 10 p 1: ubi data recta biſecatur, neque omnino linea Platonis individua hic audiretur. Nam ſi linea ſit, continua eſt, ideoque partes habet communi termino contentas. Tertió 2 p 3 recta duobus in peripheria punctis terminata cadit intra: unde concluditur, intra duo quęlibet puncta lineam eſſe continuam, id eſt partes habentem communi termino cõtentas, ideoque dividuam. Quartó 30 p 3. Quintó & Sextó 9 & 10 p 6: ubi διχοτομία item, imó quęlibet ſectio poſtulatur, & modus oſtenditur datam lineam rectam ſecandi data parte & data ratione, datam peripheriam biſecandi: Septimó definitiones decimi ferè omnes, unde concluditur aſymmetras eſſe quaſdam magnitudines, quibus metiendis nulla minima magnitudo ſit: Octavó 1 p 10: ubi proponitur á data magnitu-

gnitudine perpetuó tolli poſſe pluſquam dimidium. unde concluditur magnitudinem infinité eſſe dividuam. Nonó 2 p 12: ubi ſtatuitur rectilineū inſcribi poſſe circulo majus quavis ſuperficie minore, quàm fuerit datus circulus, unde etiam concluditur rectilineum nullū circulo tantum inſcribi, quin majus etiam inſcribatur: unde etiam Archimedes ad 5 theorema 1 de ſphæra aſſumpſit ſpatium nullū tam parvū eſſe, quin multanguli circulo inſcripti ſegmenta minora dari poſſint. Decimó 4 p 12: ubi nominatim perpetua pyramidum diviſio proponitur. Undecimó ad 17 p 12: ſumitur biſectio peripheriæ infinita, unde & concluditur magnitudinis infinita diviſio. Hæc igitur elementa geometrica ſunt, in quibus tanquam principium poſtulatur & ſumitur, magnitudinē infinité dividuam eſſe. Proclus veró vel apud Proclum Geminus ad 10 p 1 quandam ex impoſſibili demonſtrationem attulit. Si magnitudo daretur minima magnitudines omnes fore ſymmetras, ut omnes numeri ſymmetri ſunt, quia unitas minimus numerus omnes numeros metitur. Verum aſymmetria magnitudinum vera eſt, ut conſtat é toto decimo libro, & conſtabit poſtea. Quare minima & individua magnitudo nulla eſt. Hoc argumentum apodicticum quidem nequaquam eſt, verum tamen eſt poſt illum continui definitionem præcipuū. Definitiones .n. decimi aſymmetriam definiendo poſtulant: & Ariſtotelis theorema, quod diameter quadrati ſit aſymmetra lateri, aſymmetriā eſſe in magnitudinibus convincit. Itaq; meritó multis locis Proclus affirmat magnitudinē potentia infinité dividuam eſſe, principiū eſſe geometricū, ut conſtat é tam multis antea citatis elementis geometrici principii loco aſſumptū eſſe. Quin Ariſtoteles ante Proclū hoc idē principiū eſſe confirmaverat. Nam 2 c. 1 phyſicorū, cum geometram negat tetragoniſmo Antiphontis poſtulantis multangulū in circulo tot angulorū, ut latera peripheriæ congruant, reſponſurū eſſe, quia tali poſtulato principium geometriæ tolleretur, principiū hoc utique ſignificavit, magnitudinē infinité dividuam eſſe, & 5 c. 1 de cœlo: cum maximū mathematicis rebus periculū creari, ait, ſi minima magnitudo inducatur, ſignificat utiq; tot elementorū à nobis propoſitorū ruinam & cladem futurā. Quamobrē magnitudinē infinité dividuam eſſe, principium in geometricis eſto: & principium de geometrica, non de phyſica magnitudine, & principium de potentia indefinitę diviſionis, non de infinitatis actu. Itaq; 1 cap. 6 phyſici conatus Ariſtotelis valde levis eſt demonſtrationem hujus principii tam ſolicité comparantis: cum 2 cap. 1 phyſici ut principium adverſus Antiphontem poſtularit, cum revera nihil illic demonſtret. 11 & 12 p 1. Hæ duæ propoſitiones reſpondent 11 & 12 p 11 de perpendiculis ſolidis. Atque in 11 propoſitione quamvis infinita recta non poſtuletur ut in 12 prop. attamen perinde ſtatuenda eſt, id eſt tanta, quanta ſit opus, nam ſi punctū in fine detur, producenda linea eſt. Utrumq; veró problema eſt cōmune ſphæricis, ut patet 44 & 46 p 3. Regiomōtani. Utrū veró, ut rectarū æqualitas poſtulanda fuit 2 & 3 p 1; idque per regulam & congruentiam, ſic modó poſtulandū gnomonis indicio perpendiculum? Neque enim præſens perpendiculi fabrica ulli extra pulverē geometricum uſui videtur futura.

13 *Si recta ſtans ſuper rectam angulos faciat, aut duos rectos, aut duobus rectis æqua-*

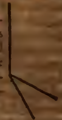
lis faciet. Si angulos faciat (dixit.) Nam ſi angulū tantum faceret, [illegible]nus quantumlibet mag[illegible]us duobus rectis eſſet minor. *Aut duos rectos*, nempe ſi ſtatus rectæ tantus ſit ἀταρακτος καὶ ἀρρεπής, non inclinatus, non propenſus, æquales anguli ſunt. Poſtremū eſt, *Aut duobus rectis æquales*, nempe ſi ſtatus ſit inæqualis propenſiorque in hanc, quam in illam partem, anguli quidē inter ſe ſunt inæquales, ſed ambo tamen duobus rectis æquales. Proclus in hac propoſitione disjunctionē admonet non ſatis eleganter expoſitam, quia prima pars in ſecunda continetur. Recti enim duo ſunt duobus rectis æquales, & id ſolúm converſum eſt proxima propoſitione, non autem tota disjunctio. Sed propoſitio etiam alio elencho vi[illegible] orationis laborat: Sententia enim ejus eſt.

Si recta inſiſtit in rectam, æquat deinceps angulos duobus rectis: Hæc enim ſente[illegible] conve[illegible]ur. Demonſtratio Theonis hic uſurpat. Q[illegible] eidem æquali [illegible] quo[illegible] 3 particulares æquantur 2 rectis, & 2 obliqui æquantur 3. Ergo etiam du[illegible]bus re[illegible] At convenientiæ axioma promptius erat, quoniam eundem locum occupant. Nos conſectarium fecimus in geometria 8 e 5 l.

14 *Si ad aliquam rectam & ejus punctum duæ rectæ non ad eaſdem partes angulos deinceps duobus rectis æquales faciant, in rectas inter ſe erunt rectæ.* Ἀντίστροφον eſt ſuperioris, ut putat Proclus, ſed non multò diſertius expreſſum, quam pro[illegible]ſitum eſt antecedens. Converſio enim connexi fuiſſet, ſi recta æquat duos deinceps angulos duobus rectis inſiſtit in rectam. Neque jam contra faciet inſtantia qua diſſeritur, æquales eſſe angulos duobus rectis, & á duabus rectis contineri non eſſe reciprocum, ut in hac figura videbis ſi rectas deleas: Nam quatuor peripheriarum figura duos angulos habebit æquales duobus rectis, ut antea ex Pappo dictum eſt. In hoc enim exemplo recta nulla fuerit. Angulus vero deinceps appellat geometres, inter quos nullus eſt angulus.



Quare non eſt in litera Euclidis ſimplex antecedentis converſio, ſed conſectarium quoddam in quo Proclus tria notavit. Primum quod ad punctum non ad puncta. Nec enim ſic duæ continuarentur. Secundum quod rectæ ſint de[illegible]ceps. In[illegible]tas enim licet ad unum punctū non continuas ſume[illegible]e. Tertium quod non eadem parte. Nam ad eaſdem partes nihil impoſſibile. fi[illegible]ri namque poteſt ut duæ rectæ deinceps non continuæ ad datæ rect[illegible] pun[illegible]m eodem actæ, duos angulos du[illegible]bus [illegible] æqual[illegible] fa[illegible]ant, ut ſi obtu[illegible]us rectum & unam tertiam, & deinceps [illegible]lus re[illegible] duas tertias habeat, ut hic vides.



Id e[illegible]im ſic [illegible]ſtendit Proclus, & idem Porphyrius apud [illegible]um al[illegible] oſtend[illegible]t. At ut[illegible]que [illegible]detur [illegible] cum angulos [illegible]mat non deinceps, [illegible] alterum f[illegible] [illegible]erius [illegible]. [illegible] autem [illegible] han[illegible] propo[illegible] ut anti[illegible] [illegible], [illegible] æqu[illegible]retur.

15 *Si duæ re[illegible] ſe mutuo [illegible]ecent, an[illegible] ad verticem æqual[illegible]ciunt* Con[illegible] etiam Proclus hanc propoſition[illegible].

Si ad

Si ad aliquam rectam duæ rectæ non ad eandem partem ſumptæ, faciant ad verticem angulos æquales, in rectū erunt inter ſe rectæ. Tum [illegible] recta demonſtratur, necé proxima [illegible] ad impoſſibile. Verùm, ut de [illegible] converſio hic nulla eſt; Nec enim id in conſequente fuerat, quod in [illegible] ſed [illegible] quæ jam é præ[illegible] propoſitione aſſumptio. Con[v]erſio a[u]tem [illegible].

Et ſi duæ rectæ angulos ad verticem æquales faciant, ſe mutuo ſecabunt. Non eſt autē reciprocum duos angulos ad verticem æquales eſſe, & duas rectas mutuo ſecari, cū in duobus circulis ſe mutuò ſecantibus anguli lunulares ad verticem ſint æquales, non tamen a rectis lineis facti. Nec omnes ad verticem ſunt æquales, ut in hac ſectione circulorum anguli convexus & concavus, ille enim major eſt, hic minor.



COROLLARIUM.

Ex his ſanè manifeſtum eſt, quod ſi duæ rectæ ſecent ſeſe, quatuor angulos quatuor rectis æquales efficiunt. Hoc primum eſt Euclidis corollarium à Theone prætermiſſum, poſitum tamen à Proclo nominatim & Euclidi attributum, a quo etiam libros corollariorum ſcriptos [illegible] ait, ſicut ex hoc corollario inventū admirabile à Pythagoreis theorema planis figuris tantum tribus compleri locum.

16 Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus utrolibet interiore & oppoſito major eſt.

Prima Euclidis doctrina de exterioribus angulis fuit propoſitione quinta, ſecunda nunc eſt, decima ſexta. Demonſtratio Euclidis per 10.15.4 p 1 non difficilis eſt, facilior tamen erit per axioma angulorum æqualium, ſed longé facillima per 32 p 1. quæ ipſa generalis eſt ad hanc, ideoque hyſterologia poſt 1 p 1. hæc eſt ſecunda. Et quidem 32 p 1. abſque hac demonſtrari potuit: Proclus autem hic pauló liberior eſt, refertque theorematis cauſſam ad inclinationem laterum majorem & minorem. Ex eoque tibi conſiderandum eſt (ait) quomodo rerū ortus veras quæſitorum cauſſas in conſpectum nobis afferunt: Hæc Proclus: in quo laudandus ille quidem eſt, quód demonſtrationem ex cauſſis tam curioſe repetat, ſed multo magis eſſet laudandus ſi ſequeretur. Hæc.n. cauſſa eſt ex axiomate equaliū angulorū, quod [illegible] demonſtrando nō adhibet, adjungit autē hæc duo corollaria. Primū.

Tres rectæ æquales ab eodem puncto in eandem rectam non cadunt.

Quia [illegible] exteriori [illegible] eſſet æqualis, & inæqualis. Secundum.

Si duas rectas recta tangens, faciat exteriorem angulum interiori oppoſito æqualem, triangulum non facient.

Quia exterior eidem eſſet æqualis & inæqualis: ſed hoc conſectarium ſecundum eſt ſecunda parallelarum proprietas.

17 Omnis trianguli duo anguli duobus rectis minores ſunt, ubivis aſſumpti.

De[illegible] e præcedente & de[c]ima [illegible] aſſumpta eſt, qua [illegible] angulorū [illegible] exteriorē [illegible] minorq; eſt hyſterologia, quam [illegible] antea, [illegible] Proclo [illegible] quo[illegible] ſe ipſo met liberior & præſtantior [illegible], cum in præcedente, tum hac imprimis propoſitione. Demonſtrat

(ait Euclides) rationem interiorum per exteriorem. At accidens non neceſſarium neceſſariæ affectionis cauſſa eſſe non poteſt: productum trianguli latus eſt accidens non neceſſarium: duos interiores duobus rectis minores eſſe affectio trianguli neceſſaria eſt, non poteſt igitur productum latus cauſſa hujus affectionis eſſe. Itaque poteſt illud idem ſine producto latere demonſtrari, ut ſi a vertice trianguli recta ducatur in baſim, ambo deinceps anguli duobus rectis ſunt æquales, & tamen cum ſit uterq; exterior interiore & oppoſito major, ambo etiam iiſdem oppoſitis majores, idemq; de reliquis angulis probari poteſt. Hæc (ait Proclus) demonſtratio ſimplicior & accuratior eſt Euclidis demonſtratione, nullo quippe dati trianguli latere producto, & tamen inquam nequaquam legitima, quia cauſſam non habet. Proclus autem idem multo verius cauſſam inæqualitatis hujus repetit ex inæquali laterum inclinatione & diſtantia, id eſt é noſtro axiomate: ut ſi erigantur ex angulis trianguli perpendicula, rectorum exceſſus manifeſtiſſimus ſit. Atq; iſta nimirũ per undecimi axiomatis converſam ratio prompta ſit. Duo quilibet ad baſim anguli minores ſunt duobus rectis, quia latera concurrunt. Itaque ſi axioma illud Euclidi concedatur, & ἀντίστροφον pariter concedendum fuit, ut tum eſt diſputatum. Hæc enim converſa eſt illius axiomatis.

Si rectæ rectâ connexæ faciunt angulos interiores duobus rectis minores, concurrent.

Et

Si rectæ concurrant, connexa rectâ facient angulos interiores minores duobus rectis.

Illa enim tum fuit inſtantia Gemini de Euclide conquerentis, quod principiorum ἀντίστροφα non faceret principia. Quare propoſitio iſta principium eſſe debuit, aut ſaltem protinus e principio illo deduci. Hinc veró corollarium deduxit Proclus. Duæ perpendiculares ab eodem puncto in eandẽ rectam duci nõ poſſunt. Anguli nempe duo ad baſim, recti eſſent, & duobus rectis minores. Sed adverſus utramq; propoſitionis hujus utriuſque demonſtrationẽ, etſi gravis eſt inquiſitio Procli, quod cauſſam veram non doceat, multó tamen eſt illa ratio é triceſima ſecunda propoſitione gravior, quæ generalis eſt ad illam ſuperiorem, ut dixi, & ad iſtam, ideoq; ſi præpoſita eſſet illa hæc utraque, ut ſpeciale conſectarium deduceretur. Hæc igitur primi libri hyſterologia eſt tertia. Itaque mirũ Procli in his commentariis ingenium eſt, qui hæc etiam ſophiſmata defendit, ut appareat, ſi quid aliquando liberius & magnificentius loquatur, non ex ſuo ipſius, ſed alieno ſenſu loqui. Geminus videlicet, Pappus, Apollonius aliquis [illegible] libertatis & veritatis philoſophiam expreſſerat: habenda tamen Proclo etiam gratia eſt, quod aliquando Geometriam [illegible] quam Geometram fecerit, ut in cauſſa duarum propoſitionum proximarum.

18 *Omnis trianguli majus latus majorem angulum ſubtendit.* Æqualitatem angulorum é laterum æqualitate quinta propoſitio docuit, ut ſexta laterum æqualitatem ex æqualitate angulorum. Inæqualitas conſectaria docetur duabus pr[illegible] ſitionibus In v[illegible] inæqua[illegible],media, min[illegible] ſtũ, c[illegible] rum: In æq[illegible] o [illegible] & [illegible] e[illegible]: In [illegible] theorem[illegible] non [illegible]. I[illegible] duobus generibus eq[illegible]

æquiſ

teris & æquicruris, ſic inæqualitas iſta duobus æquicruris & variis convenit. Propoſitio igitur non ſatis accurata eſt, cum non omnis triangul[illegible], quia iſta inæqualitas non ſit omnis trianguli demo[illegible] per 5 & 16 propoſitiones non eſt obſcura valde. Cauſſa ve[illegible] conſequenti [illegible] propoſitione eſt antecedentis, latus nempe ſubtendens eſt h[illegible] anguli, ut ante Proclus docuit, & hic diſerte ait. Manifeſtum autem quód cauſſa hujus affectionis eſt latus [illegible] angul[illegible] ſubtendentis ὑπεροχὴ κατὰ μέγεθος ἢ ἔλλειψις exceſſus ſecundum magnitudinem aut defectus. Quo iterum loco Proclum admiror tam legitime philoſophantem, ſed conſtantiam requiro in cæteris ſimilem. Axioma igitur æqualium angulorum hanc etiam demonſtrationis cauſſam præſtabit, & quidem communem cum triangulis ſphæricis, ut Regiomontanus 13 p 3.

19 *Omnis trianguli ſub majorem angulum majus latus ſubtenditur* Converſa eſt præcedentis, ſed accurationis ſimilis, accurata autem propoſitio tota fuerat.

Trianguli majus latus ſubtenditur majori angulo, & major angulus majori lateri. Demonſtratio Euclidis per latus po[illegible] uni non æquale, quia angulus major eſſet æqualis non minus, quia minorem angulum ſubtenderet, n[illegible] eſt ſuperior, ſed nec accuratior. At cauſſa eadem eſt ſuperiori. Nam quia angulus angulo major eſt, æqualium laterum majorem baſin ſubebit. Et iſta apodictica cauſſa eſt, quam Euclides huc afferre debuit. Axioma [illegible] unum etiam hic ſufficiet & [illegible] etiam ſphæricis, ut Regiomontanus 42 p 3. Atque hic etiam angulum & triangulum conjunctè conſideramus.

20 *Omnis trianguli duo latera reliquo majora ſunt utlibet aſſumpta.* Euclidis demonſtratio per 5 & 19 non eſt valde difficilis, ſed eſt tamen præpoſtera, & ex ſola rectæ lineæ definitione, [illegible] demonſtrabilis eſſet, demonſtrari poterat. Nam [illegible] duo puncta recta cæteris [illegible] brevior eſt. Reſpondet 20 p 1 & commune eſt ſphæricis, Reg. 37. p. 3.

21 *Si trianguli ſuper unum latus ab extremis duæ rectæ intus conſtituantur, conſtitutæ reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem ſunt, majorem verò angulum comprehendent.* Propoſitio exquiſite jubet, ut exteriorum & interiorum laterum ſit una & eadem baſis. Secus fieri poſſit, ut & interiora eſſent majores exterioribus, & angulum [illegible] comprehenderent, ut hic vides. Quod unum è Geometriæ mirabilibus Pr[illegible], ut comprehenſæ lineæ ſint majores comprehendentibus, & [illegible] angul[illegible] comprehenſio at dictum hic aliud eſt, aliud res & exemplum: Verba enim non intellecta mirabilia ſunt, res minimè. Et [illegible] mirabile ſit, tam mirabile eſt angulum contentum majorem [illegible] continente, quam contentas rectas [illegible]. Pappus idem mirabile miratur tertio [illegible] decim: tantum nugæ otioſi hominis [illegible]. [illegible] demonſtrat primam partem per 20, & ſecundam per 16 p 1. At prima pars [illegible]



gue proponatur, per ſe manifeſta eſt, ambitum nempe contenti trianguli ambitu continentis minorem eſſe. Id enim principium eſt Archimedis in libro de ſphæra: & ſecunda pars axiomate angulorum æqualium manifeſta eſt. Nã ſi trianguli continentis latera contenti lateribus æqualia ſecentur, baſis continentis erit minor, ideoque angulus minor. Pars autem theorematis hujus de lateribus convenit ſphæricis, ut patet 38 p 3. Reg. Pars de angulis repugnat, ut patet 47 p 3.

Itaque

Angulus major æquatur tribus angulis cuſpidatæ figuræ. ut in figura. Nam pars ejus utraq; exterior æquatur utrique interiori oppoſito. Vitell. 33. t. 1.



22 *Ex tribus rectis, quæ ſunt æquales tribus datis rectis triangulum conſtituere, oportet autem duas reliqua majores eſſe, utlibet aſſumptas, quia etiam omnis trianguli duo latera reliquo majora ſunt utlibet aſſumpta.* Problema hoc cauſſam proponit præter Euclidis morem, nec conſtituit triangulum é datis, quæ jam certam poſitionem habeant, ſed ex æqualibus, imo ex æqualibus æqualiũ: Tres autem datæ quantitatem laterum definiunt quibus velis triangulum conſtituere. Nam datis tribus æqualibus, æquilaterum, duabus tantum æquicrurum, datis autem tribus inæqualibus varium conſtituere licebit. Itaque propoſitio iſta generalis eſt ad primam, & præpoſita, ut potuit & debuit, primam inanem & otioſam aut recte conſectarium faceret. Demonſtratio enim cauſſam, ſi quid opus fuiſſet, addidiſſet. Proclus in hac demonſtratione citat Euclidem ad verbum. At verba illa nequaquam cũ Theonis verbis conveniunt, ut ex hoc loco, & pleriſq; aliis notiſſimum ſit, Theonis orationem Euclidis orationem non eſſe, argumenta tamen plerunque eadem ſunt. Demonſtratio hic [illegible] propoſitione utitur, quæ ut dixi non propoſitio ſed poſtulatum eſſe deb[illegible] quod idcirco doceo, ut pateat iſtam propoſitionem ſtatim poſt deli[illegible]tum [illegible] ſtatuendam eſſe, nulloq; prorſus Geometriæ diſpendio: imo veró compendio [illegible]. Speciales enim de triangulorũ ſpecialibus fabricis doctrinæ hac una [illegible] contentæ erunt. Atque iſt[illegible] eſt nimirum Ariſtoteleæ methodi [illegible] utilitas: quod [illegible] [illegible] c[illegible]tetur, & res una ſemel [illegible]oceatur: & tamen [illegible] poſt[illegible] da ſit quam æq[illegible]ati[illegible] lineæ ad 2 & 3 p 1: quam poſtu[illegible] 3 poſt: qu[illegible] p[illegible] tur ſ[illegible] h[illegible]ræ, [illegible] ndri 14. 18. [illegible] p[illegible] triangulum æqu[illegible] a[illegible].

23 *Ad datam rectam, & in ea pu[illegible] um, dato a[illegible] u'o [illegible] eo æqualem a[illegible] re[illegible] conſtituere.* Atqui [illegible] noſtrum hoc [illegible] p[illegible] ſpeciem converſum. Interr[illegible] c[illegible] jam [illegible] ides quomodo an[illegible] æqualem facias. Reſpond[illegible] lat[illegible] æqu[illegible] um b[illegible] quales facias [illegible] prorſ[illegible] de angulo ſolido reſp[illegible] 2[illegible] p 11. [illegible] gruent. Bene i[illegible] res h[illegible] et, [illegible] nobi[illegible] tria é commentarus Procli [illegible]. En [illegible] [illegible] geometriæ elementorum mercatore merces iſtæ propalam colloc[illegible].

Anguli

Anguli ſunt æquales (ait hic Euclides, & [illegible] ſucceſſor Theon) qui omnibus ſunt congrui. Quare magna gratia Euclidi pro [illegible] beneficio habeatur: unde liceat bonam magnamque de triangulorum [illegible] parte [illegible] demóſtrare. Neque vereamur ne nobis objiciatur [illegible] illud ab Euclide [illegible] ſtrari, proptereaque non aliunde quam ex hoc problemate & è [illegible] antecedentibus ſumi poſſe, quia propoſitio hæc utatur 22.2 [illegible] 8.3.p.1. Tot enim propoſitiones, ſi retexatur ſeries ad initium, hic reperientur. Atqui quam [illegible] tela iſta jam nobis retexta eſt. Primo jam patuit 18 & 19 p 1 angulum & triangulum [illegible] tè conſiderari, é ternis quippe lateribus: Deinde patuit 3 p 1 poſtulari debuiſſe. 2 [illegible] p 1 conſectarium é trianguli vel etiam é rectæ definitione protinus fuiſſe. 8 p 1 [illegible] contentam ſola convenientia: itē 22 p 1. ſola 3 p 1 uſam eſſe. Itaq; 23 p 1 poteſt protinus ex ipſa principiorum luce accipi: Vendis enim aquam é Sequana hauſtam: abs te emere nihil cogor: hauriendi ex eodem flumine par & idem jus habeo. Quamobrem magnam ſpem ad illuſtrandum & conformandum ſtatu meliore geometriam hoc unum axioma nobis attulit, nec adhuc ſubſidium majus ullum offendimus. Sed problema iſtud Oenopides invenit, ut antea invenit ſecundum perpendiculum: problema vero ſpeciale eſt. Nec enim de æqualitate cujuslibet anguli cum quolibet angulo, quod fieri non poteſt: duo enim tantum genera curvilineorum angulorum rectilineo æquantur lunularis, ut prius eſt dictum: & [illegible], ſecuri ſimilis, qui ipſe etiam lunularis eſt, & fit é duobus circulis per alterna centra deſcriptis. Æquatur enim talis angulus [illegible] duabus tertiis recti, quod probari poteſt é propoſitionibus tertii, de quo propterea tum dicetur. angulum dato brevius per æquales peripherias quæ in æqualibus circulis æquales angulos auferunt, ſed hyſterologiam in Apollonio Proclus arguit, quam tamen tot in Euclide locis animadvertere nullam potuit.

24 & 25 p. Hæ duæ propoſitiones ſermonem habent quartæ & octavæ. Correximus in geometria & propoſitionem & propoſitionis demonſtrationem ex axiomate angulorum: utraq; vero propoſitio eſt communis ſphæricis 50 & 51 p 3 Regiomontani.

26 *Si duorum triangulorum duo anguli duobus angulis alter alteri ſint æquales, unumque latus uni lateri æquale, aut ad æquales angulos aut uni æqualium angulorum ſubtensum [illegible] que latera reliquis lateribus æqualia erunt, alterum alteri & reliquus angulus [illegible] angulo.* [illegible] de lat[illegible] æqu[illegible] c[illegible] la[illegible] [illegible] videtur [illegible] ac veritate nec [illegible]. Secus enim disjunctione [illegible] m[illegible] tamē æquale eſſe, quod apud Proclum [illegible] & [illegible] expoſuit. Sit [illegible] *a e i* [illegible] ad *i*, [illegible] angulo *a*, [illegible] du[illegible] producuntur, c[illegible] [illegible] ad p[illegible] *mo*. ja[illegible] *ei* [illegible] *ae i* [illegible] duobus æqu[illegible] co[illegible] quod latus æqu[illegible] ad



angulos æquales, nec baſis eſt æqualium. Quod autem primum triangulum minus ſit ſecūdo judicetur ex eo, quod ejus parti ſit æquale. Detur enim angulus *eiu* æqualis angulo *aie*, & connectatur recta *iu*, theſis erit præſentis propoſitionis, proindeque triangulum triangulo erit æquale: ut hic vides.

Atque hæc Porphyriana propoſitionis hujus eſt expoſitio. Cæterum 4 & 26 p 1 é triplici theſi eandem laterum æqualitatem colligunt. Itaque é duabus fecimus 2 e 7, & eodem æqualium angulorum axiomate concluſimus. Pars prima convenit ſphæricis 42 p 3 Regio. ſecunda non item. *Itaq;*

Perpendicularis á vertice æquicruri in baſin, biſecat triangulum in duo æquilatera. ut patet per tertiam partem.

OCTAVI LIBRI FINIS.

PETRI RAMI MATHEMATICARUM SCHOLARUM LIB. IX. IN SECUNDAM PARTEM PRIMI ELEMENTORUM.

27. 28. 29. p.

HACTENUS ut putat Proclus, executus eſt Euclides doctri[illegible] triangulorum, deinceps ſecunda libri parte de parallel[illegible] agit, ad eorumque ortum parallelas rectas interpre[illegible]r, unde parallelogramma fiunt. Quod verum quidem eſt, tametſi de t[illegible]ulis poſtea erit, & in hoc & in ſexto libro. Neque omnino Eu[illegible]es ullam generum diſtinctionem & methodum: ſed e legicis [illegible] unicum illud κατὰ παντὸς ſibi propoſuit ad neceſſarias concluſiones, quas demonſtrationes putabat, Ariſtoteleæ autem apodicticę logicam nullam ſibi Euclides propoſuit. In rectis autem parallelis recta ſectis eſt ſymptoma triplex χαρακτηριστικὸν καὶ [illegible] ait Proclus quód anguli interiores alternis ſint æquales, quód eadem parte exterior interiori & oppoſito, quód interiores eadem parte duobus rectis & ex[illegible]s ſingulis parallelæ dijudicantur. Alii Geometræ tres ſimiles proprietates ad[illegible], quód parallelæ habeant primó duos exteriores alternos æquales, ſecundó [illegible]eriorem & interiorem alternos æquales duobus rectis, tertio exteriores eadem parte duobus rectis æquales, quæ tres proprietates ſimiliter cum parallelis rec[illegible]tur. Prima autem eſt omnium proprietas interiores duobus rectis ęquari é perpendiculo nempe communi, quo parallel[illegible]us d[illegible]catur, atque ex illa prima alterni & exterior interiorq; concluduntur. Itaque confuſius hic ab Euclide pr[illegible]r. Sed Æneas Hieropolita hic aliud in Euclide reprehédit, quod trium proprietatum unicam

unicam 270, reliquas duas 18, omnium autem converſionem 29 p comprehendit. Verum cum veró Ptolemæus demonſtrat tertiam proprietatem & ejus cõverſam ſine undecimo axiomate, ut deinde tertia proprietate utatur ad demonſtrandum undecimum idem axioma. Antecedens autem proprietatis illius ita demonſtrat. Si duo interiores duobus rectis ſint æquales, nec tamen ſectæ parallelæ ſint, concurrent utrinque pari argumento, & ſic duæ rectæ ſuperficiem concluderent. Converſam autem ita probat. Si recta in parallelas cadens faciat interiores inæquales duobus rectis, faciet majores aut minores, neutrum autem poteſt: Nam ſi faciat majores prima parte, ſecunda faciet minores, quia quatuor interiores ſunt æquales quatuor rectis per 13 p 1. & contra ſecunda parte dices ſimiliter etiam fieri duobus rectis majores, quia ſint inter eaſdem parallelas, ita fieret, ut iidem duobus rectis majores eſſent & minores. Quare ſi recta rectas parallelas ſecuerit, faciet interiores eadem parte duobus rectis æquales. Hac itaque proprietate ita demonſtrata, demonſtrat undecimum axioma. Nam ſi rectæ non concurrant qua parte ſunt anguli minores, multó minus concurrent ad eam parte ubi majores. Ita fient parallelæ, nec ideo per converſam tertiæ proprietatis, interiores erunt minores duobus rectis. Quare concurrent. Disputat etiam Ptolemæus concurſuras eadem parte, quia minores fiunt duobus rectis. Sed iſtud nobis ſatis eſto ad demonſtrationẽ undecimi axiomatis. Contra [illegible] Proclus neſcio quid argumentur Ptolemæum in demonſtratione converſæ [illegible] argumento, & argumentatione, quia diviſio illa ſit imperfecta [illegible] concludat, ſed Proclus captioſe videtur agere. Nam & diviſio [illegible] eſt inæqualem [illegible] nus eſſe, & impoſſibile deinde logico ſyllogiſmo concluditur. Tandem vero Proclus ſic eluſa Ptolemæi demonſtratione, demonſtrationem ejuſdem axiomatis aliam accuratiorem affert: prius aſſumpto ex Ariſtoteles [illegible] 1 lib. de cœlo.

Si recta primam parallelarum ſecuerit, ſecundam ſecabit.

Quod Vitellio ex eo demonſtrat 2 p 1, quia ſi nunquam ſecaret eſſet eadem parallela ſecundæ, adeoq; etiam primæ, quam tamen ſecuiſſe diceretur. Quare ſit hoc ex Ariſtotelis principio principium.

Si recta parallelarum primam ſecuerit, ſecabit ſecundam.

Itaque Proclus non excuſat Euclidem, ſed emendati Euclidis laudem Ptolemæo eripit, & aſſumit ſibi. Atque hic alter locus eſt defenſi a Proclo Euclidis. Nam antea in anguli definitione Euclidem non probavit, neque jam probat in parallelarum affectione. Verum neque Euclides neque Ptolemæus neque Proclus ſatis logicé videntur attendere [illegible], Euclides [illegible] principium [illegible] aſſumpſit [illegible] non eſt ſcientia [illegible] demonſtratur. Debuit igitur contrariæ affirmationis [illegible] hoc modo.

Si recta [illegible] parallelas ſecuerit, faciet angulos interiores eadem parte duobus rectis æquales [illegible] illud.

Idemque [illegible] debuit [illegible] de prima rectorum [illegible] proxime deriv[illegible]. Nam

perpendiculum inflexum quanto una parte obtuſiorem angulum facit, tanto altera parte facit acutiorem, ita quod hic imminuitur é recto, illic augetur: Ergo affirmationis principium illud Euclides aſſumere debuit: unde contraria negatio deduceretur. Qua in re Ptolemæus hactenus Euclide accuratior fuit, quod affirmationis propoſitionem præponit, unde negationis propoſitio deducatur. Sed tamen in hoc non ſatis logicus, quod é cauſſa quidem facit ἀντίστροφον propoſitionis, ex effectu autem antecedens: Nam parallelæ ſectæ, tales angulos faciunt: [illegible] r eſt cauſſa, hic effectus: deinde demonſtratio Ptolemæi, etſi vera, cauſſam tamen [illegible] lam oſtendit, ſed tantum per impoſſibile, id eſt (ut Proclus ait) per accidens demonſtrat. Itaque ſi Ptolemæus cauſſam e rectis perpendicul[illegible] ſpectaſſet, principium feciſſet, neque demonſtrationem quæſiſſet e[illegible] Proclus denique ipſe per Ariſtotelis propoſitionem paulo ſuc[illegible] quam Ptolemæus: Sed tamen ne illa ipſa Ariſtotelis propoſitio [illegible] eſt quaſtion[illegible] ſe[illegible]arium ex eodem princ[illegible]o. Quare princi[illegible] delecto iudicioque conſ[illegible] tota iſta controve[illegible] tol[illegible].

3[illegible] Theon ſump[illegible] utrinque ad mediam parallelis demonſtrat per ſecundam legem parallelarum, & primum axioma. Proclus etiam brevius. Nam ſi extre[illegible] ad mediam parallelæ inter ſe parallelæ non eſſent, concurrerent cum media, ne[illegible] eſſ[illegible] p[illegible]elæ, imo vero melius etiam per ſe[illegible] m[illegible] demonſtratur diſt[illegible] æqualis ad[illegible]tione. Sed hoc t[illegible] videtur ſe qu[illegible] Quæ eidem æqualia [illegible] æqualitas diſtanti[illegible] perinde eſt dicere: Quæ ab eodem æqualiter [illegible] inter ſe æqualiter diſtant [illegible] Zenoni iſto loco a[illegible] Eu[illegible] [illegible]no[illegible] fuiſſet e p[illegible] pus indemonſtrabilibus propoſition[illegible] demonſtrab[illegible] tem. Hæc [illegible] propoſitio nobis propoſitio non erit, ſed principium, neque pr[illegible] rect[illegible] ſed [illegible]uiuſcunque linearum parallelarum.

3[illegible] *Fieri vero pote[illegible] parallela é peripheriis duabus invariato circino.* [illegible] ſumus.

32 Hæc propoſitio generalis eſt ad 16 & 17 p 1. & ea præpoſ[illegible] d[illegible] potuit, vel ad Euclidis demonſtrationem, ſuperiores [illegible] duæ t[illegible] conſectaria hujus eſſent, & quidem duæ ſeparatim eſſe debuerunt. Lau[illegible] Proclus Euclidé, nec excuſat tamen quod illa ſpecialia præpoſuerit. Et quid [illegible] Euclides ac[illegible]tur & vituperabitur quod i[illegible] finitis [illegible] generalia ſpec[illegible] præpoſuerit [illegible] quænam [illegible] tam contraria ſibi fu[illegible], ut perſpicuitatis & evidentioris doctrinæ cauſſ[illegible] generali[illegible] & præp[illegible], & poſt[illegible]: An ta[illegible] log[illegible] & ſophiſtica eſſe & apodictica poterit? Quare neque Eucl[illegible] Pr[illegible] viti[illegible] laudemus, dignitatem & præſtatiam Geometriæ tu[illegible] quæ tum [illegible] bio veri[illegible] fuerit, cum generalia, quæ n[illegible] prior[illegible], p[illegible]. [illegible]s demonſtrat primam partem propoſitionis hu[illegible]s per 1 & 2 legem parallelarum, quæ abſque triangulo demonſtrari poſſunt, & ideo ſine 16 p 1. Secundam de[illegible] ſtrat e prima parte & [illegible] 23 p 1. S[illegible] Ariſtotel[illegible] philoſoph[illegible] 9 li[illegible]. quæ[illegible] rect[illegible] in triangulo? Et reſpondet q[illegible] anguli æquales duobus [illegible]

Qu[illegible]

Quod Euclides hic ſecutus eſt. Sed tamen de ſecunda parte antea Proclus monuit cauſſam interiorum angulorum ab exteriore angulo peti non poſſe, quia non neceſſarium neceſſariu cauſſa eſſe nullo modo poſſit,& nunc cum eadem quæſtio revolvatur, quomodo exterior angulus cauſſa fuerit, ut tres interiores ſint æquales duobus rectis: Itaq; hic etiam Proclus idem quod antea ſentit:imò(ait)ſecundum communes notitias veritatem propoſitionis hujus apparere, ut in geometria propoſuimus. Proclus hic etiam converſas utriuſque partis adhibet ad primam partem ſic.

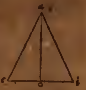
Si exterior angulus oppoſitis interioribus ſit æqualis, latus unum continuè productum eſt. Ut patet per 14.

Se[illegible]dam mutet paululum, ut convertat hoc modo.

Si tr[illegible] angulum ſit, e[illegible] figura rectilinea trium interiorum angulorum duobus rectis æqualium. Et

Si figura rectilinea ſit trium angulorum interiorum duobus rectis æqualium, eſt triangulum. Ut patet per 14. In quo ineptus eſt logicus, qui pro ſimplici ſubjecti proprietate convertit quandam ſubjecti definitionem. Hinc vero etiam Proclus deducit.

Tres ab eodem puncto rectæ in datam rectam ſunt inæquales. Ut in æquicruro *aei* cum latera *ae* & *ai* ſint æqualia, ſi recta ſit *ao* erit inæqualis utrique: ſecus angulus *aoe* eſſet æqualis angulo ad *e*, & propterea angulo ad *i*, quo tamen per 16 p 1 eſt major. Hinc etiam deducuntur.

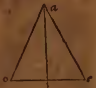


Angulus æquilateri de[illegible] recto & biſectus triſecat rectũ. Et

Si perpendicularis in æquilatero e[illegible] a vertice, deſecat triangulum varium uno angulo recto, altero beſſe, reliquo triente recti. Reg. 24 p 1. *Item*

Si baſis recti [illegible] dupla cruris, angulus utrinſque eſt duplus acuti [illegible]. Ut in a[illegible] *baſis* a e *dupla cruris* e i, *dico an[illegible]* [illegible] *ad a.* Nam *ei* continuetur æqualiter [illegible] [illegible] *aei* & *aeo* per 2 e 7 erunt æqu[illegible], [illegible]ulum *aeo* [illegible] æquil[illegible]terum & per an[illegible] [illegible] *e* [illegible]lus [illegible] *a*. Sed tamen [illegible] b[illegible] 12 p [illegible] commorari de tribus æqualibus [illegible] [illegible]poſitionem Ariſtoteles in [illegible] ſe[illegible] hoc p[illegible] exempla comm[illegible] p[illegible] artem commentus eſſe ad demonſtra[illegible] aff[illegible]m propriam (ut hominis eſt facultas [illegible] de ſuo ſubjecto per cauſam propriam. At interiores angulos duobus rectis æquari non eſt proprium trianguli. Neque ab Ariſtotele per cauſſam propriam concluditur. Et[illegible] pr[illegible] illud priore loco diſſeritur, figura non trilatera ſic [illegible] poteſt, cujus interiores anguli duabus rectis æquentur, ut hic:



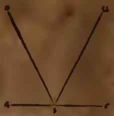




detractis rectis cernitur, quod antea patuit ad 6 e 3. Proclus hic videtur propriam affectionem tueri, quia talis figura non ſit rectilinea. Sed tamen rectilinea etiam poteſt æquare interiores duobus rectis. Sic quinquangulum e continuatis ordinati quinquanguli lateribus factum æquat quinque interiores angulos duobus rectis, ut hic.



Nam dum conſideras triangulum *eyo* exterior angulus *ays* æquatur interioribus ad *o* & *e*, item dum conſideras triangulum *sus* exterior *asy* æquatur interioribus ad *s* & *u*, & de quinque interioribus *yas* æquatur ſibipſi. Quare cum quinque interiores æquentur tribus æquantibus duos rectos, ipſi quoque æquabuntur duobus rectis. Si reſpondeatur, hic duos vel quinque interiores non tres æquari, ecce species majus & fortius argumentum, nempe in triangulo ſphærico non ſolum id proprium non eſſe, ſed plané eſſe falſum. Nam tres interiores anguli in ſphærico ſunt majores duobus rectis: ut Reg. 49 p 3 docet, imo in ſphærico anguli recti tres eſſe poſſunt. Quod ſi dicatur Ariſtotelé ſentire de triangulo rectilineo, attamen ne ſic quidem affectio hæc propria trianguli fuerit. Nam ſi duæ rectæ ad idem punctum in tertiam coinſiſtant, facient tres angulos æquales duobus rectis, ut hic in rectam *ae* coincidentes *os* & *us*. ubi tamen nullum eſt triangulum. & hinc æqualitas in triangulum traducitur per alternos in parallelis angulos. Quare habere tres angulos duobus rectis æquales non eſt proprium trianguli, cum æqualitas iſta in coinſiſtentibus in tertiam ſine triangulo reperiatur, imo inde ad triangulum deducatur: Tum veró ut ſuperiora illa nihil eſſent, attamen æquare tres angulos duobus rectis non



ita

ita proprium trianguli fuerit, ut hominis γελαστικόν. Nam γελαστικὸν ipſum & ſimilia conſiderantur in ſubjecto ſolo nec uſquam comparato, & in eo ſic actu ineſt: at æqualitas trium cum duobus rectis non eſt actu in uno triangulo ſolitario, neque duo recti in uno triangulo poſſunt eſſe: idque merito in metaphyſicis inter geometricas potentias connumeratur 9 c 9 l. Sed ineſt affectio per comparationem externorũ, ut omnis æqualitas non huic vel illi parti ſolitariæ & ſimplici, ſed ſimul ambabus comparatis partibus. Quare tres æquari duobus non eſt affectio propria trianguli, ut hominis eſt poteſtas riſus: falſumq; exemplum Ariſtoteles ſibi propoſuit, & hic primum de duobus eſt elenchus: Tum veró ſi maximé verum, maximéque proprium eſſet trianguli rectilinei tres interiores æquare duobus rectis, tamen demonſtrationem affectionis propriæ de ſubjecto per cauſſam propriam nullam philoſophus ullus hoc exemplo reperiret: Cauſſa enim triangularis hujus affectionis nulla huc propria adfertur: ſed comparatio æqualium é generali & multorum præterea ſubjectorum communi principio, id eſt é 13 & 29 p 1: Neque in hoc argumento cauſſa ulla eſt, neque efficiens, neque materia, neque forma, neque finis, ſed comparatio parium: ut Ariſtoteles 9 metaphyſico & Euclides 32 p 1 demonſtravit. Quare legitima occaſio Ariſtoteli hinc eſſe nulla potuit demonſtrationis comminiſcendæ, qua propria affectio de ſubjecto per cauſſam propriam ſyllogiſmo concluderetur, neque ex ullo univerſæ matheſeos, imo cujuſquam diſciplinæ elemento eſſe potuit: Nullum enim eſt uſquam in totis diſciplinis exemplum tam monſtroſi commenti. imo propria affectio (ut in homine potentia riſus) per ſe nulla alia intercedente cauſſa ineſt, ut horribile ſit cogitare tanto philoſopho in [illegible] arti permagnæ ſpeciem prodere, cujus exemplum nullum unquam ipſe neque animadvertiſſet, neque per naturam poſſet animadvertere: & miſerabile maxime, maximeque mirandum ſit innumerabilia tot ſæculis ingenia fuiſſe Ariſtotelei nominis tam turpiter decepta eſſe. Ingenium igitur Ariſtotelis hic laudamus, quod elementi hujus geometriam tantopere celebrarit: quod autem exemplum commentitiæ démonſtrationis hinc arripuerit, ſuáque & conſequentia poſteritatis tempora tam portentoſa cacotechnia deceperit, laudare non poſſumus.

33 Eadem parte accurate dixit. Nam dimetientes duæ poſſunt diverſis partibus æquales ſimul & parallelas conjungere, neque tamen parallelogrammum, ut hic vides. Demonſtratio autem fit per 27. 4. & 27 p 1. proprietas hic eſt potius ex ipſa parallelarum definitione: connectentes enim ideo ſunt æquales, quia ſunt diſtantiæ æqualium parallelarum, & parallelæ viciſſim ſunt, quia parallelis æqualibus diſtant. Atque ex hac materia definiendum & fabricandum parallelogrammum fuerat, & certe ab Euclide vel Theone eadem definitio parallelogrammi hinc aſſumitur 34. 35. 36. & deinceps ad 4[illegible] p 6: Parallelogrammum nempe eſſe quadrilaterum lateribus oppoſitis parallelum. ut teſtimonio Euclidis vel Theonis patet hic materiam eſſe poſtulati, non propoſitionis demon-



ſtrabilis. Itaque iſta propoſitio in principiis nobis erit. Proclus initio quarti [illegible] bri, & ad hanc propoſitionem hæſitans in parallelogrammi definitione, ait in hac propoſitione tradi γένεσιν parallelogrammi, ideoque propoſitionem hanc eſſe μεθόριον confinium parallelarum & parallelogrammorum, & tanquam conſtituto & definito parallelogrammo Euclidem protinus ad parallelogrammi proprietat[illegible] accedere.

34 Propoſitionis hujus prima pars de laterum æqualitate jam præſumta eſt in 33 p 1, & hic inani tautologia videtur iterari, & parallelogrammi definitio e ſuperiore propoſitione aſſumitur. Verumtamen mirum hic eſt é principio indemonſtrabili, ut in proximo, propoſitionem demonſtrabilem fieri, Zenonique Epicureo manifeſtam palmam præberi. Dicat enim Euclides quid ſit parallelogrammum, quomodo dixit initio quid eſſent parallelogrammi ſpecies quadratum, oblongum, rhombus, rhomboides.

Parallelogrammum eſt quadrilaterum lateribus oppoſitis parallelum, ideoque ex oppoſito æquilaterum & æquiangulum & dimetiente ſectum bifariam.

Iſta enim æqualitas laterum & angulorum oppoſitorum principii [illegible] Euclidi fuit in ſpecialibus definitionibus quadrati oblongi, rhombi, [illegible] boidis. Ecquid igitur inquam [illegible] ſpeciales de[illegible]nes in princ[illegible] runt, generalis non erit? Deinde circulum dimetiente bifariam ſecari, principium antea Euclidi fuit, parallelogrammum d[illegible]nte bifariam ſe[illegible] principium non erit? imo principium erit, ſed [illegible] & m[illegible]is communis loci. Eſt enim commune cum triangulo, cu[illegible]mo, cum el[illegible] ſecari bifariam dimetiente: neque tamen d[illegible] per[illegible]o biſecanti [illegible] æqualibus, ut dicemus ad 1 p [illegible]. Itaque pr[illegible]um h[illegible] antiquiu[illegible] quanto parallelogrammum eſt [illegible] c[illegible]lo, p[illegible] quippe f[illegible]rum ultima. Dia[illegible] autem proprie dicitur in [illegible]ulo. Di[illegible] in parallelogrammo, ut axis in ſphæra, ut antea jam dictum [illegible]. Quamob[illegible] dein[illegible]pium nobis in 33 & 34 p eſto, ut [illegible] axiomate æq[illegible]rum ad 23 p, neque committamus ut in laqueos Zenonis induamu[illegible]. Sex [illegible]mæ propoſition[illegible] ex unico elemento quod eſt 1 2 e 4 noſtræ geometriæ co[illegible]ria ſunt.

35 In [illegible] autem parallelis eſſe, & quod ſexto l[illegible] dicetur, eſſe in eadem altitudine, idem eſt: altitudo enim [illegible]ræ [illegible] perpend[illegible]ulum [illegible] ve[illegible] ad baſin. At Poſid[illegible]us, ut ant[illegible] dictum eſt, parallelas æqualitate int[illegible]rum per[illegible]pen[illegible]rum definie[illegible], & æqualitas angulorum ſecti[illegible] a re[illegible] paral[illegible] rectæ perpen[illegible] angulis o[illegible]r. Euclides tamen in ſex proxi[illegible] propo[illegible]tionibus parallelas eaſdem, & parallelas æqualis intervalli, id eſt eandem [illegible] æqualem altitudinem non accipit pro eodem: ſicuti neque ea[illegible] & æqualem [illegible], diverſas enim propoſitiones hic inſtituit. Denique jam E[illegible] judicio, quæ ſunt in eiſdem parallelis ſunt æquealta, non contra: cum æquealta quæd[illegible] in diverſis parallelis. Atque hi[illegible] ſophiſtic[illegible] ſermo faciat quamvis inæqualia pa-

ralle-



[illegible] ,attamen æqu[illegible],ut hic vides:fac enim b[illegible] comu[illegible] in medium linea *a e*.jam parallelogram-ma erunt in ii[illegible]dem parallelis *i o* & *u y*,quamvis minime [illegible] æquealta. Tollatur igitur elenchus de quo moniti [illegible]us ab Joanne Goſſelino, regiæ bibliothecæ apud Be[illegible]quecum fontem præfecto. Demonſtratio Euclidis ap[illegible]d Proclum in prima ſpecie fit per 6 axioma. Veruntamen habet iſta par[illegible]lelo-gra[illegible]morum æqualitas admirabilem cauſſam,quæ nequaquam illo comparationis argumento,quo Euclides & Theon uſi ſunt,oſtenditur. Nam cum latitudo & lon-gitudo ſint æquales,æquales pl[illegible] numeros hinc effici neceſſe eſt. Id in magnitu-dine [illegible]cus eſt. Admirabilis ant[illegible] fuit [illegible]rum linearum perpetua inclinatio, im-poſſibi[illegible] tamen [illegible]nctio, admirabili[illegible] modó eſt inæqualitas parall[illegible]logrammo-[illegible] ex æquali tamen longitudine & latitudine deſcriptorum. Cauſſa veró eſt [illegible] la-te[illegible] & angul[illegible]. [illegible] ,at Pro[illegible] angulo[illegible] rectitudo, & laterum æ-qualit[illegible] totum [illegible]rum amplificationem vel imminutionem:nec æquali-t[illegible]ium [illegible]ibu[illegible] iſta cauſſa eſt. Omnes enim p[illegible]llelogram-m[illegible] [illegible]iores ſunt æquales quat[illegible]is, ideoq; quaterni ſemper æquale[illegible]. Rectitudo inquam [illegible] id efficit. Ergo parallelogramma in eadem b[illegible], & i[illegible] æqualia, licet latera valde ſint inæqualia. Demonſ[illegible] duplici [illegible] eadem conve-ni[illegible]s [illegible]tioſu[illegible] ,aut [illegible] contentus non erit.

36 *Parallel[illegible]mma in æqualibus ba[illegible]bus & in [illegible] parallelis æqualia inter ſe ſunt:* q[illegible]m [illegible] parallelogrammo æqual[illegible]t. Hic vero Theon aſſumit 33 p 1 [illegible]nitione p[illegible] ,t[illegible]um [illegible]tum habet oppoſita latera æqua-l[illegible] & parallela: [illegible] eſt parallelo[illegible]m [illegible] id antea monueram. Hinc veró [illegible] du[illegible] triangulum æquale triang[illegible] o[illegible] [illegible]ngulo.

37 *Tr[illegible]angula in eadem baſi & in i[illegible]dem para[illegible]is æqualia ſunt inter ſe:* quia dimi-di[illegible] ſunt æqualium parallelogrammorum.

38 *T[illegible]iangula in æqualib. baſibus, & [illegible]de parallelis æqualia inter ſe ſunt.* Eadé ratio. [illegible]ur Theon e ratione p[illegible]llelogrammorum deducit rationem triangulo-rum. C[illegible]tra autem rurſus 1 p 6 ratio parallelogrammorum deducetur é ratione triang[illegible]um. Tam varia igitur & tam inconſtans eſt in iſto genere Euclidis vel Th[illegible]s apodictica, in qua etiam ſubtilitas inanis ne[illegible]o quæ hic , mult[illegible]plicata eſt d[illegible] baſi e[illegible]em & æquali [illegible] & i[illegible]lentica[illegible]liam quand[illegible] geome-tr[illegible]m iſto lo[illegible]quirer[illegible] varietas & inconſta[illegible]a tant[illegible]mento n[illegible] fuit ad [illegible]liquam & [illegible] logicam in geometria requi-r[illegible]n. Etenim cum triangulum natura ſit prius parallelogrammo,quæ triangu-lis conve[illegible] & p[illegible]llelogrammis ante do[illegible] ſunt in doctrina communi & tri[illegible] & parallelogrammorum , ut poſtea cuique ſpeciei accommoden-t[illegible]. [illegible] triangulorum rationem in genere p[illegible]nere λογικωτ[illegible] [illegible] ſpecies inde ortas.

39 *E[illegible]a in eadem b[illegible]ſi & eadem parte, & in iiſdē parallelis ſunt.* S[illegible]

parallela intra verticem alterius aut extra caderet, totumque faceret æquali parte.

40 *Æqualia triangula in æqualibus baſibus & eadem parte in eiſdem parallelis ſunt.* Eadem eſt demonſtratio.

Convertit igitur Euclides in his duabus propoſitionibus duas proximé ſuperiores, & addidit eadem parte, eſſent enim in parallelis & æquealta æqualia, & [illegible] eadem vel æquali baſi, ſed non in iiſdem parallelis, neque in eadem altitudine [illegible] vis eſſent in æquali. Particula tamen hæc, eadem parte inepta eſt, ut enim [illegible] ſt propoſitio, Triangula æquealta, & in æquali baſi ſunt æqualia: ſic converſio eſt [illegible] ra: Triangula æqualia & in eadem baſi ſunt æque alta. Et idem impoſſibile h[illegible] dit, quod fuit 39 & 40 p 1. Nam ſi alterum eſſet al[illegible]us, amputaretur ex eo æque altum, quod æquale eſſet per 37 aut 38 p 1, at totum parti etiam ex hypotheſi [illegible] aretur. Quare particula eadem parte, inepta eſt, etiam de parallelogrammis E[illegible] des ſimiles converſiones facere, & quidem potius debebat. Nam propoſiti[illegible] triangulis hic tantum factæ ſunt é conſequentia parallelogrammorum, q[illegible] dimidia ſunt triangula.

41 *Si parallelogrammum cum triangulo & baſim habeat eandem, [illegible] in iiſdem parallelis ſit, duplum erit parallelogrammum trianguli.* Poterat hic Euclides de æqua[illegible]bus baſibus idem dicere, & utrumq; demonſtrare eodem argumento, quo p[illegible]us. [illegible] ſectaria ante ſunt 41 & 42 é parallelogr[illegible] definitione, ut ad 6 e 1[illegible] p[illegible]

42 *Dato triangulo æquale parallelogrammum conſt[illegible]ere [illegible]n dato rectilineo [illegible]* Demonſtratio inde eſt Euclidi. At conſe[illegible]

43 *Omnis parallelogrammi circa diametrum parallelogrammorum complement[illegible] æqualia inter ſe ſunt.*

Diagonalia & complementa quid ſint, docuim[illegible]s 10 e 10 geometriæ. Di[illegible]meter hic pro diagonio ſumitur. Quod vero & generaliter hic inſtituer[illegible] dum fuer[illegible], Omne parallelogrammum æquari q[illegible]a[illegible]uor parallelogrammis duobus diagonalibus & duobus complementis, i[illegible] poſtea 4 p 2 Euclides ſpecialiter propo[illegible]t de quadrato, ut tum etiam admon[illegible]b[illegible].

44 *Ad datam rectam dato triangulo æquale parallelogrammum com[illegible]rare in dato angulo rectilineo.* 44 & 45 ſunt conſect[illegible] 4[illegible], ut patet ad 10 e 10: 44 p[illegible] inventum eſt, & Pythagoreæ muſæ proprium, [illegible]n quo Proclus expoſuit a[illegible]te q[illegible]id eſſet παραβάλλειν comparare. Cum datum ſpatium toti datæ rectæ applicatur, tum ſpatium illud dici[illegible]ur [illegible]omparari, at ſi ſpatium data recta majus ſit, tum [illegible]ur ὑπερβάλλειν [illegible]d[illegible]re. [illegible]lit ἐλλείπειν deficere dicitur. Sic veteribus παραβ[illegible], ὑπερ[illegible], nomina planorum erant datæ rectæ æqualiter vel [illegible]æqualiter applic[illegible]t[illegible]um [illegible]omparatorum, ut hic Euclid[illegible] & in ſex[illegible]bro[illegible] 2[illegible], 28, 29[illegible], quæ re[illegible]ntio[illegible]us facta ſunt nomina linearum conicarum. Quæ[illegible]t hic Pro[illegible], [illegible] Euclides utatur problema[illegible] ratione parallelogrammi cum triangulo, qui ſi[illegible] uſus theorematis in ratione tri[illegible]uli cum triangul[illegible], reſpondet ſpeciei cum ſ[illegible]e æqu[illegible]tatem [illegible]promptam & [illegible]cilem & ſola cogitatione c[illegible] autem ſpeciei [illegible]qualitatem machinalem eſſe & inventu diffi[illegible]. At[illegible] [illegible]allelogrammum triangulo æquatum eſt in eadem baſi & in [illegible]dem parall[illegible]

th[illegible]

theoremate, & totum problematis ac theorematis diſcrimen nullum ſit, ſi verbis ajus proprietas problematum tota eſſet expreſſa, totumque ideò illud genus differentiæ in mathematicas artes temeré & ſophiſticé inductum eſſe tertio libro ſcholarum mathematicarum docuimus.

45 Dato rectilineo æquale parallelogrammum conſtituere in dato rectilineo angulo.
Proclus ait hoc problema ſuperioribus proximis duobus eſſe καθολικώτερον, quia complementis utitur, neque triangulo tantum, ſed cuilibet rectilineo parallelogrammum æquat, at conſectarium ſpeciale potius eſt ex utroque. Nec rectilineo ſimpliciter parallelogrammum hic æquatur, ſed triangulis rectilineum componentibus. Nec aliud hic proponitur quàm quod 44 p 1, niſi quód illic recta datur quæ hic libera eſt. Specialis eſt ad iſtam ultima propoſitio ſecundi. Hæc enim æquat parallelogrammum rectilineo, illa quadratum parallelogrammi ſpeciem. Eſt autem hæc una propoſitio pro trapeziis & multilateris omnibus: nec enim dimetiendis hiſce figuris alia eſt in elementis geometria, præter iſtam rectilinei ad parallelogrammum reductionem: Tum enim ſi parallelogrammum rectangulum ſit, multiplicatio longitudinis per latitudinem aream metietur. Itaque angulus hic datus aſſumendus eſt rectus ut dimenſionis geometria procedat. Proclus putat mathematicos iſta propoſitione excitatos ad inquirendam quadraturam circuli: quia parallelogrammo æquaretur rectilineum, cui circulus adeo finitimus ſit. Archimedi autem viſus eſt circulus æqualis triangulo rectangulo, cujus unum rectanguli latus ſit æquale radio, baſis perimetro. Sed de hoc aliâs.

46 E data recta quadratum deſcribere.
Subtilior eſt hic Proclus in differentia conſtitutionis, & deſcriptionis tanquam iſta vocabula ideo diſtinxerit Euclides, quod conſtitutio fiat ex multis, ut trianguli, ut anguli, deſcriptio ex uno, ut circuli, ut quadrati. At ἀναγράψαι deſcribere etiam ſexto libro dicit Euclides rectilineum quodcumque, nec iſtam differentiam hic ſpectavit. Sed enim (ait hic etiam Proclus) duas figuras ex omni genere rectilinearum Euclides præſtantiſſimas ſuis problematis præcipué inſtituit, triangulum æquilaterum prima propoſitione, modó quadratum, quia ex æquilateris triangulis conſtant icoſahedrum, octahedrum, pyramis, é quadratis cubus. Verúm de æquilatero jam dictum eſt, ut ejus conſtitutio generali trianguli conſtitutione contineatur, & ſicuti parallelogrammi conſtitutio quamvis pernece ſſaria, tamen præcipuo problemate ab Euclide non exponitur, ſed é 31 & 33 deducitur, ſic é ductu perpendiculi & parallelæ deſcriptio quadrati percipitur, nec aliud hic Theon adhibuit. Atque uti ductio, continuatio, deſcriptio peripheriæ, uti conſtitutio trianguli, rectanguli, obtuſanguli, acutanguli, parallelogrammi, oblongi, rhombi, rhomboidis, trapezii cæterarumque figurarum principii loco ſumitur, non demonſtratur: ſic cum definitum eſſet quadratum, parallelogrammum æquilaterum & rectangulum, protinus intelligeretur é perpendiculis & parallelis æqualibus conſtituendum. Quare problemate præcipué nihil hic opus eſt, & nos conſectarium fecimus.

47 In rectangulis triangulis quadratum lateris rectum angulum ſubtendentis æquale eſt quadratis laterum rectum angulum comprehendentium.

Pluraliter propoſitio loquitur, ſingulariter tamé eſt intelligenda, qualis Grammatica fuit ad 5 p 1. Tertium veró hic eſt Pythagoreum inventum, primum ſiquidem fuit, tres angulos interiores duobus rectis æquari, ſecundum parabolæ parallelogrammi ad datam rectam, tertium hoc denique, in quo poſtremo præcipué celebrandus eſt Pythagoras (ait Proclus) ſed multo magis Euclides, quia non ſolúm perſpicué pythagoreum theorema demonſtrarit, ſed quia καθολικώτερον, 31 p 6 docuerit, quo demonſtratur æqualitas cujuſcumque figuræ, é baſi cum figuris laterum, & demonſtratur per cauſſam, quæ nulla hic eſt. Denique pleraque ait Proclus) in ſexto uniuerſalia eſſe, quæ primo in libro ſpecialiter oſtenduntur, quod & verum & veré dictum, & tautologia hic erit propoſitionis decimæ quintæ: Quatuordecim enim antea ſpeciales animadverſæ ſunt. Et Proclus enim ſimiliter hic Euclidem, atque antea excuſat, & laudat, quod ſine proportionum doctrina præcipi de iis non poterat, quæ ſunt in ſexto libro: proportiones autem doceri 5 libro. Hæc excuſatio eſt Euclidis a Proclo. At (inquam Procle diligentiſſime) doctrina rationum & proportionum, quæ eſt 5. lib. totam Geometriæ doctrinam præcedere & poterat & debebat. Eſt enim omnino aut logica aut arithmetica, ideoque natura prior quám Geometria, & ut totas Euclidis demonſtrationes in quinto libro conſideres, nullum elementorum præcedentium proferri ab Euclide deprehédes, Et Euclides ipſe 3 lib. etiam rationem & proportionem circulorũ tradidit, nódum tamen tradita quinti libri doctrina. Quare Procli excuſatio ab Euclide ipſo refellitur. Laudat igitur Proclus Euclidem quidem vera laude, quod magis uniuerſalia præſentibus theorematis habeat, ſed non vera laude laudat, quod uniuerſalia poſtponat, quæ methodi judicio præcedere debuerant, ut inde ſpecialium theorematum cauſſæ, principiaq; perciperentur. *Itaque*

Si duo triangula rectangula ſunt in eadem baſi anguli recti, bina crura idem poterunt. Ut hic. Et

Si baſis trianguli rectanguli ſubtendit acutum angulum, minus poteſt cruribus duplici quadrato cruris minoris. Ut hic quadratum de 3. Campanus hic addit duorum quadratorum alteri gnomonem circumponere reliquo æqualem.



48 Si trianguli ab uno latere quadratum æquale ſit reliquorum trianguli laterum quadratis, comprehenſus angulus á reliquis trianguli lateribus rectus eſt. Converſa eſt ſuperioris theorematis, & probatur præcipué per proximam & per octavam, cum tamen converſæ probari ſoleant per impoſſibile ut 6. 14. 19. 26. 39. 40 p. Attamen hæc etiam converſa in generali quoque comprehenditur, ut nos 5 e 81 docuimus.



LIBRI NONI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. X. IN II. LIB. *elementorum.*

SEd hactenus primus liber doctrinam habuit de lineis, triangulis parallelogrammis, valdé obſcuram & veræ logicæ valdé contrariam, non ſolúm quia multas definitiones partitioneſque omittit, ſed quia pleraque generalia ſpecialiter inſtituit, ut in linea recta paralleliſmum qui eſt omnis lineæ communis, ut in angulo plano rectum, obtuſum, acutum, quæ ſunt omnis anguli communia. Pari vitio propoſitiones undecim 1.16.17.35.36.37.38.39.40.47.48. ſpeciales generalibus ſuis præpoſitæ ſunt, item quæ conſectaria eſſent, tanquam principales demonſtratæ, 41.42.44.45. ſeptima prorſus inanis eſt, cum ſit eadem cum octava. Linearum parallelarum proprietates confuſæ ſunt: toto denique libro de lineis & triangulis hyſterologia multa eſt. Ita expoſita eſt doctrina linearum ſuperficiei trilateræ in ratione trianguli, tum quadrilateræ in parallelogrammorum ratione, & tandem etiam quadratorum. Secundus liber comparat deinde parallelogrammum rectangulum cum rectangulo propoſitione prima, quadratum cum rectangulo & quadrato 4 & 12: cum quadrato 9 & 10. oblongum cum rectangulo & quadrato 3. cum quadrato 11. 14. 2. 5. 6. 7. 13. 8. Totus enim liber ſic eſt in comparatione æqualitatis. De doctrina autem decem primarum propoſitionum Proclus ſuperiore libro ſententiam ſuam expoſuit, ſectiones decem primarum propoſitionum communes eſſe arithmeticæ & geometriæ, ſymmetriam quidem arithmeticæ eſſe propriam, ab eaque ad Geometriam ſpecie & ratione pervenire, quod eſt verum: figuram veró propriam eſſe Geometriæ, ab eaque ad Arithmeticam κατὰ ἀναλογίαν καὶ αἰτίαν ſuccedere, qua de re diximus ad 9 e 41. Numeros figuratos interpretes eſſe quarundam in figuris affectionum, non omnium: & arithmeticam talem eſſe non ſimpliciter arithmeticam, ſed arithmeticam geometriam. Definitiones duæ ſunt ſecundo libro, eas videamus.

1 Περιέχεσθαι καὶ περιοχὴ comprehendi & comprehẽſio nomina ſunt figuræ geometricæ, ut primo libro ſatis eſt intellectum. Illic tamen pauló ſecus 20.21.22.23. uſurpatur illud verbum. Comprehenſio enim geometrica in rectangulis arithmeticæ multiplicationis ſimilis eſt, & ſic fieri numerus é numeris inter ſe multiplicatis dicitur quo rectangulũ é duabus rectis cõprehendi. Itaque & numerus rectanguli hic eſt interpres, & planus pro rectangulo appellatur poſtea ab Euclide in libris arithmeticis. Definitio autem rectanguli non ſatis accurata eſt. Nam rectangulum definiendum erat parallelogrammum, quod rectos angulos habet. Atqui

definitio iſta docet non quid ſit, ſed quomodo fiat, nempe rectæ lineæ ductu in lineam, ſicuti fluxu puncti antea recta & peripheria facta eſt. Definitio tamen recté & ordine ab Euclide iſto loco adhibita, multoque melius de cæteris illis antea definitionibus feciſſet Euclides, ſi ſuo quamq; generi præpoſuiſſet. Mirum autem eſt hic rectanguli fabricam poſtulari ab Euclide, cum antea fabrica parallelogrammi & quadrati demonſtrata ſit.

2 Definivit Euclides parallelogrammum rectangulum, non definivit gnomonem rectangulum, ſed qualiſcumque parallelogrammi, ideoque gnomonis definitio, protinus poſt parallelogrammi proprietatem illam, quæ 43 p 1 continetur, collocanda fuit, ubi parallelogramma & ad diametrum & eorum complementa proponuntur. Gnomo autem rectangulus ſecundo libro adhibetur in demonſtrationibus. Gnomo obliquangulus etiam erit 27. 28. 29 p 6. Itaque generaliter definiri potuit. fuit etiam veteribus mathematicis gnomon in numeris uſitatus, quidnam autem eſſet Grammaticus, 3 Ariſtotelis phyſico definit é tribus quartis unius quadrati numeri. Geometricum veró gnomonem ex iſto geometriæ loco definit. Sed gnomo etiam trianguli dici poſſit, præſertim rectanguli, cujus duo crura angulum rectum comprehendentia proprié gnomam ſeu gnomonem faciunt: ſed alius tum ſenſus fuerit. Propoſitiones ſequuntur.

1 Propoſitiones primæ decem habent materiam problematicam de ſectionibus linearum, & tamen theorematicé propoſitam, ut monui tertio libro. Sed quatuor ex iis primæ Geometriam demonſtrationum prorſus admirabilem habent ad res per ſeſe claras & manifeſtas explicandum. Prima propoſitio generalem rectangulorum inter ſe comparationem habet ex illo principio logico inde manifeſtam, quod totum ſuis partibus ſit æquale, quo é principio præcipué demonſtrandæ fuerant quatuor propoſitiones primæ: Si quid tamen præter numeros demonſtrationis requirerent. In prima veró propoſitione Theon mirificus eſt demonſtrator: tanquam enim problema poſitum eſſet ad conſtituendum figuram, & conſtitutam demonſtrandum: ita hic & perpendiculis & parallelis figuram conſtituit, & conſtitutam talem eſſe demonſtrat. At ô Theon erudiſſime, quid agis? Theorema tibi (ut exiſtimas) propoſitum eſt de figurarum poſitarum & conceſſarum æqualitate, quomodo definitum eſt á Proclo theorema antea, quomodo toto libro ſuperiore theorematum figuræ poſtulantur & conceduntur, at de æqualitate iſta nihil reſpondes, neque demonſtrationem ullam commentaris, quamobrem propoſita rectangulorum æqualitas vera ſit: nec aliud porró hic allegari poterat, quam totum æquari partibus, aut convenire, ideoque æquari. Deinde cur non primo rectangulum ex integris rectis propoſitis conficitur? cur non proximé rectangula ex inſecta, & alterius ſegmentis conficiuntur? an datæ ipſæ non poterant ad angulum rectum conſtitui? Credo, tranſlatio linearum erat mathematicis indigna. At Euclidi iſta ἐφάρμοσις principium fuit 4, 8, p 1. Sed illud videlicet erat, nulla demonſtratio fuiſſet: Res enim per ſe clariſſima erat ex illo principio, Totum partibus æquari

æquari, aut convenire. Itaque ex aliis lineis figura fuit inſtituenda, quæ probetur æqualis propoſitæ. Quare quiſquis συχνὰς demonſtrationes has primus commentus eſt, non animadvertit quod erat in quæſtione poſitum, Ariſtoteliſque Lycophronem illum imitatus eſt, cui cum propoſitum eſſet ex arte lyram commendare, in res alienas abiit.

2 In hac propoſitione & ſequentibus (utlibet) ſignificat æqualiter vel inæqualiter: & duas partes Euclides intelligit, quamvis de pluribus ſegmentis propoſitio poſſit accipi. Propoſitio prima rationem communem habet omnium rectangulorum. Deinceps ſpecialis erit ratio de quadratis & oblongis. Itaque quadrati & definitio & proprietas & inventio huc interveniebat, de quibus in arithmeticis libris Euclides: Et tamen Euclides in hac propoſitione, ut in ſequẽtibus, generali rectanguli nomine abutitur pro ſpeciali oblongi, ſpeciale quadrati nomen expreſſit, quoties res tulit, oblongi nuſquam niſi in definitione. Quare ſi res ſuo nomine dicatur, propoſitio ſic erit.

Si recta linea ſecta ſit utlibet, oblonga totius & ſegmentorũ æqualia ſunt totius quadrato. Et hæc propoſitio propoſitiones 14. 4. 12. 9. 10. ſequi debebit, quia illæ comparationes altiores habent quadrati cum rectangulo, vel quadrato. Theonis logica hic ſimilis eſt ſuperiorum: demonſtrat enim figuras rectangulorum, quæ ex ipſa theorematis communi lege poſtulabantur, & aſſumebantur: æqualitatem rectangulorum, quæ ſola demonſtranda proponebatur, omittit. Sed in hac propoſitione Theonis etiã Logica inſignior eſt, quod conſectariũ hic eſt, & enthymema é ſuperiore. Propoſitio enim eſt ſyllogiſmi. Rectangulum é duabus rectis, & rectangula ex altera inſecta, & alterius ſegmentis ſunt æqualia, at hic quadratum ut oblonga ſunt illa rectangula, ſunt igitur æqualia. Hic ſyllogiſmus propoſitionem habet é 1 p 2, concluſionem é 2 p 2: hic ſi ullam ſyllogiſmi ſpeciem Theon attendiſſet, perfecto enthymemate perfectum quoque demonſtrationis judicium attendiſſet, nec aliam demonſtrationem exquiſiſſet. At tanquam ſyllogiſmi judicium inconſtans aut infirmum ſit, fabricas figurarum machinatur: de quibus tamen quæſtio nulla eſt, ut æqualitatem iſtam judicatam ſyllogiſmo & concluſam, veluti neque judicatam, neque concluſam demonſtret. Atque illa eſt Theonis vel Euclidis logica, de qua tertio libro dictum eſt. Poſito æqualium angulorum axiomate indicavimus quæ aſſumptiones é propoſitionibus Euclidis concluderentur. At illorum in Euclide ſyllogiſmorum fundamentum tam manifeſtum non erat. Hic veró nominatim collocata eſt in prima propoſitione, prima ſyllogiſmi pars, unde ſecunda aſſumitur, & concluditur. Quinetiam ut conſectarium illud non cogitetur, attamen æqualitas é convenientia rem manifeſtam faciet. Quare qui Theonis iſtas demonſtrationes expendere volet, Theonem in logica non ſatis verſatum & exercitatum judicabit.

3 Etiam iſta propoſitio rectanguli nomine primo loco proponit, quod debebat oblongi nomine dicere, ſic nempe.

Oblongum é tota recta & altero ipſius ſegmento æquatur rectangulo utriuſque ſegmenti, & prædicti quadrato. At tum (ut antea monui) hyſterologia percipietur, hic enim oblongum cum utroq; genere comparatur. Theon etiam hic quæſtionem oblitus nihil de propoſita rectangulorum æqualitate cogitat, perpendiculis & parallelis figuras conſtituit, & conſtitutas demonſtrat. Nec enthymemati é propoſitione & complexione conſtituto addit aſſumptionem, ut ſyllogiſmi judicium compleat, ſed ſyllogiſmi nihil omnino cogitat, compleatur igitur enthymema & judicetur. Rectangulum é duabus rectis & rectangula ex altera inſecta & alterius ſegmentis ſunt æqualia. Sed oblongum é tota & uno ipſius ſegmento & rectangulum ex duabus rectis, & rectangulum ſegmentorum, quadratumque prædicti ſegmenti ſunt rectangula ex altera inſecta & alterius ſegmentis. Quare oblongum é tota & uno ipſius ſegmento, rectangulumq; ſegmentorum & quadratũ prædicti ſegmenti ſunt æqualia. Hunc ſyllogiſmum & hujus enthymatis abſolutum judicium ſi conſideraſſet Theon, alio genere demonſtrationis ſuperſediſſet. Argumentum ex illo totius & partium principio vidiſſet, & argumentationem aſſumptione addita compleviſſet. Quamobrem & hæc altera Theonis demonſtratio rem agit non ſolùm à propoſita æqualitatis quæſtione alienam: ſed ſyllogiſmo id eſt primo humani judicii fundamento repugnantem atque contrariam. Atque hic etiam convenientia abſque conſectario illo ſatis eſſe poterat.

S recta linea ſecta ſit utlibet, totius quadratum æquale erit ſegmentorum quadratis & duplici ſegmentorum rectangulo. Hæc propoſitio comparat ſpeciem cum genere & ipſamet ſpecie. Itaque præcedere debuit 2 & 3. Theon veró etiam figuras fabricatur, & eas demonſtrat, tacet de poſitæ æqualitatis quæſtione: At hic etiam conſectarium eſt é 43 p 1, quæ generalis ad iſtam fuerit. Parallelogrammum ſiquidem æquatur quatuor ejuſmodi particularibus parallelogrammis, & diagonalia quadrati totius eſſe quadrata 24 p 6 demonſtrat, quæ hanc præcedere debuit, generalis quippe de parallelogrammo, ut nobis item præcedit. Hinc ſequitur rectam poſſe quadruplum ſui dimidii, unde & Camp. 11. 12. 13 p 14.



Latus trianguli æquilateri poteſt ſeſquitertiam perpendicularis a vertice. Nam perpendicularis (ut hic *ao*) biſecat baſim per 26 p 1. & cum *oe* (cujus *ae* poteſt quadruplum) poteſt æquale ipſi *ae* per 47 p 1. Itaque ſublato *eo* quadratum *ae* erit ad quadratum *ao*, ut 4 ad 3.

5 *Rectangulum hic etiam pro oblongo.* Theon veró hic deſiit fabricam figurarum demonſtrare. Demonſtrat enim quæſtionis æqualitatem. Demonſtratio autem prompta fit ex 8 axiomate, quæ inter ſe conveniunt, & per 35 p 1, cum reliqua ſint parallelogramma æquealta, latera enim quadrati diagonalis ſunt altitudines, & baſes ſunt æquales eidem. 6.7.8 p 2. congruentia item contentæ fuerint. Nam inter ſe conveniunt, & reliqua parallelogramma æqualia per 36 & 43 p 1. Octavam autem nonam & decimam omiſimus, quia nullus earum ſolidus fructus nobis notus eſſet, ſi quis notaverit admoneto.

11 Datam

11 *Datam rectam ſecare, ut totius & ſegmenti rectangulum æquale ſit reliqui ſegmenti quadrato.* Quæſtio autem hæc rectanguli nomine abutitur pro oblongo. Eſt autem uſus ſectionis hujus magnus, ut conſtabit é 10 p 4, & apud Ptolemæum 1 lib. cap. 9. ſed præcipué in totis myſteriis corporum ordinatorum quę imprimis ſectione iſta proportionali continentur. Deniq; Chriſtianis quibuſdam divina quædam proportio hic animadverſa eſt, ut inde una trinitas, & unitas trina conciperetur, quæ tota ſit in toto, & in parte qualibet, totum in magno, totum in parvo, principium unicum pulcherrimum ac beatiſſimum.

12 & 13 Loquuntur pluraliter quod de uno ſingulari triangulo ſit intelligendum, ut 5 & 47 p 1 loquebantur.

14 Converſa ejus quædam eſt in corporum ordinatorum inſcriptionibus.

Si recta perpendicularis diametro eſt proportionalis inter ejus ſegmenta, terminatur in peripheria. At iſta perpendicularis eſt media proportionalis quæ docetur 13 p 6, quæque ad hanc generalis eſt. Quamobrem é quatuordecim propoſitionibus ſecundi libri, prima continet rationem rectangulorum decima quarta, quarta, & duodecima, quadrati cum rectangulo & quadrato, nona & decima, quadrati cum quadrato: undecima ſecunda, tertia quinta, ſexta ſeptima, decima tertia, octava oblongi cũ quadrato, quæ nec ſpeciatim diſtinctæ ſunt, nec idoneo ordine diſpoſitæ.

LIBRI DECIMI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM

LIB. XI. IN TERTIVM ELEMENTORUM DEFINITIONES.

DEcem definitiones circularis geometriæ ſuo ſubjecto generi præponuntur, pauló diligentiore logica quàm præpoſitæ ſunt primo libro. Rectius tamen erat ſuæ quamque ſpeciei præponi.

1 *Æquales circuli ſunt, quorum diametri ſunt æquales, aut quorũ quæ ex centris æquales ſunt.* Quæ ex cẽtris, periphraſis eſt radii. Eſt autem æqualib. circulis inſitũ, ut æqualẽ & radium & diametrum habeat, imó veró æqualia radiorũ & diametrorũ quadrata, quod etiã 2 p 12 propoſitũ eſt: æqualitas itẽ eadẽ é peripheriis ſumi poteſt, æquales eſſe circulos quorũ peripheriæ ſunt æquales, quod in aliis figuris rectilineis falſum eſt: nec enim rectilinea ſunt æqualia quorum perimetri ſunt æquales. Contra circulorũ inæqualitas percipitur, quorũ nempe vel radii, vel diametri, vel peripheriæ ſunt inæquales, vel a radiis & diametris inæqualia quadrata, æquales autẽ circuli definiũtur, nõ definiũtur ſimiles, quia omnes omnibus ſimiles ſunt. Contra autẽ pauló póſt definientur ſimiles ſectiones, non definientur æquales. Et tamen æqualitas communis eſt ſphæræ. Itaq; in rotunda figura communiter adhibuimus, neq; veró definitio hic eſt, ſed proprietatis expoſitio.

2 *Recta circulũ tangere dicitur, quæ tangens circulum, & producta non ſecat circulum.*

3 *Circuli tangere ſeſe dicuntur, qui tangentes ſeſe, non ſecant ſeſe.* Hæ duæ definitiones ſpecialiter definiunt vim verbi quam ſequuturus eſt Euclides in hoc libro & quarto. Tactus autem videtur hic effici proprius peripheriæ, quæ tangitur á recta vel á peripheria: circulum enim geometra in his definitionibus, ut ſæpe poſtea, uſurpat, pro peripheria.

4 *In circulo æqualiter diſtare á centro rectæ dicuntur, quando á centro ad ipſas perpendiculares actæ æquales ſunt: magis autem diſtare dicitur, in quam major perpendicularis cadit.* Euclides vocat hic lineas in circulo, quas appellat quarto libro ἐναρμοζομένας congruentes, quas Ptolemæus vocat inſcriptas: & ita intelligendam Euclidis definitionem, docebit hac de re propoſitio decima quarta hujus libri. Recta igitur inſcripta triangulo ſic diceretur recta in triágulo, quomodo & nos in geometria loquimur. Neque hic magis definitio eſt, quàm primo elemento fuit, ſed proprietas perpendiculi altitudinem conſtituentis.

5 *Sectio circuli eſt comprehenſa figura & á recta & á circuli peripheria.* Hæc definitio ſine cauſſa primo libro adhibita eſt, ut circuli & ſemicirculi, quia totis ſuperioribus libris nullus circuli, nullus ſectionis circularis uſus fuit, ſed tantúm peripheriæ & radii. Hæc autem definitio non generaliter quamlibet circuli partem, ſed ſpecialiter eam partem, quæ duabus lineis comprehenditur, recta & peripheria, & recta mox 7 d 3 dicetur baſis ſectionis, ut 23. 24. p 3. Atque ut circulus in genere obliquilineorum prima figura eſt unius lateris, ſic ſectio eſt bilatera & biangula.

6 *Sectionis angulus eſt qui comprehenditur á recta & circuli peripheria.* Mathematici recentiores chordam & arcum hic appellant, quod Euclides dicit rectam & peripheriam. Itaque inſcripta bis binos ſectionis angulos efficit, duos deinceps una parte, duos reliqua.

7 *In ſectione autem angulus eſt, quando in peripheria ſectionis ſumptum fuerit aliquod punctum, & ab ipſo in fines rectæ, quæ eſt baſis ſectionis, connexæ fuerint rectæ, comprehenſus angulus á connexis rectis.* Id eſt, angulus in ſectione eſt angulus comprehenſus a duabus rectis in peripheria terminatis, & cum baſi ſectionis connexis. Itaque angulus in ſectione rectilineus eſt, angulus autem ſectionis eſt miſtilineus. Angulus igitur in ſectione dicitur illo modo, quo dicitur recta in circulo. Angulus enim hic in ſectione eſt angulus inſcripti trianguli, neque circuli quidquam habet præter aream.

8 *Cum autem comprehendentes angulum rectæ aſſumunt quandam peripheriam, in illa dicitur inſiſtere angulus.* Hic βαίνειν verbum, ſuam ἐνέργειαν habet, qualis erit in propoſitionib. hac de re 20 p 3. ubi nominatim appellatur baſis anguli talis peripheria: item 26. 27. p 3. unde intelligimus peripheriam in qua angulus inſiſtit & innititur, eſſe anguli baſim, non autē eam, quæ anguli latera comprehendit, & quod ſubtendi fuit in triangulis, id nunc eſt inſiſtere, & revera ſubtenſæ dicuntur peripheriæ, quæ ſunt baſes angulorum, imó Euclides ipſe nominátim hoc ipſum ὑποτείνειν verbum adhibet ad 20 p 3. Angulus tamen in peripheria ita nominatur, ut in ſectione: & pars peripheriæ ſuperior (in qua comprehenditur angulus) diceretur capere angulum,

gulum, at ſectio capere dicitur. Denique alia peripheria intelligitur, in qua eſt angulus, alia in qua inſiſtit: ſuperior illa facit arcus laterum, iſta baſim. atqui etiam hæc definitio partem quandam circuli comprehendit non nominatam ab Euclide: nec enim ſemicirculus eſt, neque ſectio major, aut minor, imo omnino Euclidis ſectio non eſt, quia non eſt figura comprehenſa à recta & peripheria, comprehenditur enim à duabus rectis, & peripheria, ſed mox hac de re ad 9 d 3.

9 *Sector circuli eſt, quando ad centrum ipſius circuli ſteterit angulus. figura comprehenſa à rectis angulum comprehendentibus, & aſſumpta ab iis peripheria.* Atqui hæc etiam definitio aſſumptam peripheriam oſtendit eſſe baſim anguli. Sector major reliqua pars circuli appellatur ab Archimede, ſed ſector omnino dici poſſit in centro, vel extra centrum: in centro minor vel major, æqualis enim faceret ſemicirculum, neq; comprehenderet in centro angulum. Sector extra centrum eſſet figura octavæ definitionis, & reliquæ omnes majores cētri ſectore. Sed de his figuris geometria nulla erit futura, & iccirco videntur earum definitiones omiſſæ. Sector tamen in cētro & ſector in peripheria dici poſſunt. angulus veró duabus rectis in cētro cōprehenſus non appellatur angulus ſectoris, neq; angulus in ſectore, ſed in cētro, ut 20.26.27.p.3. Itaque quadruplex angulus hic conſideratur, ſectionis, in ſectione, in peripheria, in centro. Hique omnes anguli in circulo appellantur.

10 *Similes ſectiones circuli ſunt, quæ capiunt angulos æquales, vel in quibus anguli æquales inter ſe ſunt.* Theodoſius ſecundo libro de ſphæra ſic uſurpat arcus ſimiles theoremate decimo. Atq; hic anguli duplices innui videntur in ſectione & ſectionis, cum dicitur per disjunctionem, quę capiunt angulos æquales, vel in quibus anguli æquales inter ſe ſunt, attamen in propoſitionibus hac de re 23.24 p 3 anguli in ſectione tantum judicantur, non anguli ſectionis. Similitudo autem ſpecialiter hic definitur, ut poſtea in ſexto, ſeptimo, undecimo. Rationales ſunt omnes inter ſe numeri, non omnes inter ſe magnitudines, ſed homogeneæ tantum, ut dicetur quinto libro. Proportio item in numeris una generaliter definitur: ſimilitudo (quæ ſpecies proportionis quædam eſt) non uno modo in magnitudine definitur, aliter definitur ſimilitudo figurarum rectilineorum ſexto libro, & ſolidarum undecimo. Rotundæ homogeneæ ſunt omnes omnibus ſimiles, nec ideo definiuntur: miſtorum autem ſimilitudo aliter nunc definitur in planis, ſectiones enim circuli miſtæ ſunt figuræ. Itaque in figurarum differentiis videmus ſimilitudinis differentes definitiones, pro quibus una generalis eſſe debuerat: ſed hac de re in geometria 14 e 4 & poſtea rurſus 1 d 6. Atqui definitio non magis hic eſt quam fuit primo & quarto loco, ſed conſectarium eſt ex illa generali definitione: ut nobis eſt 13 e 16. Tertius liber materiam minus confuſam quam ſuperiores habet: totam enim circularis geometriæ materiam feré complectitur, & diſtribuit minus perturbaté quam antea factum ſit.

PROPOSITIONES.

1 *Dati circuli centrum invenire.* Sententia eſt. Si [illegible] inſcriptam recte biſecat, [illegible] culi, ejuſque medium [illegible] erit, [illegible]. Tres propoſitiones 1 [illegible].4 diametri circularis proprietatem obſcurius comprehendunt. Demōſtra-

tio Theonis ad primam hic eſt per 8 p 1, quia pars eſſe[illegible] æqualis toti: ac ſi dicatur cẽ[illegible]trum in ſecantis alio loco eſſe, idem accid[illegible]t. Nos cauſſam 6 e 15. propoſuimus. Et valde ridiculum atque ineptum eſt poſitis circular[illegible] geometriæ principiis non potuiſſe primam ſ[illegible]ltem propoſitionem directé per ea demonſtrari, niſi impoſſibile adhibe[illegible]tur.

2 Theon adhibet hic impoſſibile ex 16 & 18 p 1. At hęc propoſitio patet é definitione lineæ rectæ, quæ breviſſima eſt intra eoſdem terminos. Hinc autem colligitur circulũ eſſe polygoniam infinitorũ angulorũ, nec peripheriam eſſe compoſitam é rect[illegible]s infi[illegible]itis, quia recta intra duo quælibet peripherię puncta, intra circulum cadet. Certé propoſitio continet quandam [illegible]efinitionem rectæ circulo inſcriptæ, quæ nempe utrinque in peripheria terminatur, & de qua eſt 7 d & 1 p 4. & tamen quicquid [illegible]ic e[illegible]t, poſtulatur ab Archimede 1 & 2 d 1 de ſphæra: quód linea qu[illegible]d [illegible]perficies ad eaſdem partes obliqua non cadit extra, poſtulatur idem primo [illegible]orr. quod figuræ eodem obliquæ centrum intus ſit.

3 Tertia & quarta propoſitiones rationem quandam æqualitatis & inęqualitatis de ſegmentis i[illegible]ſcrip[illegible]rum continent, quorum proportio dicetur ad 35 & 36 p 3. Theon demonſtrat diame[illegible] proprietatem per eandẽ jam 1 p 3 pręaſſumptam, jubet enim centrum per co[illegible] 1 p 3. inveniri, quod conſectarium fuit præſens iſta proprietas: logica igit[illegible]r iſta valde eſt ἄλογος.

4 Theon probat per impoſſibile é proxi[illegible]a: At enthymema eſt é diametrorum proprietate, ſic. Si inſcriptæ ſint biſe[illegible]æ, ſunt diametri. Ergo ſi non ſint diametri, non ſunt biſectæ. Neque tamen propoſi[illegible]io apodi[illegible]icé proponitur per inficiati[illegible]nem, cujus nullus ſyllogiſmus eſt, n[illegible] demonſtratio, ut antea dictum eſt. Quare trium propoſitionum primæ, tertiæ, quartæ, materia tant[illegible] diametri proprietatem continet, qua inventa, centrum quoque eſt inventum, medium qu[illegible]p[illegible] diametri.

5 Th[illegible] ex defini[illegible]ione radii & p[illegible]o a[illegible]mate deducit totum parti æq[illegible]ari.

6 Theonis demonſt[illegible]atio ſuperi[illegible] ſimilis. Atqui propoſitiones hæ duæ neg[illegible]tione proponuntur, ut quarta, neque hic propoſitionis materia potius eſt, quam principii. Nam circulorum ſeſe ſecantium, vel ſeſe tangentium diverſum eſſe centrum pe[illegible] ſ[illegible] ma[illegible]ife[illegible]tum eſt. Si duo autem circuli homocentr[illegible] & æquales ſeſe tange[illegible]t, erit unus. Nam (ut Vitellio petit) cum duę planę ſuperficies ſeſe contingũt, [illegible] ſuper[illegible]ies efficitur, imo Euclides ante Vitellionem, ſi non verbo, certé [illegible] pet[illegible]t. Quod enim aliud eſt ἐφαρμόσεις ad 4 & 8 p 1 ad 23. 24. 3[illegible] p 3? Hæc igitur materies poſtulati fuerat.

7 Propoſitiones duæ proximæ videntur é 15 p 3 deductæ, neq; omnes admodum demonſtratione [illegible]gere. Quod autem addit Euclides ad [illegible]tramque minimæ partem, id commune eſt etiam ad utramque maximæ partem: Denique ge[illegible]ter id enunciari poteſt. Duæ dun[illegible]t utri[illegible]que in dato puncto ſunt æquales, & cauſſa æqualitatis videtur é 4 d 3, non [illegible]s comparationibus.

8 Dem[illegible]ſtratio Th[illegible] ad utramque partem [illegible]mæ [illegible] puncto, & ſolæ æqual[illegible]

Demon-

Demonſtratio æqualitatis eſt per quartam primi, & quod ſolæ per quartam [illegible] præſentis propoſitionis.

9 Theonis demonſtratio duplex, altera per 8 p 1. altera per quartam [illegible] ſeptimæ. at ſecunda hæc promptior eſt, & conſectarium protinus eſt ex illa [illegible] parte ſeptimæ. Syllogiſmus enim eſt. Si punctum diametri non eſt centrum, duæ ſolæ rectæ ſunt æquales. Ergo ſi non ſolæ duæ ſunt æquales, punctum illud [illegible] cētrum & illud eſt, quod tertio ſcholarum mathematicarum libro monui, ſyllogiſticas complexiones ab Euclide & Theone demonſtrari.

10.11.12. Propoſitiones tres proximæ demonſtrationes leves quidem, ſed tamen faciles habent.

13 Theon primum impoſſibile deducit ex undecima, quod pars eſſet major toto, ſecundum contra 2 p 3.

14 Theonis demonſtratio eſt per 3 p 3. & per 47 p 1. at cauſſa videtur é 4 d 3. unde protinus 14 p 3 concludatur. Atque hæc ſola eſt propoſitio de æqualitate inſcriptarum, qua Hypſicles utitur in ſcholio decimi quarti elementorum, tanquam ſententia ſit communis rotundorum, non propria circulorum.

15 Theonis demonſtratio ſimilis antecedentibus ſeptimæ & octavæ. Imò verò hæc primaria eſt, unde 7 & 8 p 3 deducendæ ſunt. Diameter enim cauſſa eſt hujus univerſæ & æqualitatis & inæqualitatis.

16 Theon cogit in prima parte, quia contra 17 p 1. duo recti eſſent in triangulo, in ſecunda item cogit, quia pars toti æqualis eſſet, atque etiam per 19 p 1. major toto: é ſecunda autem tertiam & quartam deducit. At prima pars [illegible] veritatis cauſſa eſt: Cum enim diametro circulus biſecetur, & perpendicularis rectum angulum [illegible] parte faciat, continuata faciet etiam deinceps rectum, nec ideo recta congruet [illegible] quæ, vel etiam obliqui[illegible] erit. Quare pars iſta prima poſtulanda fuerat. Secunda veró pars quæſtionem altiorem continet. Si angulus cōtactus rectæ & peripheriæ ſit magnitudo, quomodo ea dividi non poſſit. unde quidam moti ſunt ad credendum angulum hunc magnitudinem non eſſe: Ideoque ſemicirculi angulum recto eſſe æqualem, fallique Campanum, qui crediderit dari majus & minus, nec tamen æquale dari poſſe. Quin mirabilius illud eſt, angulum contactus majus [illegible] em eſſe angulo contactus minoris peripheriæ: & tamen [illegible] poſſe. At iſta eadem veterum mathematicorum dubitatio eſt apud Proclum. Quamvis mirabilis iſta res eſt, at tamen vera, ut demonſtratio [illegible] [illegible] illud primo libro poſitum [illegible] lo diſſimiliter oſtēditur, lineas ad rectam propius accedere, nunquam congruere, ut hic complurium circulorum intus ſeſe tangentium [illegible] recta ſit perpendicularis, ſecundi [illegible] propius accedit ad tangentem quam primi, & tertii quam ſecundi, & ſic [illegible] peripheria unquam tam prope accedet, [illegible] tangere, ut hic vides.



19 Theon é conſectario primo proximæ propoſitionis & 4 p 1 demonſtrat.

18 19 Quæ ſequentes propoſitiones factæ ſunt é converſa prima parte 16.p.3. Si recta eſt perpendicularis extremæ diametro, tãgit peripheriam, & ſi tangit peripheriam, eſt perpendicularis extremæ diametro. Verùm pro converſa una diſſectę ſunt duæ, quæ tamen aliam vim nullam haberent: nos itaque conſectaria duo fecimus.

20 Theon duplicem caſum hic adhibet, tertius etiam eſt, quando latus anguli utriuſque commune eſt. Geometria veró novemdecim propoſitionum antecedẽtium adhuc fuit de lineis, excepta particula 16 p 3. deinceps eſt de partibus circuli, ubi quædam reſpondent de triangulis. Atque hic primum de ſectoribus in centro & in peripheria: prima videtur occaſio fuiſſe 21 p 1. vel potius é 1 p 6. diſſimile tamẽ multum eſt in reliquis exemplis, & res in circulis multo uberior eſt, ut mox patebit.

21 Conſectarium eſt e ſuperiore, quia omnes dimidii ſunt ejuſdem anguli in centro.

22 Deducitur é 32 p 1. & 21 p 3. ſatiſq; ſit duos oppoſitos probare duobus rectis æquales. Nã de reliquis patet, ut per 4 e 6. ſed quarti libri materies hæc erit: adde quod geometria hæc congruentior fuerit ad demonſtrandum 32 p 3. propoſitio aũt aptius proponeretur ab oppoſitis ſectionibus. nihil enim adhuc de inſcriptiõe

23 Melius affirmaretur hæc propoſitio hoc modo. Similes ſectiones in eadẽ baſi ſunt æquales, quomodo & proxima affirmatur. Eadẽ aũt parte, quod hic additur, nihil ad veritatem propoſitionis attinet, ad demonſtrationem duntaxat attinet.

24 Non repetitur eadem parte, & conſectarium eſt é proxima, demonſtratur tamen á Theone. Eſt autẽ notabilis in his duabus propoſitionibus ἰφαρμοσις, in prima, quód minor ſectio intelligatur tanquam pars majoris: in ſecũda autem plenius apparet. Ex utraque propoſitione potuit una fieri. Sectiones ſimiles in æquali baſi ſunt æquales, æqualitas enim etiam iiſdem convenit.

25 Theon hic fruſtra tres ſpeciales demonſtrationes adhibet, cum ſit una illa generalis ex inventione duarum diametrorum, imó demonſtratio nulla ſit conſectarium eſt é 1 p 3.

26.27 Theonis demõſtratio hic per varias propoſitiones colligitur, & quidem duplex pro duplici angulo & in centro, & in peripheria, cum tamen propoſitio utraque ſpecialis ſit ad 33 p 6. multoq; facilius per 28 & 29 p 3 probari poſſit, quæ ipſæ præponi debeant iſtis, ut mox intelligetur.

28 Deducitur é 26 p 3. quia primum per 8 p 1 cõcipitur æqualitas angulorũ in cẽtro.

29 Deducitur é 27 p 3. Protinus enim concipitur æqualitas baſium 4 p 1. Atque ex utraq; melius una propoſitio fieret, ſic. Si inſcriptæ circulis æqualibus ſint æquales, ſecant peripherias æquales, & ſi ſecant peripherias æquales, ipſæ ſunt æquales. Sed multo juſtius utraq; poſtularetur, cum ſola convenientia manifeſta ſit. Euclides eodem convenientiæ argumento uſus eſt ad 24, & utetur apertius ad 30 p 3. Quare hæc utraq; propoſitio præponetur 26 & 27 p 3.

30 Hic protinus per 4 p 1. in duobus deinceps triangulis concipitur æqualitas baſium ſeu chordarum per 28 p 3, patet æqualitas arcuum. Atqui propoſitio

iſta

iſta ſingularem ἐφαρμόσεως ſpeciem continet duobus circulis in uno conſiderati, duabus peripheriis in una conſideratis, ut quintum jam exemplum ſit ἐφαρμόσεως à geometra uſurpatæ ad 4.8 p 1. ad 23.24. & nunc ad 30 p 1.

31 Prima pars patet. Quia interior, & deinceps exterior ſunt æquales, cum utrique reliquis trianguli lateribus ſit ęqualis, ut patet per 5 & per 32 p 1. vel quia angulus in ſemicirculo eſt dimidius duorum rectorum. Quæ demonſtratio eſt Ariſtotelis ſecundo poſteriorum & nono philoſophiæ: & converſa quædam hinc aſſumitur 13.14.15.16.17. p 13. Et ſi angulus rectus inſiſtit in diametrum, peripheria per eam tranſit. Reliquæ partes pendent é prima. Theon é prima parte conſectarium facit. Si trianguli angulus æquatur reliquis, rectus eſt. Verumtamen patuit generaliter é 32 p 1 trianguli angulũ reliquis ęqualem rectũ eſſe, unde ſine ex[illegible]re angulo demonſtratio iſta fieret, neque ὕστερον πρότερον debuit ex iſta demonſtratione principium illud concludi, & Ariſtotelis demonſtratio id nimirum præ ſe ferebat. Itaque geometria iſta nobis erit in geometria trianguli, unde ad cætera deinceps accommodetur.

32 Theon deducit ex angulo ſemicirculi. At iſta propoſitio generaliter proponit de angulis in ſectione, & probari poteſt ex eadem generali cauſſa angulorum in oppoſitis ſectionibus ad 22 p 3, item é triangulo rectangulo, ex qua deducitur ęqualitas anguli in ſemicirculo, quod rectus ſit, qui ſit trianguli reliquis angulis æqualis. Ex hac autem propoſitione duo deinde ſequuntur problemata.

33 34 Theon demonſtrat hæc problemata duo. At ſi verbis expreſſa eſſent, demonſtrationibus nullis eſſet opus, conſectaria ſpecialia eſſent, ut nobis ſunt.

35 Duæ propoſitiones proportionem in ſegmentis inſcriptarum quandam inſtituunt, quarum ratio fuit ad 3 & 4 p 3. Theon deducit é 5 p 2 & 47 p 1. Nec tamen una ſpecie totum genus complectitur. Itaque Campanus quinque ſpecies interpretatur, & demonſtrat. Quo ſatis elenchum tautologiæ toties adhuc in elementis animadverſum demonſtrat quinque demonſtrationum ſpecialium pro una generali. Conſequens autem propoſitionis ex æqualitate rectangulorum ſatis docet partes ſectarum inſcriptarum proportionales eſſe. Sed quo principio doceri ante poſſit iſta proportio, conſiderandum fuerit, utrum é diametri vel potius circuli proprietate. Præcepit Euclides ſexto libro permulta de proportione figurarũ [illegible] earum, de circulorum & in circulo rectarum, de angulorum, deque partiũ proportione paucula. At res iſta non indigna eſt, in qua Geometra nervos intendat ſuos.

36 Theon hic adhibet 6 p 2 & 47 p 1. Sed ex æqualitate rectangulorum quærenda hic proportio laterum fuerit, id eſt ex effectu conſideranda cauſſa. Hic enim tres ſunt proportionales, ut antea fuerunt quatuor, unde etiam ſequitur omnia rectangula ſecantium & extremorum ſegmentorum inter ſe æquari, quia æquantur eidem quadrato tangentis.

37 Theonis demonſtratio ſimilis eſt ſuperiori. Converſa autem quædam eſt [illegible]ris. Atque hæc Euclidis ſunt de circulo, quædam veró ſunt apud Pappum l 4 [illegible] 11 de [illegible]guis eodem circulo comprehenſis, item de arbelo,

ſubtenſæ *a o* & *o i* æquantur. Ergo per c 26 p 1 *a y* æquatur ipſi *y i*, & angulus *a o y* æquatur angulo *y o i*, ideoque recta *a i* dupla eſt rectæ *y i*, & angulus *a o i* anguli *y o i*. Duplicatis igitur terminis ratio anguli *a o i* ad angulum *u o i* eſt major quam ratio duplę rectæ *a i* ad rectam *u i*, & prima divisione ratio anguli *a o u* ad angulum *u o i*, id eſt per 6 e, ratio peripheriæ *a e* ad peripheriam *e s* eſt major quam ratio *a n* ad *u i*, id eſt per 12 e 7 quam ſubtenſæ *a e* ad ſubtenſam *e s*. Quare ratio majoris peripheriæ ad minorem major eſt quám majoris inſcriptæ ad minorem, neque omnino proportio peripheriarũ ad inſcriptas eſt vera. Talis ψευδογραφία eſſet, ſi quis æqualib. ſegmentis peripheriæ partes oppoſitas diametri, æquales diceret. Itaque Jordanus 1 p de ponderibus, & Regiomont. 6 p de ſinibus ita refellunt.

Si perpendiculares á terminis æqualium peripheriarum ſecent diametrum, ſegmentum propius centro erit majus remotiore. Eſto in circulo diameter *a e*, in quam ab æqualium peripheriarum terminis *s u* & *u s* ſunto perpendiculares *s o*, *u y*, *s r*, dico ſegmentũ *o y* majus eſſe ſegmento *y r*. Ducito radios *o u*, *o s*, & connectito *s s*. Hic anguli in centro *s o u* & *u o s* æquantur per 6 e, quia inſiſtunt in peripheriis æqualibus, & ideo per 19 e 15 *t l* & *l s* æquantur. Ergo *s m* major quam *m s*. Eſt perpendicularis *s t* ſuper *s o*. Hic per 8 e 7, ipſa *u l* eſt in triangulo parallela baſi, ut *t m* eſt majus quam *m s*, ſic majus *t l*, id eſt *o y* eſt majus quam *y r*. Atqui *o y* opponitur arcui *s u*: cum interim *y r*. opponatur æquali arcui *u s*. Et *y* à centro propius quàm *y r*. Quare ſegmentum propius eſt remotiore majus. Hæc propoſitio cauſſam continet, cur pondera in lance quanto propius accedunt ad æquilibrium, tanto graviora ſunt, velociuſque deorſum moventur. Sic levia contrario motu ſurſum: ut ſi é fundo altiſſimi æquoris utres oppleti aëru emergerent ad ſummum, tanto velocior eſſet motus, quanto propinquior eſſet ſummo. Talis ψευδογραφία retexitur ab Euclide 8 theor. opticor. Quod æqualia parallela inæqualiter diſtantia májorem rationem hábeant diſtantiarum, quam angulorum: de quo tum melius agetur. Hæc igitur paulo plenius ad ψευδογραφίαν refellendum. Quo de genere ſcripſerat Euclides librum ψευδαρίων.



LIBRI UNDECIMI FINIS.

peripheriá:in quinta & ſexta,quód peripheria tangat latera, quód tangat angulos.

7 d Septima definitio uſurpat verbum ἐναρμόζεσθαι congruere pro ἐγγράφεσθαι inſcribi:idem ſiquidem eſt, & ſic inſcripta linea Ptolemæo dicitur. Sed iſta definitio multó juſtius ex hoc libro in tertium rejiceretur, quám prima & ſecunda: libro ſiquidem tertio geometria fuit de inſcriptis lineis, & in circulo rectæ dicebantur periphraſi valde inſolenti, tumque diximus ad 2 p 3 materiam inſcriptæ lineæ confundi.

IN PROPOSITIONES.

Atque hæc de quarti libri definitionibus, propoſitiones ſequuntur omnes problematicę & mechanicæ, quæ ſi verbis expreſſę eſſent magnam demonſtrationum materiam non haberent, ut in ſingulis intelligetur. In ſexdecim autem propoſitionibus inſtruitur inſcriptio trianguli, quadrati, quinquanguli, ſexanguli, decanguli, quindecanguli propria inſcriptione. Circumſcriptio communis omnium rectilineorum una inſtrui potuit, cum rectæ tangerent peripheriam in angulis inſcripti. Circuli veró inſcriptio & circumſcriptio communis item eſt é concurſu biſecantiũ angulos: illicque é radio perpendiculari in latus, hic in angulum. Quare ſepté propoſitiones 7.8.9.12.13.14.15 catholicũ in adſcriptionum geometria nihil habẽt. Sunt autem quædam diſperſa libris extremis, ut 8.9.10.11.12.p 13, 1 p 14 ad eandem rectilineorum adſcriptorum geometriam attinentia, quæ melius hic explicarentur. Sed de ſingulis libri hujus propoſitionibus jam dicendum.

1 Hæc bella inſcriptio per regulam aut circinum brevius poſtularetur, ſine quibus etiam geometres nequeat, neque diametrum neque inſcriptam ipſam oſtendere. Atqui hæc propoſitio cum 2 p 3. melius unico elemento traderetur.

2.3 Hæ propoſitiones proponunt adſcriptionem trianguli non cujuslibet: id enim tanquam per ſe facile & manifeſtum præteritum eſt á geometris, ſed dato triangulo æquianguli: Inſcriptio autem rectilineorum in circulum nulla communis traditur in elementis, neque circumſcriptio.

2 Hęc autem inſcriptio generalis eſt & communis omnium triangulorũ: poteſt enim dari quodlibet æquilaterum, æquicrurum, varium, rectangulum, obtuſangulum, acutangulum.

3 Demonſtratio eſt per conſectarium é 32 p 1 quod in quadrangulo anguli æquantur quatuor rectis. hic autem duo recti, reliqui igitur oppoſiti & duobus rectis æquantur: alter porró jam æquatus eſt exteriori angulo, reliquis igitur per 13 p 1 & ax. 1 æquatur deinceps reliquo. Atq; hæc ſpecialis eſt circũſcriptio trianguli.

4 Duæ proximæ propoſitiones docent adſcriptionem circuli, quæ communis eſt ad omnia rectilinea, ut eſt in noſtra geometria. Demonſtratio autem ductis in reliqua latera perpendicularibus facilis eſt é 26 p 1.

5 Demonſtratio hic facilis eſt, quia tres radii per 4 p 1 æquantur. Ideoque per 9 p 3 punctum illud eſt centrum. Atque hæc propoſitio tria eadem puncta continet, quæ 9 & 25 p 3: & circumſcribere triangulo circulum, non aliud eſt quám peripheriam per tria trium angulorum puncta ducere. Theon deducit demonſtrationẽ per tres ſpecies acutanguli, rectanguli, obtuſanguli, unde concludit, ſi centrum

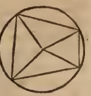
ſit in triangulo, in latere trianguli, extra triangulum, triangulum eſſe acutangulū, rectangulum, obtuſangulum, contraque ſi triangulum ſit acutangulum, rectangulum, obtuſangulum, centrum eſſe intus, in latere, extra.

6 Quatuor proximæ propoſitiones de quadrati & circuli adſcriptione parem geometriam habent ſuperiori. Huc veró 22 p 3 de quadrilateri inſcripti duobus angulis oppoſitis æquantibus duos rectos proprié intercurrebat, & in geometria noſtra locum hunc obtinebit, deduceturque de ſectionibus oppoſitis in eodem circulo. Hinc ſequitur.

Latus inſcripti quadrati poteſt duplum circularis radii. Ut patet per 47 p 1. Et *Si quadratum circularis radii duplicetur, latus duplicati erit latus inſcripti quadrati:* Ptolem. l 1 cap 9.

7 Sententia problematis eſt. Si duæ perpendiculares ad extremas dati circuli diametros recté biſectas concurrant, circumſcribent quadratum dato circulo. Demonſtratio veró quód ſit circumſcriptum, patet per 4 d 4, quód quadratum per 28. 34 p 1: circumſcriptio tamen continetur in generali circumſcriptione, de qua 1 e 18. Hæc enim circumſcriptio generalis eſt. Præterit autem Euclides reliquas ſpecies quadrilateri. Oblongum enim circulo inſcribi poteſt, & ei circulus circumſcribi eadem via, qua triangulum & quadratum: circumſcribi veró circulo non poteſt, nec ei circulus inſcribi, quia perpendicula à centro ad latera eſſent inæqualia: ob eandem cauſſam rhombus & rhomboides nec inſcribi poſſunt, nec circumſcribi: trapezium aliquod poteſt inſcribi. Tumque

Si radii ſint ad angulos inſcripti trapezii trium laterum æqualium & quarti minoris, anguli in centro ſubtenſi æqualibus erunt obtuſi, minori ſubtenſus acutus. é 17 p 12. Ut hic, quia circa centrum æquantur quatuor rectis. Quartus autem minor eſt recto: Tres igitur reliqui æquales inter ſe ſunt majores recto. Trapezium igitur ſic inſcribi poteſt, circumſcribi autem non poteſt: eaque de cauſſa prætерita eſt iſta adſcriptio ab Euclide. Reliqua adſcriptionis geometria eſt de multilateris, ſed æquilateris tantúm & æquiangulis, neque tamen omnibus. Itaque ſola trianguli adſcriptio generalis eſt, nec æqualitatem ullam angulorum aut laterum requirit.



8 Sententia problematis eſt. Si duæ rectæ recté biſecent duo quadrati latera, circulus é concurſu, indeque radio in latus perpendiculari inſcribetur dato quadrato. Demonſtratio quód circulus, patet per 9 p 3, quia hic radii quatuor æquantur, quód inſcriptus patet é 5 d 4. Verúm inſcriptio iſta generalis & communis eſt in omnibus rectilineis æquilateris, ut eſt in noſtra geometria. Itaque ſpecialis hæc inſcriptio, ſi generalis (ut opus eſt) ſit præpoſita, nulla fuerit. Ac demonſtratio quód circulus, quód inſcriptus levis admodum eſt, cum id apertum ex ſeſe, manifeſtumque ſit.

9 Sententia problematis eſt. Si quadrato inſcribantur diagonii, circulus radii ex earum interſectione in angulum radio circumſcribetur, dato quadrato. Demōſtratio, quód circulus eſt, quia radii quatuor æquales: quód circumſcriptus 3 d 4 docet

docet. At iſta circumſcriptio in generali comprehenditur. Itaque circumſcriptio ſpecialis hic ſupervacua eſt, & demonſtratio logicam habet proximæ ſuperiori parem.

10.11.12.13.14 p. Quatuor proximis propoſitionibus inſtruitur plena adſcriptio quinquanguli, ut antea trianguli & quadrati: circumſcriptio tamen generalis & communis erat omnibus multilateris æquilateris, & æquiangulis, ut tota circuli adſcriptio communis eſt in multilateris, æquilateris, & æquiangulis omnibus. Ex demonſtratione veró undecimæ propoſitionis, ſequitur æquilaterum adſcriptum circulo eſſe æquiangulum, quod præſumi tamen potuit ante ſpeciales rectilineorũ adſcriptiones, ut in noſtra geometria erit. Atque in iſta propoſitione ἐφάρμοσις imprimis egregia eſt, quinque circulorum in uno circulo conſideratorum, qualis adhuc nulla fuit.

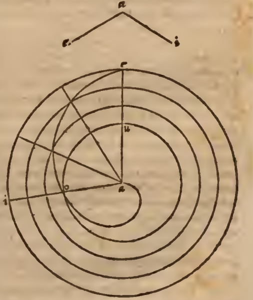
15 Demonſtratio autem quód æquilaterum per ſex angulos æquales in centro, item quód æquiangulum per 27 p 3 licet neque difficilis, neque inelegans, attamen per triangulum, à quo duplicatur vel per radium, qui ſextam partem peripheriæ ſubtendit, ęqualitas laterum fiebat, æqualitas autem angulorum inde erat, quòd adſcriptum ęquilaterum ſit æquiangulum. Theon veró è ſua demonſtratione deducit duo, primum. Quód radius circuli ſit latus ſexanguli æquilateri. Secundum. Si rectæ ab extrema diametro circuli ſexangulo æquilatero circumſcripti, in tertium utrinque angulum connectantur, inſcribent triangulum ęquilaterum dato circulo. At ex 2 p 4 patet inſcriptio talis triãguli: Campanus hic admonuit, quód æquilaterum adſcriptum ſit æquiangulum, quod nos in geometria ſequimur, & docemus generaliter ac ſemel uti decuit, non iteramus ſæpius, ut tandem in extrema ſpecie moneamus de genere. Porró ut circuli rectilineo adſcribendi, via una communis eſt, ſic rectilinei viciſſim circulo adſcribendi, via communis eſſet, ſi haberetur via peripheriæ data ratione ſecandæ. In hac autem propoſitione addere tres illas comites de circumſcribendo rectilineo, item de inſcribendo & circumſcribendo circulo geometram jam piget, aut certé tædet, ita tautologia credo, ſuũ elenchum prodit. Sed tamen ἐφάρμοσις hujus propoſitionis valde eſt inſignis: quæque in unum circulum ſex circulos congruentes intelligit, quomodo liceat & innumerabiles in uno concipere, & ἐφάρμοσις tamen fiat cogitatione, ut tota mathematica ἀφαίρεσις, quæ contraria eſt ἐφαρμόσει.

16 Hæc propoſitio propriam inſcriptionem habet, qualis antea fuit in triangulo, quadrato, quinquangulo, in qua tamen nihil præcipué laborat de laterũ vel angulorum æqualitate, tantúm remittit ad præcedentia: in eoque ſuperiorem geometriam cõmunem fuiſſe de circumſcriptione rectilinei, de tota adſcriptione circuli confitetur. Atque hæc de Euclide: quidam veró Archimedem ſequuti conati ſunt angulum ſecare data ratione, ut inde figuram quamlibet inſcriberent. Propoſitio Archimedis in helicibus ad hanc rem ejuſmodi prima eſt.

Si punctum lineam æque velociter permearit, ſpatia permeata erunt proportionalia temporibus.

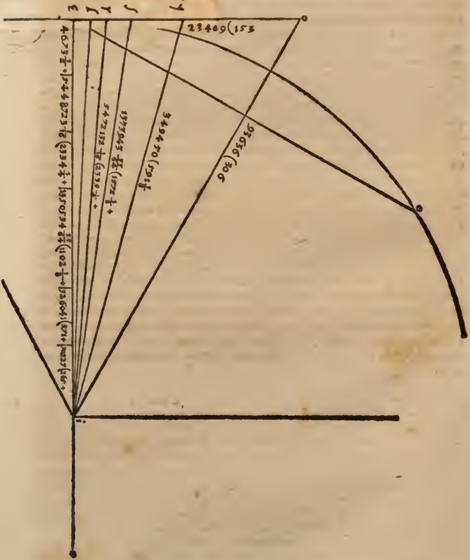
Ut ſi punctum permearit æqué velociter rectam *aei*, ſpatium quidem *ae* in tēpore *ou*: ſpatium veró *ei*, in tempore *uy* erit ſpatium *ae* ad ſpatium *ei*, ut tempus *ou* ad tempus *uy*, ut hic vides. Hinc veró conati ſunt illi geometræ ſecare angulum rectilineum data ratione: ut triſecandus ſit angulus *eai* & ſit helix *aoe*, & principium converſionis ſit, *aue*, in centro ſit angulus *eai* æqualis dato: & centro *a* radio *ae* ſit circulus *ei*: Item centro *a* intervallo *ao* eſto circulus *ou*, tum recta *ue* triſecetur per 10 p 1, perque puncta ſectionum peripheriæ ſunto concentricæ circulo *ei*, radiique á centro *a* per puncta ſectæ helicis ſunto in ſummam peripheriam. Angulus in centro ſecābitur data ratione: ſpatia autem æquevelociter permeata ſunt interſegmēta rectæ *ue*, tēpora ſunt interſegmenta ſummæ peripheriæ. Itaq; cum permeata ſpatia ſint proportionalia temporibus, tēpora angulis in centro per 33 p 6. angulus in centro totus ſecabitur data ratione. Atq; ita de quocumq; angulo data ratione ſecādo. Jam ſi voles triangulum invenire cujus uterque angulus ad baſim ſit quomodolibet multiplus reliqui, hinc invenies per angulum rectum ſectū, ut prius data ratione, ut ſi triplum requiras, divide rectum in ſeptem partes, & ſenis partibus æquato angulum ad baſim utrumque, valentem nempe ſex ſeptimas, reliquus ad verticē valebit reliquas duas ſeptimas. Si quadruplū quæras, divide in novem: ſi quintuplum, in undecim, & ſic deinceps. Tum denique ſi voles inſcribere ſeptangulum dato circulo, inſcribe triangulum invento triangulo æquiangulum per 2 p 4, baſis triāguli erit latus ſeptanguli, quomodo & Euclides 16 p 4 inſcripſit quindecangulum. Sed hic non poteſt per ſubductionem latus approbari: approbari tamen poteſt per æquales peripherias æqualibus angulis ſubtenſas angulo ad baſim, utroq; rurſus ut prius triſecto. Sed hoc artificium (ut Proclus cenſuit) difficile ſit rudibus, non ſolúm quia multiplex & varium hic ſit opus, ſed quia ipſa temporum ſpatia in peripheriis & rectis proportio vix ſatis geometrica videa-





videatur, tum quia circinus helicis nondum ſatis accuratus eſt, tum quia utilitas fortaſſe labori reſpondeat. Tentata eſt hęc generalis adſcriptio à quibuſdam recentiori ſed refellitur a Petro Nonio. De iis apud Pappum libro quarto plura leges. At que hæc de ſectione anguli ex Archimede, à quo etiam facta tetragoniſmi demonſtratio huc nobis rejecta eſt. Eam igitur ſi quis deſiderat, ſic habeto ex elementis noſtræ geometriæ. Quód igitur peripheria non ſolum eſt tripla diametri, ſed etiam quód paulo minor quàm ſeſquiſeptima diametri, majorque decem ſeptuageſimis primis, ideoq; una octava, ſimul demonſtratur ab Archimede collatione illic majorum, hic minorum. Nam perimeter multanguli æquilateri laterum 96. illic circumſcripti circulo, eſt tripla diametri, ſed præterea non plane ſeſquiſeptima, ideoque peripheria inſcripti circuli erit tripla quidem, ſed paulo etiam minor quàm ſeſquiſeptima: hic contrà perimeter multanguli inſcripti eſt tripla, & pluſquam ſuperdecies partiens ſeptuageſimas primas, ideoque peripheria circuli erit tripla & pluſquam ſuperdecies partiens ſeptuageſimas primas, ideoque pluſquam ſeſquioctava. Totus labor eſt in adſcriptione talis multanguli in quintuplici ſectione recti anguli, & in dimetiendis quinque triangulorum lateribus: prima ſectio eſt trifariam, reliqua bifariam, ut habeatur quatuor rectorum centrum occupantium $\frac{1}{24}$ unde per peripheriam ſubtenſam habeatur nonageſimum ſextum latus adſcribendi multanguli. Labor igitur duplex eſt, primus in circumſcribendo tali multangulo & comparando perimetrum circumſcripti multãguli cum inſcripti circuli diametro, quód ſit tripla quidem diametri, ſed minor quàm ſeſquiſeptima: ſecundus labor eſt in eodem multangulo inſcribendo, & comparando ſimiliter perimetrum inſcripti multanguli cum diametro inſcripti circuli, quód ſit tripla quidem diametri, ſed major quàm ſeſquioctava. Propoſitio igitur iſta in utraque parte continet fabricam problematis, & rationem theorematis. At fabricæ rationiſque in utraque parte varius licet labyrinthus, attamen mirifico geometrici artificii filo retexitur. Primæ partis problema theoremaque prius expediatur, ipſumque diagramma ſic repræſentetur.

Prima Pars DEMONSTRATIONIS, QUOD periphoria sit tripla diametri, ſed minor quàm ſeſquiſeptima.



Poſito diagrammate videmus quintuplicem angulum, & triangulum quintuplex, ſed ſectiones hic quinq; ſunt unius in centro recti: prima $\frac{1}{3}$: ſecunda $\frac{1}{6}$: tertia $\frac{1}{12}$: quarta $\frac{1}{24}$: quinta $\frac{1}{48}$: Atqui in tertia ſectione $\frac{1}{24}$ unius recti jam erat $\frac{1}{96}$ quatuor rectorum. Nam $\frac{1}{24}$ recti eſt $\frac{1}{96}$ rectorum 4, cum illic reductio particularum ad partes integri faciat $\frac{1}{24}$. hic $\frac{4}{96}$ idem valentes: Sed demonſtratio inchoata é radio, de tota diametro non procederet. Itaque quarta biſectione quæritur $\frac{1}{48}$ quæ duplicata redeat ad $\frac{1}{24}$. Sed hic nodus enodabitur evidentius ſecunda parte. Demonſtratio itaque primæ partis contexatur: ſecetur primo tertia recti, recta é centro infinita recté biſecante radium inſcriptum circulo ab extremo diametri *e*. Nam cum radius id eſt latus ſexanguli recté biſecatur, biſecatur peripheria per 9 e 16. Itaque biſegmẽtum peripheriæ eſt $\frac{1}{12}$ totius perimetri, ideoq; ſubtendit etiam $\frac{1}{12}$ quatuor rectorum per 6 e 16, proptereaq; ſubtendit unam tertiam unius recti. Quare angulus *oie* eſt tertia pars recti. Hæc prima ſectio eſt anguli recti trifariam. Primum triangulum abſolvatur perpendiculari á dicto extremo diametri concurrente cum biſecante in puncto *o*. & abſoluti latera metiamur. Hic biſecans *io* eſt dupla perpendicularis *oe*. Nam *oe* ſi continuetur æqualiter ſibi ipſi ad *u*, & connectatur cum *i*, duo triangula *oei* & *uei* fient æquiangula per 2 & 1 e 7, tumque anguli *oie*, & *eiu* æquales facient $\frac{2}{3}$ unius recti, itemque anguli *ioe* & *iue* æquales facient ſinguli $\frac{2}{3}$. Itaque totum triangulum *oiu* erit æquiangulum, & ideo æquilaterum. Itaque latus *oi* æquale lateri *ou* erit duplum dimidii *oe*, id eſt dictæ perpendicularis. Quare ſi *oe* perpendicularis valeat 153, biſecans *io* dupla valebit duplum, nempe 306, cumque quadratum perpendicularis 23409 ſubduxeris á quadrato ſecantis 93636, reſtabit pro quadrato ſecundi cruris ſeu radii per 5 e 12, 70227, cujus latus erit 265 ac paulo plus, ſic 265. † atque ita primi trianguli latera nobis dimenſa erunt: unde quia quantitas majoris ad eandem eſt major quám minoris, ratio radii *ie* ad perpendicularem *oe* fit major, quám 265 ad 153. Hoc triangulum lateribus ita dimenſum fundamentum eſt univerſę propoſitionis ad fabricam problematis, & ad rationem theorematis. Ab hoc enim principio ducitur quadruplex biſectio tertiarii anguli, laterumque in quatuor reliquis triangulis ſimilis inventio. Biſecetur itaque primo angulus *eio* ducta *iy* recta: ut igitur *oi* ad *ie*, ſic *oy* ad *ye* per 12 e 6, & per primam compoſitionem, ut *oi* & *ie* ad *ie*, ſic *oy* & *yi* ad *ye*, & permutando, ut *oi* & *ie* ad *oy* & *ye*, ſic radius *ie* ad *ye* conterminum ſegmentum. Sic igitur habetur in ſecundo triangulo menſura duorum particularium laterum. Atque ex hac concluſione lemma deducitur, quod erit poſtea commune in reliquis biſectionibus etiam partis ſecundæ.

Si recta biſecans angulum trianguli ſecuerit baſim, crus ſimulutrumque erit ad baſim, ut crus alterum ad cõterminũ baſis ſegmentũ. Hic igitur ratio cruris ſimulutriuſq; 306 & 265 † id eſt 571 † ad 153 erit etiam ratio ſecundi cruris vel radii ad conterminum ſegmentum perpendicularis, ideoque major ratione 571 ad 153. Itaque ſi ſegmentum valuerit 153, crus ſecundum ſeu radius valebit 571 †. Sic igitur in ſecundo triangulo duas perpendiculares é lemmate metiemur: ubi ſicuti perpetuo deinceps, numerus ſegmenti eſt qui fuit totius perpendicularis. já veró additis qua-

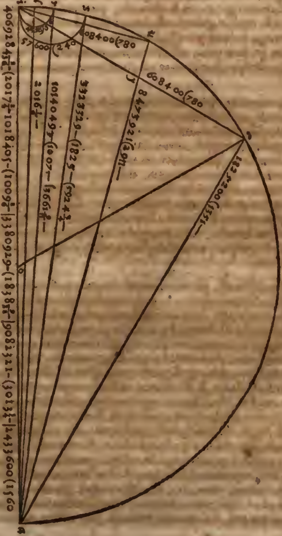
dratis radij & contermini ſegmenti 326041 & 23409, totum 349450 † erit per 5 e 12 pro quadrato ſecundæ biſecantis, quadratiq; latus pro ipſa biſecante erit 591 $\frac{1}{8}$. Hæc prima biſectio eſt tertiarii anguli, eaque dimenſio laterum ſecundi trianguli. Secunda biſectio ſequitur & triangulum tertium. Rurſus ergo angulus *yie* biſecetur, ducta recta *is*, & recti trianguli latus *ie* colligatur per lemma additis 571 † & 591 $\frac{1}{8}$ † totum erit 1162 $\frac{1}{8}$ † pro radio perpẽdiculari & majoris rationis ad *es* quàm 1162 $\frac{1}{8}$. fiant quadrata radii 1162 $\frac{1}{8}$ † & contermini ſegmenti 153 erũt 1350534 $\frac{33}{64}$ & 23409: totum autem per 5 e 12 pro quadrato ſecundæ biſecantis 1373943 $\frac{33}{64}$, totiuſque latus erit 1172 [illegible], id eſt 1172 $\frac{1}{8}$ † pro ſecunda biſecante. Hæc ſecunda biſectio eſt, & hæc dimenſio laterum tertii trianguli. Tertió, biſecetur angulus *sie* ducta recta *ir*, & latus *ir* quarti trianguli colligatur additis per lemma cruribus tertii: totum erit 2334 $\frac{1}{4}$ †. Hic radius ad perpendicularem erit majoris rationis quam 2334 $\frac{1}{4}$ ad 153: & hæc dimenſio erit perpendicularium. Adde quadrata crurum 5448723 $\frac{1}{16}$ & 23409, totum erit pro quadrato biſecantis per 5 e 12, 5472132 $\frac{1}{16}$, totiuſque latus pro biſecante 2339 [illegible] id eſt 2339 $\frac{1}{4}$ †. Hæc tertia biſectio eſt, & hæc dimenſio laterum quarti trianguli, ubi jam habetur $\frac{1}{48}$ totius loci centrum occupantis. Sed ratio totius diametri ad ſegmentum perpendicularis non ſuccederet. Itaque angulus æqualis jam inventus aliter locandus eſt addendo æqualem angulum ad inventi anguli dimidium. Quapropter quarto & ultimo biſecetur angulus *rie* ducta recta *il*: Hic per lemma ratio radii *ie* ad ſegmentum perpendicularis *el* eſt ratio ſimul utriuſque cruris id eſt 4672 $\frac{1}{2}$ † ad 153: Itaque major quàm 4672 $\frac{1}{2}$ ad 153, & contra ratio ſegmenti *le* ad radium *es* minor quàm 153 ad 4672 $\frac{1}{2}$. Adhuc igitur ad multanguli propoſiti fabricã quintuplex anguli ſectio, & quintuplex triãgulum fuit, prima ſectio fuit trifariam, ut $\frac{1}{3}$ haberetur: deinceps tertiarius angulus quadrupliciter eſt biſectus, ut haberetur $\frac{1}{48}$ unius recti: prima enim biſectio fecit $\frac{1}{6}$, ſecunda $\frac{1}{12}$, tertia $\frac{1}{24}$, quarta $\frac{1}{48}$. Ponatur jam angulo *lie* æqualis angulus ad *i*, qui ſit *lim*, id eſt angulus *lie* duplicetur, angulus *lim* erit (ut prædictum eſt) $\frac{1}{24}$ $\frac{1}{4}$ quatuor rectorum, id eſt totius circa centrum loci $\frac{1}{96}$. Quare *lm* erit latus multanguli circũſcribendi laterum 96, & nonagies ſexies deinceps paribus intervallis circa peripheriam circumſcriptum totam figuram complebit. Hoc artificium fuit quintuplicis ſectionis in angulo, & trianguli perpetua laterum á primo illo perpendicularis duplo ſeries & continuatio. Quapropter primæ partis problema ejuſmodi fuit: theorema multò brevius inde ſequitur, ut comparetur perimeter circumſcripti multanguli ad diametrum inſcripti circuli: & numero definiatur exceſſus perimetri ſuprà diametrum. Quoniam igitur oſtenſus eſt radius *ie* ad *el* habere majorem rationem quàm 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153: ipſius autem radii *ie* dupla eſt tota diameter *ae*: ipſius veró *el* dupla *lm*. Quare cum partes multiplis ſint proportionales, tota diameter *ae* ad totam *lm* majorem habet rationem quàm 4673 $\frac{1}{2}$ ad 153. Jam multiplica latus *lm*, id eſt 153 per 96, facies 14688 pro tota perimetro circumſcripti: quam ſi dividas per per diametrum, triplam eſſe perimetrum diametri comperies, & præterea majorem 667 $\frac{1}{2}$. Nam ſi a numero perimetri ter per partes ſubduxeris numerum diametri, id eſt, ſi primó ter tollas 4673, reſtabunt 669: deinde ſi ter etiam tollas $\frac{1}{2}$: de 669, reſta-

reſtabunt 667 $\frac{1}{2}$ reliqui ſumma in Archimedis & Eutocii litera: quæ quidem minor eſt, quàm ſeptima pars diametri 4673 $\frac{1}{2}$. Nam ſi putes unam ſeptimam eſſe, multiplica 667 $\frac{1}{2}$ per 7 factus erit 4672 $\frac{1}{2}$, qui numerus eſt minor unitate quam diameter. Concludamus igitur cum Archimede, perimetrum multanguli circumſcripti dato circulo triplam quidem eſſe diametri circularis, ſed paulo minorem ſeſquiſeptima, nempe unitate unius ſeptimæ, ideoque & peripheriam inſcripti circuli triplam illam quidem etiam eſſe, ſed multo minorem ſeſquiſeptima, quia contenta peripheria inſcripti circuli minor eſt continente perimetro circumſcripti nonaſexanguli.

Secunda pars, quòd peripheria ad diametrum ſit tripla, & multo major quam ſeſquioctava. Secunda pars deinde ſequitur de inſcripto multangulo, quòdque inſcripti peripheria ſit tripla, & pluſquam octava. Problematis fabrica de inſcribendo nonaginta ſexangulo quintuplici, ut antea & anguli ſectione, & triangulo ſimiliter utitur. Theorematis ratio ſuperiori item conſimilis. Sed problema præcedat. Præponatur hic totum diagramma, ut prius. Eſto itaque circulus, ejuſque diameter *ai*, & prima ſectione recta *ae* ſecet tertiam partem anguli recti, connectatque rectam *ei* inſcriptam & æqualem radio. Angulus enim connectentis & diametri, erit tertia pars recti, ut patebit ducto radio à centro in angulum *e*. Triangulum enim *ioe* eſt æquilaterum, ex tribus radiis, & angulus *ioe* æquilateri trianguli valet $\frac{2}{3}$ recti. at eſt in centro. Itaque per 5 e 16 eſt duplus anguli in peripheria *iae*. Quare angulus *iae* eſt tertia recti.

Hæc prima ſectio eſt, primum autem triangulum eſt *aei*, cujus latus *ai* eſt duplum lateris *ie*, diameter nempe ſui radii. Itaque ſi radii *ie* menſura ſit 780, diametri *ai* menſura erit 1560. Jam veró tolle 608400 quadratum radii *ei* à 2433600 quadrato diametri, reſtabunt per 5 e 12, 1825200 pro quadrato connectentis, cujus latus erit pauló minus quàm 1351. atque ita notabitur 1351—. Itaque ſecans *ae*, habebit minorem rationem ad *ei* quàm 1351 ad 780. Sic igitur primi trianguli dimenſa latera ſunto: deinceps ſequitur quadruplex biſectio. Primo biſecetur angulus *eai* ducta recta *au*, & cõnectatur cũ diametro per rectam *ui*. Jam ratio *ai* ad *iy*, eſt ratio *au* ad *ui*. Hic.n. duo triangula majus *aui* & minus *yui* ſunt æquiangula. Nã duo triãgula *aey* & *yui* ſunt æquiangula. Rectus.n. ad *u* æqualis eſt recto ad *e* p 18 e 16, & anguli ad verticẽ *y* ſunt ęquales per 2 c 8 e 5. Ergo reliquus *uiy* reliquo *eay* eſt æqualis, ideoque & æqualis æquali *uai*, & communis eſt angulus, qui ad *u*. Itaque per c 3 e 7, reliquus *aiu* æqualis reliquo *iyu*, ideoque triangula propoſita æquiangula, & ut *au* latus majoris trianguli ad *ui* latus homologum minoris, ſic *ai* ad *iy*, ac per lemma, ut *ai* ad *iy*, ſic *ea* & *ai* ad *ei*. Itaque ratio *au* ad *ui* eſt ratio *ea* & *ai* ad *ei*. Hic enim numerus perpendicularis manet, qui poſtea tamen variatur non ratione, ſed terminis rationis. Jam addito *ae* & *ai*, id eſt 1351—

& 1560, totum 2911— erit *an*: Deinde addantur quadrata ſecantis & connectentis 8473921— & 608400, totum erit 9082321, pro quadrato diametri per 5 e 12: totiuſq; latus erit 3013 $\frac{4152}{6027}$ id eſt 3013 $\frac{3}{4}$ pro diametro, ideoq; diameter *ai* ad connectentem *ui* erit minoris rationis, quàm 3013 $\frac{3}{4}$ ad 780. Atque hæc prima biſectio eſt anguli, eaq; dimenſio laterum ſecūdi trianguli. Secundo biſecetur angulus *iau* per rectam *as*, & ſecans cōnectatur, triangula erunt æquiangula, ut antea, ratioque ſecantis ad connectentem erit ratio diametri ad ſegmentū, ideoq; per lēma, ratio 2911— & 3013¾ .i. 5924¾ ad 780.



780. Reducito ad integros utrumq; terminũ multiplicando per 4, habebis integros 23699. & 3120, integroſque reducito ad minimos per diviſorem maximum 13, id eſt, ſume utriuſq; $\frac{1}{13}$ ratio reducta erit 1823 ad 240. Antea numerus ſegmenti fuit ſemper idem. Hic primum connectentis numerus variatur terminis. Adde quadrata reductorum 3323329— & 57600, totũ erit per 8 e 12 pro diametro 3380929, totiuſque latus erit 1838 $\frac{9}{11}$. Quare diameter *ai* ad connectentem *is* eſt minoris rationis quàm 1838 $\frac{9}{11}$ ad 240. Hæc ſecunda biſectio eſt, & dimenſio laterum tertii trianguli. Tertio biſecetur angulus *sai* per rectam *ar*, triangula (ut ante) erũt ęquiangula, ratioque ſecantis ad connectentem erit ratio diametri ad ſegmentum, ideoque per lemma ratio 1823— & 1838 $\frac{9}{11}$— id eſt 3661 $\frac{9}{11}$— ad 240. Reducito ad integros multiplicãdo per 11, facies 40280 & 2640, & integros reducito ad minimos per 40, id eſt ſume utriuſque $\frac{1}{40}$, ratio reducta erit 1007— ad 66: quadratis 1014049— & 4356 additis, totũ erit pro quadrato diametri 1018405, latus 1009 $\frac{324}{2019}$ id eſt 1009 $\frac{1}{6}$—. Quare diameter *ai* ad connectentem *ir* eſt minoris rationis quàm 1009 $\frac{1}{6}$ ad 66. Hæc tertia eſt biſectio & dimenſio laterum quarti trianguli. Quarto biſecetur angulus *rai* per rectam *al*, triangula erunt, ut antea, ęquiangula, & ratio diametri ad ſegmentũ erit per lẽma ratio ſimulutriuſq; 1007— & 1009 $\frac{1}{6}$—, id eſt 2016 $\frac{1}{6}$— ad 66. Hic nulla reductio eſt, adde quadrata 4064828 $\frac{1}{36}$— & 4356. totum erit pro diametri quadrato 4069284 $\frac{1}{36}$ latus 2017 $\frac{995}{4035}$ id eſt 2017 $\frac{1}{4}$— pro diametro. Quare diameter *ai* ad *il* eſt minoris rationis quàm 2017 $\frac{1}{4}$ ad 66. Contraq; latus *il* ad diametrum *ia* eſt majoris rationis quàm 66 ad 2017 $\frac{1}{4}$. Hæc quarta eſt biſectio & dimenſio laterum quinti trianguli. Atque hoc ultimum biſegmentum eſt $\frac{1}{96}$ perimetri, neque modus ille duplicati anguli é prima parte huc repetitur quia ſumitur tota diameter, non radius ut illic. Hic veró $\frac{1}{3}$ recti ſubtendit $\frac{1}{6}$ totius peripheriæ, ideoq; eſt $\frac{1}{6}$ quatuor rectorum. Itaque prima biſectio facit $\frac{1}{12}$, quatuor rectorum ſecunda $\frac{1}{24}$, tertia $\frac{1}{48}$, quarta $\frac{1}{96}$: quæ ideo ſubtendunt totius peripheriæ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{24}$ $\frac{1}{48}$ $\frac{1}{96}$. Ergo hæc problematis fabrica eſt. Nam ſi nonagies ſexies inventum latus peripheriæ deinceps inſcribatur, multangulum erit inſcriptum *96* laterum æqualium. Theorematis ratio ſuccinctior etiam hic eſt. Nam cũ latus nonageſimum ſextum inſcripti multanguli valeat *66*, jam multiplica *96* per *66*, tota perimeter inſcripti valebit *6336*. Divide igitur per partes, ut antea primo *6336* per 2017, quotus erit 3, & reſtant 285, é quibus tolle ter $\frac{1}{4}$ id eſt $\frac{3}{4}$, remanebunt 284 $\frac{1}{4}$ dictæ perimetri, quæ reliqua majora ſunt $\frac{10}{71}$, ideoque majora etiam ſunt $\frac{1}{8}$. Itaque perimeter inſcripti multãguli ſuperat diametrum circumſcripti circuli triplo & ſeſquioctavo, ideoque peripheria circumſcripti circuli multó magis ſuperat. Quamobrem ut tota Archimedeæ propoſitionis ſententia concludatur, peripheria circuli eſt tripla diametri & fere ſeſquiſeptima, minor enim eſt ſeſquiſeptima, major autem ſeſquioctava, ſed propior ſeſquiſeptimæ: Illic enim deeſt unitas unius ſeptimæ: hic reliquum partibus plurimis majus quàm $\frac{10}{71}$, & ideo quàm $\frac{1}{8}$.

DUODECIMI LIBRI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM
LIB. XIII. IN DEFINITIONES QUINTI LIBRI.

QUINTUM librum Scholiaſtes græcus Arcadius nempe vel Pappus vel quod apparet é 19 p 10, Proclus refert ad Eudoxum Platonis præceptorem, quem tamen Proclus ſodalem Platonis efficit, & ſcopum ait eſſe libri de analogiis, & certé de ſolis analogiis agitur libro quinto. Proclus putat totum librum hunc eſſe communem Arithmeticæ & Geometriç, & quidem multis partibus logicus eſt, ut definitionibus rationis, proportionis, in differentiis communibus inverſæ, alternæ, continuæ proportionis, reliquarum tamen partium doctrina eſt arithmetica, nec ullam magnitudinis propriam affectionem complexa eaque valde manca: de rationibus duæ tantúm definitiones ſunt, de proportione continua mirum præter duas definitiones ſilentium. Sed elenchus toto libro perpetuus eſt logicæ & arithmeticæ ad poſteriorem materiam de magnitudinibus alligatę: cum tamen geometricum de magnitudinibus nihil feré ſit, niſi forté in tertia & quinta definitione propter unum ὁμωνυμίας verbum. Hoc igitur ſemel in univerſum admonitum ſit, bis peccaſſe in logicam legem καθ' ὅλου πρῶτον Eudoxum, qui logicā & arithmeticam analogiarum magnitudinibus attribuerit. Utilitas veró doctrinæ de rationibus & proportionibus plane ſingularis eſt, ſed ea nihilo minor erit, imo partibus multis uberior, ſi ſuo loco & ordine perdiſcatur. Neque noſtræ ſcholæ ſunt ſolum de utilitate, ſed de doctrinæ methodo & facilitate. Sed procemii ſatis eſt. Definitiones primúm novendecim conſideremus: tum accedemus ad propoſitiones. Primis definitionibus duabus opponuntur pars & multiplex.

1 *Pars eſt magnitudo magnitudinis minor majoris, quando minor dimetitur majorē.*

2 *Multiplex autem major minoris, quando major dimenſa eſt á minore.* Primum quid caſibus majoris & minoris hic opus erat? nonne ſatis erat quod minor metiretur majorem, & major dimenſa eſſet á minore? Sermonis enim genus inſolens. Deinde metaphora geometrica in verbo metiri hic non minus eſſet inſolens, niſi elencho illo magnitudinis pro numero uſurpatæ tegeretur. Pars vero logicum nomen eſt oppoſitum toti, ut 9 ax. 1 uſurpatur (totum majus parte) generaleque ad partem quota n, quæ modo pars appellatur, & ad partes, quæ poſtea pro quanta parte dicentur. Illa Campano eſt multiplicativa, hæc aggregativa, denique ut duplum, triplum, quadruplum, multiplex dicitur, ſic oppoſita pars ſubduplum, ſubtriplum, ſubquadruplum. Multiplex autem arithmeticam ſpeciem inæqualitatis ſignificat. Atque in iſta doctrina multiplicis & partis unum genus rationum comprehenditur. At ſuperparticulare & ſuperpartiens, cæteraque inde compoſita genera in totis elementis nulla uſquam docentur: πολλαπλάσιον tamen generaliter interdum

ſumitur

ſumitur pro multo majore,ut ab Ariſtotele in mechanicis de rhombi diametris.

3 *Ratio eſt duarum magnitudinum homogenearum ſecundùm quantitatem inter ſe quædam habitudo.* Hæc definitio (ſi habeat pro magnitudinũ, rerum) tota logica ſit. Homogenia autē in cōparatione geometrica ſolúm requiritur: in numeris homogenia nulla requiritur. Omnes.n.omnino ſunt inter ſe cōparabiles, & cōparationis ratio in his quælibet explicabilis etiā numero. In geometricis autē reb. videtur ratio homogeniā poſtulare: ut lineæ inter ſe, nō cũ ſuperficie, & ſuperficies inter ſe, nō cũ corpore, corpora deniq; inter ſe cōparentur. Nec tamē in omnib. homogeneis ratio ipſa explicabilis eſt. Eſt.n.aliquādo ἄλογοι καὶ ἄῤῥητοι ſurda & inexplicabilis: ut inter latus & diagoniũ quadrati, inter axē & latus icoſahedri & dodecahedri, imó veró ratio iſta, quam ſibi definiendam proponit Euclides æqualitatis & inæqualitatis, communis eſt omnium rerum: lineaque ſuperficiei corporique cōparati poteſt, ſic 14 lib. elementorum comparantur corpora, ſuperficies, lineæ inter ſe, & ſic lunula Hippocratis quadratur, & anguli obliquilinei rectilineis æquantur, ut antea demonſtratum eſt: Tumque in utroque ſpectatur una dimenſio: neque quicquam novi affert iſta Euclidis definitio, quod non antea vel grammatica docuerit, quæ res jubet comparari tantúm homogeneas. Virtus eſt auro nobilior, utrumque igitur nobile. Scævola juriſperitorum eloquentiſſimus, Scævola igitur juriſperitus: neque veró quod animadverterim aut meminerim definitio hæc poſtea ad ullum uſum appellatur. Campanus hic docet ab Euclide rationem rectē eſſe definitam, quia Ariſtoteles ait proprium eſſe quantitatis æquale, vel inæquale dici. At non videtur Campanus ſatis animadvertere quantitatem hanc logicam eſſe omnium entium, etiam non entium communem differentiam, ut Ariſtoteles nominatim in metaphyſicis docet, ut docet etiam in topicis locum eſſe communem omnium rerum à paribus, majoribus, minoribus. Itaque ratio pro generali comparatione quantitatis æqualis vel inæqualis non juſtius hic definitur, quam definiretur ſpecies vel ſyllogiſmus.

4 *Proportio veró eſt rationum ſimilitudo.* ἀναλογία deinceps ſeu proportio conſimili logica definitur, & quidem elencho abſurdiore, præſertim ab Ariſtotele commonſtrato. Ariſtoteles enim 5 cap. 1. poſt. ait ἀναλογίαν τὴν ἐναλλὰξ non eſſe numerorum, neque magnitudinum, & ſophiſticam talem eſſe doctrinam numeris aut magnitudinibus accommodatam: unde & ἀναλογίαν ἀνάπαλιν (quę communior eſt) cum proportioni & disjunctæ & continuę conveniat, magis etiam logicam eſſe intelligimus. Ariſtoteles tamen 3 cap. 5 lib. ad Nicomachum videtur attribuere numeris analogiæ doctrinam, cum ait: τὸ γὰρ ἀνάλογον οὐ μόνον ἐστὶ μοναδικοῦ ἀριθμοῦ ἴδιον, ἀλλ᾽ ὅλως ἀριθμοῦ. Analogia non ſolúm eſt abſoluti numeri propria, ſed omnino numeri, tanquam diceret analogiam eſſe numeri quidem propriam, ſed ita ut numeratis rebus conveniat. Verúm cum idem ait, ut ſutor eſt, ad calceum, ſic architectus ad domum, non dicit rationem duplam ſeſquialteram, aut quampiam aliam numeratarum rerum, ſed generaliter & logicé loquitur. Quaré Ariſtoteles ille logicus accuratior eſt hoc ethico, qui tamen non pater Ariſtoteles, ſed filius quibuſdā videtur. Sed proportio definitur ab Euclide ὁμοιότης ſimilitudo rationum, magis

proprium videretur dicere ταυτότητα tanquam diceres identitatem, ſicut ſeptima definitio proportionales definit, qui habeant eandem rationem: ſicut deinceps Euclides ferè perpetuó loquitur. Denique cum dicitur, Proportio eſt ſimilitudo rationum, idem eſt ac ſi diceretur, proportio eſt proportio rationum, quia ſimilitudo & proportio eſt idem, & ſic Ariſtoteles appellat. Poſtea autem in rebus geometricis ſimilitudo videbitur ſpecies proportionis (tantum abeſt, ut ſit genus) ſic enim ſimiles figuræ dicentur: At ſimiles dicentur ſimilitudine laterum, neque aliud erit ſimilitudo, aliud proportio. Atque ut ratio eſt duorum terminorum, ſic proportio eſt duarum rationum, proportioque rationum æqualitati terminorum reſpondet, & ut idem terminus æquatur eidem, ita in proportione ratio eidem rationi comparatur, & appellatur á Græco interprete innominato λόγος λόγου ratio rationis: Attamen ut æqualitas & inæqualitas terminorum ſimpliciū eſt, ſic ſimilitudo & diſſimilitudo binorum: At penuria verborum dicitur ratio ratione major aut minor.

5 Rationem habere dicuntur, quæ multiplicata ſeſe poſſunt excedere. Arithmetica materies etiam hic eſt, & convenit numeris omnibus: non convenit autem magnitudinibus omnibus: ideoque tanquam homogenia hic iterum ſignificatur, nec linea quantumlibet multiplicata poſſit excedere ſuperficiem, aut ſuperficies corpus. Verùm duo quælibet entia rationem habent logicam, ut æqualia ſint vel inæqualia: quamvis æqualitas vel inæqualitas neque numero neque menſura poſſit exprimi: In magnitudine autem prodeſſe poſſit hactenus iſta definitio, ut homogenia requiratur. Ergo hoc alterum in quinto libro geometricum nonnihil eſt, præterea geometricum & magnitudinis proprium nihil erit.

6 *In eadem ratione magnitudines dicuntur eſſe prima ad ſecundã & tertia ad quartam: quando primæ & tertiæ æquemultiplices, ſecundæ & quartæ æquemultiplices ſecundùm quamlibet multiplicationem, utraque utramque aut unà deficiunt aut unà æquant, aut unà excedunt ſumpta inter ſe.*

Hæc definitio ſi perſpicuè loqueretur, materiam logicam oſtenderet in aliqua proportionis explicatione: At valde lubrica eſt. Nec enim ſi terminorum primi & tertii æquemultiplices ſecundi & quarti æquemultiplicibus ſecundum quamvis multiplicationem ſint vel unà majores, vel unà æquales, vel unà minores, ideo ſimplices propoſiti perpetuo proportionales erunt. Satis enim eſt ad veritatem disjunctivæ unam partem eſſe veram. Dentur igitur ſimplices termini non proportionales ut 4. 3. 5. 4. accidet disjunctionis hujus non unam, ſed duas partes veras eſſe, ut tota definitionis enuntiatio falſa ſit. Sumantur enim æquemultiplices alterni, ut hic vides.

4.	3.	5.	4
24	27	30	36
24	21	30	28

In primo exemplo primus terminus ſuperatur á ſecundo & tertius á quarto: in ſecundo primus ſuperat ſecundum, & tertius quartum, & tamen dati non ſunt proportionales. Quare in his duobus exemplis definitio vitioſa videatur. Ad defenſionem autem

nem autem Euclideæ definitionis argumentum duplex facere videtur, primum quod in hac definitione verbum græcum ἅμα non una (ut convertitur vulgó) ſed pariter latiné reddendum fuerit, ut multiplicium alterna ratio ſit eadẽ & par, quomodo videtur Campanus accepiſſe, ut in ſingulis exemplis, exceſſus, æqualitatis, defectus ſit eadem ratio: ac tum exempla illa duo non congruerent, quia non eſſet ubique par neque exceſſus, neque defectus. Secundum eſt quod voces disjunctivæ ἢ.ἢ.ἢ. irrepſerint pro ϗ ϗ ϗ id eſt καὶ, καὶ, καὶ, &, &, &. Sic enim voculæ illæ in ſcriptura vulgó contrahuntur: quam ad rem facit Theon ad 4.7.11.12.13.16.17.22. 23 p 5: item ad 1, & 33 p 6 & ad 25 p 11: In quibus demonſtrandis adhibet definitionem hanc non disjunctivé, ut hic exprimitur, ſed conjunctivé & per conjunctionem connexivam. Si æquale, æquale, ſi majus, majus, ſi minus, minus: quomodo 1 p 6 demonſtrat proportionem triangulorum cum baſibus.

Si baſis æqualis, triangulum æquale, ſi major majus, ſi minor minus: quomodo & Archimedes uſurpat ad 1 p Helicum. Sed quid iſta longius repeto, cum Euclides ipſe quartam propoſitionem quinti é converſa hujus definitionis fecerit, ut etiam quidam interpretes adnotarunt, & pro triplici iſta exceſſus, defectus, æqualitatis differentia dixerit eandem rationem habentes, id eſt proportionales, ut tota definitio & antecedens & converſa ita ſit. Si quatuor magnitudinum æquemultiplices alternę ſint proportionales, datę proportionales erunt: & ſi datæ ſint proportionales, æquemultiplices alternæ etiã proportionales erunt: Verúm ut hæc utraq; defenſio vera ſit, attamen nihil admodum defendet: neque enim proportio ex illa triplici differentia ſatis accuraté concluditur, cum fallaciſſimus in iſto argumento ſit elenchus. ſubtenſa æqualis ſubtendit peripheriã æqualẽ, major majorẽ, minor minorẽ: ergo ſubtenſæ ſunt proportionales peripheriis: falſum Ptolemæus cõvicit. Talis elenchus antea item refellitur á Jordano, item ab Euclide 8 th. Opti. Deinde ut elenchus iſte non ſubeſſet, nihil tamen definitione iſta definietur. Neque enim hic docebitur quid ſint proportionales, ſed alternatio proportionalium proponetur, quæ definitur poſtea definitione hujus libri undecima & duodetima. Denique docebit iſta definitio ſimplices terminos eſſe proportionales, quorum multiplices alterni fuerint proportionales, & quidem multiplices triplici genere rationis defectus, æqualitatis, exceſſus. Itaq; hyſterologia duplex eſt in una definitione, definitur generalis proportio datorum per ſpecialem proportionem multipliciũ, ſecundo proportio directorum per proportionem alternorum: Sed inde abſurdiora poſtea erunt, cum pleræque propoſitiones illę (quas diximus) ex ſeſe claré per hoc bellum principium demonſtrabuntur. Harum enim demonſtrationum gratiã definitio hæc ab authore quiſquis hic fuit, conficta eſſe videatur: ſed quales hæ ſint demonſtrationes in propoſitionibus ipſis ita demonſtratis intelligi poterit: aſſumptio enim categorica ex hac hypotheſi nulla erit: Sed de triplici alternationis differentia rurſus ad 12 d 5. Quare talis definitio tollatur é mathematis.

7 *Eandem rationem habentes magnitudines proportionales vocantur.* Hæc definitio materiam logicam habet, confirmatque id quod dixi, proportionem melius definiri identitatem quam ſimilitudinem: & poteſt tamen proportionalium definitio é definitione proportionis intelligi.

8 *Quando veró æquemultiplicium magnitudinum, primæ quidem multiplex ſuperat ſecundæ multiplicem, tertiæ veró multiplex non ſuperat quartæ multiplicem, tunc prima ad ſecundam majorem rationem habere dicitur, quám tertia ad quartam.* Hęc definitio logicam rem habet, docetque diſſimilitudinem quandam, & tanquam diceres diſproportionem, & ſic Campanus ait improportionales definiri: Sed tamen definitionis hujus manifeſtus eſt elenchus, quia definit tantúm per inæqualitatem majorem multiplicem, cum tamen poſſit per terminos ſuperparticulares, ſuperpartientes per ſubalternos, ut ſexta definitio præcipué voluit, perque reliqua omnino rationum genera proportio variari. Sed ut ex generali ratione proportionales termini cognoſcuntur, qui habent eandem rationem, ſic & non proportionales, qui non habent. At diſſimilium ſeu diſproportionalium mathematica nulla eſt. Ergo iſta definitio inanis & ſupervacua eſt, non vitioſa ſolúm, ſed adhibita eſt ab Euclide ut demonſtrari poſſet 8. 13 p 5. quæ demonſtrationes quales ſint hinc intelligi poteſt, cum tali ſophiſmate concludantur, & tamen ſine definitione iſta nihil deficiente tam poterat quidlibet demonſtrari per negationem proportionalium.

9 *Proportio minimum eſt in tribus terminis.* Logici erat definire proportionem continuam, quæ videtur hic ab Euclide comprehendi: Item & disjunctam. Attamé proportio continua melius definiretur, quæ ſummum eſt in tribus terminis: Nam poteſt in duobus eſſe, ut 2 ad 3, ſic 2 ad 3, quo genere proportionis utitur Euclides 7 & 9 p 5: poteſt item in unico eſſe termino, ut 1 ad 1, ſic 1 ad 1, quo genere algebra continetur. In quatuor eſſe non poteſt. Quare definitio iſta, cum magnum quiddã dicere videatur, attamen nihil dicit. Quod ſi dixeris terminos tres ratione diſtinctos eſſe, dicam quatuor iſto modo terminos eſſe neceſſarios in omni proportione: quia duæ ſunt rationes binorum terminorum. Et tamen ſi requiras quamobrẽ definitio iſta quinto libro præcipué præponatur, nullam invenies: nihil enim liber quintus de proportione continua præcipit. Quare definitiones ſex hanc logicam habuerunt.

10 *Si tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicatam habere rationem dicitur quam ad ſecundam: Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicatam rationem habere dicitur quam ad ſecundam, & ſemper deinceps uno plus quandiu proportio fuerit.* Euclides mirificam logicam variis locis adhibuit. E definitionibus antea ad 23 & 34 p 1, propoſitiones fecit, & faciet poſtea, nunc é quibuslibet ſententiis facit definitiones, quæ tamen nihil definiant, hic enim nihil definitur, ſed proprietas, eaque obſcurior pleriſque demonſtratis ab Euclide propoſitionibus proponitur proportionis geometricæ continuę, In qua duplicare, triplicare, & ſic deinceps non eſt multiplicare per 2 & 3 aut alium deinceps numerum, ſed eſt terminos rationis bis, ter, aut ſæpius ponere, & ita multiplicare, ut hic vides. $\frac{2\,2}{3\,3}$ ($\frac{4}{9}$ hic ratio 2 ad 3 duplicatur item, ut $\frac{2\,2\,2}{3\,3\,3}$ ($\frac{8}{27}$ ſic ratio 2 ad 3 triplicatur & in cæteris ſimiliter. Sed in iſta definitione λόγος διπλασίων καὶ τριπλασίων ratio duplicata & triplicata non eſt idem quod dupla & tripla, ſed (ſicuti docté Campanus interpretatur) ex duabus rationibus talibus compoſita, aut in ſe ipſam quadraté multiplicata, item & ex tribus talibus, aut in ſe ipſam cubicé multiplicata,

διπλα-

διπλασίονος tamen verbo uſus eſt Euclides 20 p 3 & 10 p 4 & 12 p 13. pro voce διπλασίον, quomodo etiam Theodoſius utitur 12 th. 3 de ſphæ. & Ptolemæus 9 c 1 conſtructionis: Archimedes tamen de ſphæra in 31 & 40 th. διπλάσιον λόγον ita dicit, ut hic Euclides διπλασίονα, & idem de circuli dimenſione τριπλασίονα λόγον dicit pro τριπλάσιον, ut differentia perpetuó hæc obſervata non videatur. Verúm quamvis decima iſta definitio, non ſit definitio, nec explicet quid ſit, attamen quia principium per ſe clarum eſt, & protinus é multiplicatione rationum manifeſtum, poſtulatum eſto, & tamen poſtulatum arithmeticum é compoſitione rationum. Et tamen, inquam, poſtulatum, quo non plus utitur liber quintus, quàm proportione continua, quæ nona definitione comprehenditur. Quare definitiones nona & decima nullam rationem habent, quamobrem in libro quinto præcipué ſtatuantur. Euclides é decem primis definitionibus nullam poſtea propoſitionem proprié cõmentus eſt: ut ſeptemdecim eſt commentus é novem definitionibus reliquis.

11 & 12. Verbis diſcrepant, re ipſa ſunt eædem, homologæ magnitudines dicuntur eſſe antecedentes quidé antecedentibus, conſequentes autem conſequentibus: item. Alterna ratio eſt ſumptio antecedentis ad antecedenté, & conſequẽtis ad conſequenté: nec ὁμολογία undecimæ definitionis aliud eſt quã ἐναλλαγὴ duodecimæ. Nec aliud eſt poſitis quatuor proportionalib. antecedentia antecedentibus, conſequentia conſequentibus eſſe homologa, quam ſumptionem antecedentis ad antecedentem, & conſequentis ad conſequentem, & ſi nomen hoc frequens eſt in elementis, ut in 4 & 5 p 6. aliquando tamen ὁμόλογον idem videtur eſſe, quod ἀνάλογον, ut 20 p 6. At ſecus eſt, ut illic apparebit. Pertinet autem hæc utraque definitio homologorum & alternorum ad rationem disjunctæ proportionis, & habet privilegium quoddam quod directa & inverſa proportio habere non poſſit: ut proportionalium terminorum æquemultiplices alterné quidem ſumpti, directé autem tractati triplici ſextæ definitionis differentia variari poſſint, ut hic vides in exemplo quatuor proportionalium triplicẽ differentiã çqualitatis, defectus, exceſſus,

2.	3.	4.	6.
12.	12.	24.	24.
14.	15.	28.	30.
18.	12.	36.	24.

Hæc differentia triplex accidere nõ poſſit, ſi ſumantur æquemultiplices directi vel inverſi, id eſt primi & ſecundi, tertii & quarti. Nam ſi ſimplices fuerint æquales, multiplices tantúm æquales erunt, ſi ſit exceſſus, erit tantúm exceſſus, ſi ſit defectus, erit tantum defectus, eaq; videtur occaſio fuiſſe ſophiſmatis ad 6 d 5 comminiſcendi: at ſimpliter ſatis ad hoc erat alternæ proportionis definitio. Si directi ſint proportionales, alternos proportionales eſſe: multiplices ad fidem proportionis nihilo plus erant quàm ſimplices, & ſi ſimplices adhiberentur, æqualitas tamen ſola fidem veritatis adferebat, nihil attinebat defectus, nihil exceſſus, cum fallere poſſint aliquando, ut dixi. Quare alternatio proportionis eſt ipſa quidem ex ſeſe

probabilis & laudabilis, ſophiſma veró ſextæ definitionis inde ortum tollendum atque abjiciendum. Ex his duabus definitionibus commentus eſt Euclides tres propoſitiones 16 p 5 generalem, & 14 & 4 p 5 ſpeciales.

13 d Inverſa ratio eſt ſumptio conſequentis velut antecedentis, ad antecedentem velut conſequentem. Ariſtoteli iſta materies logica eſt: á quo etiam in logicis ἀνάπαλιν ἢ ἀντακολούθησις concluſio ſecundi connexi dicitur, ſed aliud modo eſt inverſio proportionis, quæ utrunque eſt affirmata, cum illic contra ſit. Poteſt autem data analogia tribus modis inverti, ut hic vides é data proportione.

2	4	3	6
6	3	4	2
4	2	6	3
3	6	2	4

In ſingulis enim ſervatur proportio alia quidem atque alia, ſed tamen proportio, nec omnino niſi alia proportio eſſet, proportio eſſet inverſa, ſed eadem.

Hinc propoſitio nulla facta eſt, ſed conſectarium ad 4 p 5. 14 & 15 d. σύνθεσιν καὶ διαίρεσιν compoſitionem & diviſionem appellant, quæ proprié additio & ſubductio dicitur. Elenchos autem ex iis axiomatis natos Ariſtoteles vocat elenchos compoſitionis & diviſionis, tametſi compoſitionis & diviſionis analogia non videatur logica, quia non ſit communis omnium analogiarum, ut conſtat in Arithmeticis proportionibus differentiarum. Compoſitio triplex eſt. Prima definitur ab Euclide ſic.

14 Compoſitio rationis eſt aſſumptio antecedentis cum conſequente, velut unius ad ipſum conſequentem, ut 4 ad 3, ſic 8 ad 6: Ergo ut 4 & 3, id eſt 7 ad 3: ſic 8 & 6, id eſt 14 ad 6: Euclides nomine generis hanc appellat ſpeciem, & hinc 18 p 5 conſtituit. Duas reliquas compoſitionis ſpecies non definit, ſed inſtituit inde propoſitiones. Secunda compoſitio eſt aſſumptio binorum antecedẽtium ad eundem conſequentem, ut 8 ad 2, ſic 12 ad 3. & ut 4 ad 2, ſic 6 ad 3. Ergo ut 8 & 4, id eſt 12 ad 2, ſic 12 & 6, id eſt 18 ad 3. Hinc ab Euclide factæ ſunt propoſitiones duæ 24 p 5 generalis, & 2 p 5 ſpecialis. Tertia compoſitio eſt aſſumptio omnium antecedentium ad omnes conſequentes, ut unius antecedentis ad unum conſequentem, ut 4 ad 3: ſic 8 ad 6. Ergo ut 4 & 8, id eſt 12 ad 3. & 6, id eſt 9, ſic 4 ad 3, vel ſic 8 ad 6. Hinc duæ Euclidi factæ ſunt propoſitiones 12 p 5 generalis, & 1 p 5 ſpecialis. Triplici veró compoſitioni triplex diviſio opponi poteſt. Euclides tamen oppoſuit tantúm primæ & tertię, prima diviſio ſic eſt.

15 Diviſio eſt aſſumptio exuperantiæ, qua exuperat antecedens conſequentem ad ipſum conſequentem, ut 7 ad 3, ſic 14 ad 6. Ergo ut 4 ad 3, ſic 8 ad 6. Hic vides in uno exemplo primæ compoſitioni oppoſitam diviſionem. Atque hic Euclides etiam generis nomine appellat hanc ſpeciem, ſed aliter peccat. Poteſt enim diviſio eſſe minoris antecedentis, ut hic ſicut 3 ad 8, ſic 6 ad 16. Ergo ut 5 ad 8: ſic 10 ad 16. Ex hac autem definitione facta Euclidi eſt 17 p 5. Addit huc Euclides aliam diviſionem nomine τῆς ἀναστροφῆς, id eſt reverſionis.

16 Rever-

16 Reverſio eſt aſſumptio antecedentis ad exuperantiam, qua exuperat antecedens conſequentem, ut 7 ad 3, ſic 14 ad 6. Ergo ut 7 ad 4, ſic 14 ad 8. ubi elenchus eſt ſuperiori ſimilis ſpeciei pro genere: differentiam enim ſumere debuit Euclides ſive defectus, ſive exuperantia eſſet. Hæc diviſio proprié nulli ſuperiori compoſitioni opponitur, nec ex ea propoſitionem Euclides ullam facit: poteſt tamen adhiberi, ut ad 13 p 10 adhibetur, á quibuſdam. Archimedes item ad 18 p helicũ ἀναστροφὴν adhibet, & quidem antecedentis minoris: Ergo hæc in Euclide diviſio duplex. Tertia diviſio eſt aſſumptio differentiæ antecedentis ab antecedente, ad differentiam conſequentis á conſequente, ut antecedentis unius ad unum conſequẽtem, ut 12 ad 9, ſic 4 ad 3. Ergo ut 12 ad 9, ſic 8 ad 6. Hæc diviſio reſpondet tertiæ compoſitioni: At Euclides ut neque é tertia compoſitione, ſic neque é tertia diuiſione ullam definitionem fecit, fecit tamen é materia definitionis 19 p 5 generalem, & 5. 6 p 5 ſpeciales. Reliquæ tres definitiones conjunctam proportionem habent in æquatione: æquatio autem variis ſophiſmatis, ut analogiæ reliquæ ab Euclide & Theone obſcurata eſt.

17 Ex æquo ratio eſt, quando poſitis pluribus magnitudinibus & aliis æqualibus multitudine biniſque ſumptis, & in eadem ratione fuerit, ut in primis magnitudinibus prima ad extremam, ſic in ſecundis magnitudinib. prima ad extremam: aut aliter, ſumptio extremorum per ſubductionem mediorum. Hic ratio ponitur pro proportione elencho ſuperioribus ſimili. Deinde bis definitur idem, cum tamen definitio prior ſit evidentior.

18 Ordinata proportio eſt quando fuerit ut antecedens ad conſequentem, ſic antecedens ad conſequentem: fuerit autem ut conſequens ad aliud quippiam, ſic conſequens ad aliud quippiam. Hæc definitio non rationem ut prior, ſed proportionem appellat, ita primum elenchum vitavit. At genus in definitione non repoſivit uti debuerat. Hinc tres propoſitiones factæ ſunt ab Euclide. 22 p 5 generalis: 20 & 3 p 5 ſpeciales.

19 Perturbata autem proportio eſt quando tribus poſitis magnitudinibus, & aliis æqualibus ipſis multitudine eſt, ut in primis magnitudinibus antecedens ad conſequentem, ſic in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequentem: ut autem in primis magnitudinib. conſequens ad aliud quippiam, ſic in ſecundis magnitudinibus aliud quippiam ad antecedentem. Elenchus eſt, quod generis definitio perverſé iteratur pro nomine generis: Nec enim definitio generis tres tantúm magnitudines propoſuit. Hinc autem factæ ſunt 23 p 5 generalis & 21 p 5 ſpecialis, ita factæ ſunt é definitionibus propoſitiones ſeptemdecim: reliquæ octo 7. 8. 9. 10. 11. 13. 15. 25, poſtulari debuerant, non proponi. Et quidem 7. 11. 13. 15 in Logica potius, quám in mathematica: Axiomata enim logica ſunt in logicis etiam á nobis collocata.

LIBRI DECIMITERTII FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. XIIII IN PROpoſitiones quinti libri.

DEfinitiones quinti libri adhuc conſideratæ ſunt, conſiderentur deinceps propoſitiones logicis muſis omnibus inviris & propoſitę & demonſtratæ, & collocatæ. Materies enim tota eſt principiorum, unde propoſitiones demonſtrabiles confictæ ſunt. Sunt enim ſeptemdecim é materia definitionum antecedentium, ut ſpeciatim jam declaravi: Octo reliquæ principia per ſe clara, & poſtulanda ideo fuerant. Campanus id vidit, definitioneſque appellat modos arguendi, & ait ab Euclide poſtea demonſtrari, idque Campano tam pulchrum viſum eſt, ut á Theone præteritas quarundam definitionum & propoſitiones & demonſtrationes ipſe addiderit. Quin ſophiſma tam cı aſſum a mathematicis antea nonnullis reprehenſum defendit, ut dicetur ad 7 p 5. Sed in Campano mirabilior etiam logica eſt adverſus Amethum, qui ſextam definitionem demonſtrabat multó juſtiore de cauſſa quàm vel Euclides, vel Theon, vel Campanus reliquas definitiones demonſtrarint. Ita Campanus in Ametho reprehendit elenchū in definitione unica, quem in toto libro cum Theone facit. Verumtamen demonſtrationes ejuſmodi, aut nihil demonſtrant omnino, aut demonſtrant (ut neceſſe fuit) é poſteriorib. deniq; ſpeciales generalibus antepoſitæ ſunt, & tamen ſpeciales, quæ ſpecialem doctrinā nullam adfectant, ſed ſpecialis tantū ſint exempli: ut quod tantū generaliter percipiendum de omnibus proportionalibus erat, id proponitur per multiplex, quod ſimili mataeotechnia fieri poterat per ſuperparticulare, ſuperpartiens, & reliqua rationū genera. Et tamen ne quis tam inſolentem logicam in mathematicis admiretur, Ariſtoteles in prioribus analyticis effecit, qui Eudoxi condiſcipuli logicam æmulatus ſyllogiſmorum in tribus figuris definitiones pari apodictica demonſtravit: ut illic á nobis expoſitum eſt. Ergo hæc ſingula in ſingulis propoſitionibus convincantur, ac præcipué in ſex primis, quę ſingulæ ternos elenchos habent inſignes, quod principia proponant, quod nihil demonſtrent, quód ſpeciale anteponant generali, id eſt omnibus judicii generibus ſophiſtica ſunt.

1 Eſt é definitione tertiæ compoſitionis nuſquam tamen apud Euclidē conſtitutæ. Demonſtratio autē ipſius lecta iterum & iterū relecta lectori attento & logico admirationem ſummam adferet, cum in ea nullum ſyllogiſticæ complexionis argumentū mathematicū reperietur. Quatuor ante libri elementorū fuerunt, definitiones in quinto libro fuerunt novemdecim: é quibus tamē propoſitionis hujus rationem reddere Theon nullam potuit, nullamque cauſſam proferre, quamobrem propoſitio prima vera eſſe videatur. Proponitur, Si partes æquemultiplices ſint

ſint partium, tam multiplex totum totius futurum, inductio ſpecialis exempli per lineas adhibetur, ſed in linearum exemplo partes ſint duplæ partium. Ergo totum totius eſt æquemultiplex, quod argumentum propoſitio ipſamet fuit, præterea nullum. Hic fortaſſe dicetur huc afferri poſſe 1 & 2 d 5: item 2 ax. 1. At non affertur (inquam) à Theone, qui licet nominatim non appellet elementa quibus ad demõſtrandum uti ſolet, ut Zambertus facit, attamen ſententiam, tota etiam verba præfert: quod hic non facit. Quamobrem demonſtratio Theonis ad primam propoſitionem nullo principio ſuæ demonſtrationis utitur, neque demonſtrat quidquam. Si partes ſint æquemultiplices partium, totum totius tã multiplex futurum: quod erat tamen demonſtratori propoſitum, ſed exemplo tantũ inducit. Tertium ſophiſma eſt é methodo. Si propoſitio dubia eſſet, ſi demonſtrabilis eſſet, debuit tamen ſpecialis poſtponi generali, ut é generali ſpecialis concluderetur, quia ut veriſſimé docet Ariſtoteles, generale ſpecialis eſt cauſſa. At prima hæc ſpecialis eſt ad 12 p 5. Quare tribus judicii generibus elenchus iſte triplicatus eſt, propoſitionis, demonſtrationis, methodi. Res proponitur tanquam dubia, quæ poſtulanda fuerat, demonſtratio ſpecie oſtentatur, nulla præſtatur, ordo rerum pervertitur.

2 Eſt é definitione ſecundæ compoſitionis ab Euclide præteritæ: demonſtratio autem licet referatur à Zamberto ad 1 p 5, attamen theſis non convenit a conſequentibus diviſis ad conſequentes totos. Sed argumentum hic item é principiis nullum eſt, neque cauſſa ſpecialis hujus propoſitionis per multiplicem, perq; partem alia eſt ulla, quam quæ generali propoſitione, ſeu definitione cõtinetur. Quare demonſtratio hæc nihilo plus demonſtrat, quàm prima demonſtravit. Atq; hic alter elenchus eſt. Tertius autem elenchus é 24 p 5 deprehendetur, quæ generalis eſt ad hanc ſecundam. Quare propoſitio ſecunda ſophiſtica eſt genere, & propoſitionis, & demonſtrationis, & methodi.

3 Tres item elenchos habet, fit enim é materia æquationis ordinatæ definitæ 18 d 5. & nominatim æquatio hic appellatur: perinde veró poterant æquemultiplices aſſumi ſecundi & quarti: æquatio enim tam ordinata cõſtitiſſet, imo ordinatior. Incipit enim Euclides à medio æquationis, & invertit ſaltem illud ordinis. Demonſtratio Theonis repetitur é compoſitione 2 p 5: ſophiſticé cùm cauſſa (ut dixi) ſit æquationis non compoſitionis, denique propoſitio eſt ſpecialis ad 22 p 5.

4 p 5. Sophiſma item triplicat, primó eſt converſa 6 d 5: vel eſt é 12 d 5: Illic enim fuit. Si æquemultiplicia alterna ſint tripliciter proportionalia, & ſimplicia proportionalia eſſe: Hic autem eſt. Si data ſint proportionalia, alterné quoque eſſe proportionalia: Hoc igitur ſophiſma eſt in propoſitione: Demonſtratio autem petitur primũ é 3 p 5, id eſt ex ęquatione. At alternatio ſimplicior eſt: deinde petitur é 6 d 5. At ſi definitio illa principium ſit, converſa quoque principium debet eſſe, talis elẽchus antea reprehẽſus eſt ad 11 ax. 1. & 17 p 1. Sed hic etiam res abſurdior eſt, quod converſa 6 e 5. demonſtratur per ipſammet converſam. Et tamen admirabili ſyllogiſmi ſpecie concluditur. Propoſitio connexa eſt ex illa definitione Si ſumptis æquemultiplicibus triplex differentia ęqualitatis, exceſſus, defectus appareat, termi-

& 4 p 1. In quibus tamen converſio Euclidi vel Theoni nulla viſa eſt. Elenchus igitur demonſtrationis in 7.8.9.10.11 p 5. talis eſt. Elenchus autem demonſtrationis ad 11 p 5. abſurdior etiam ſuperioribus eſt per cōverſam 6 d 5. idq; etiam Campanus animadvertit. Propoſitionem hanc (ait) quam Euclides in principio primi annumeravit inter communes animi conceptiones, Quæ eidem ſunt æqualia, ſibi quoque ſunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demonſtrat prout proportionibus accommodatur. Hęc Cāpani verba ſunt. Atqui mathematice eximie, ſyllogiſmi tui generalem propoſitionem vides, unde aſſumpta & concluſa tua ſpecialis propoſitio eſt, & tamen ſyllogiſmum nullum hic vides? πεισμα hoc unum ex illis eſt, quæ tertio ſcholarum mathematicarum libro diximus in elementis demōſtrari. Ergo Euclides, Theon, Campanus ſyllogiſmi complexionem hic demonſtrant, dato tamen antecedente. Aſſumptio enim hic & complexio proponitur. Sed rationes eidem eædem ſunt æqualia eidem. Ergo ſunt eædem vel æquales inter ſe. Talis demonſtratio fuit antea ad 30 p 1. ſed hic etiam manifeſtior elenchus, quàm illic, & dicetur de hoc ſophiſmate ad 14 p 7. Eadem igitur Euclidis, Theonis, Campani logica hic fuit.

12 Elenchus triplex eſt: primó ſit theorema dubium é materia definitionis: Materies enim iſta eſt tertiæ compoſitionis: ideoque definienda fuerat, non dubitanda. Hanc tamen definitionem in definitionibus Euclides non habuit, ut dictum eſt, ſicuti tamen habere debuerat. Proponit autem Euclides hanc ſpeciem inverſé. At uſus directé exigit, ut compoſiti ſint antecedentes ad compoſitos cōſequentes, ſic ſint ſinguli ad ſingulos. Hic igitur novus elenchus eſt: Tum veró probatur per ſophiſma ſextæ definitionis modo converſæ, modo directæ, item per ſpecialem illum 1 p 5. ſecundus elenchus eſt. Hanc hyſterologiam Campanus animadvertit, & annotavit. Prima propoſuit de multiplicibus (ait) hæc proponit de omnib. proportionibus, unde eſt communior illa, eo quod omnis multiplicitas eſt proportio, non autem é converſo: Hæc Campanus de hyſterologia propoſitionis hujus, ubi tamen nullum ſophiſma ſentit eſſe, ſi ſpecialis propoſitio generali præponatur, & generalis per ſpecialem demonſtretur. At ſi generalis eſſet præpoſita, ſpecialis ſi quid opus eſſet, per conſectarium ſine demonſtratione alia concluderetur.

13 p 5 aggreganda eſt ad 7.8.9.10.11 p 5. Habet. n. ſimiliter elēchum duplicem. Dubitat enim quod erat poſtulandum: deinde per ſophiſma 6 d 5 demonſtratur. Sed enim Campanus elenchum priorem hic etiam vidit, nec tamen elenchum pro elencho & ſophiſmate habuit. Atque ſicut in undecima quod hic demonſtratur in proportionibus, conceptibile eſt in quantitatibus, videlicet quód ſi duæ quantitates fuerint ſibi invicem æquales, quæcunque una earum major, eadem major erit & reliqua. Hic Campanus ait eandem ſententiam eſſe modó de quantitatibus axioma, modó de rationibus theorema. At logice admirabilis, ſi demōſtrabile fuerit hoc de rationibus, quod conceptibile eſt de quantitatibus, ſyllogiſticæ demonſtrationis propoſitionem ante habebas claram & manifeſtam, in præ[illegible] autem propoſiti[illegible] ſi habes aſſumptionem, & complexionem, qui[illegible] ſyllogiſmi antecedente [illegible] ſolicitus es in demonſtrando cōſequente? [illegible] Euclidis,

Theonis, Campani logicam rurſus intuemur in demonſtratione ſyllogiſticæ complexionis. Campanus etiam in ſophiſmatis accumulandis diligentior eſt, de majore tantum inæqualitate propoſuit Euclides, demonſtrat etiam Campanus de minore, item de converſa.

14 Dubitatur materia é 12 d 5: elenchus eſt propoſitionis, demonſtratur per ſe clarum principium, elenchus demonſtrationis alter eſt, præponitur propoſitio ſpecialis generali 16 p 5. elenchus eſt methodi.

15 Referenda eſt ad ſex illas 7. 8. 9. 10. 11. 13 p 5. Dubitatur enim principium, demonſtraturq; per 13 p 5 Campano: per 12 p 5 Theoni: At partium cum totis antiquior propotio eſt proportione 12 vel 13 p 5.

16 Proponit materiam 12 d 5: hic elenchus primus eſt. Demonſtratio eſt præcipué per ſophiſma 6 d 5: ſecundus eſt: tertius elenchus eſt methodi: Hæc enim generalis eſt ad 14 p 5: Campanus hic hyſterologiam videt, nec ſophiſticã arbitratur; admonet autem homogeniam terminorum hic requiri: quod in ſolis magnitudinibus tamen verum eſt, & verum tantúm veritate geometrica, logicus enim ſenſus hic etiam in heterogeneis eſſe poteſt.

17 Duplex hic elẽchus eſt, materies eſt 15 d 5: & Campanus hic etiam admonet demonſtrari modum, qui dicitur illi proportionalitas permutata. Demonſtratur autem præcipué per 6 d 5.

18 Duplex hic item elenchus eſt, quia materies eſt 14 d 5. Et Campanus etiam hic ait demonſtrari modum, qui dicitur illi proportionalitas conjuncta. Demonſtratur autem per impoſſibile é duobus membris minoris vel majoris, cúm tamen res ipſa per ſe clara ſit.

19 Triplex hic elenchus eſt: materies enim eſt tertiæ diviſionis, ab Euclide tamen non definitæ: & demonſtratur per proportiones compoſitas & diviſas, nihilo clariores. Ex hac autem demonſtratione Theon probat ἀναστροφὴν definitam 16 d 5: cúm tamen definitio per ſe clara eſſe debuerit. Tertius hic elenchus generalis propoſitionis poſtpoſitæ 5 p 5 ſpeciali. Campanus autem ex eadem demonſtratione demonſtrat proportionem ἀνάπαλιν, quam Theon demonſtravit ad 4 p 5: ut appareat iis demonſtrationibus nihil eſſe prorſus indemonſtrabile tali genere demonſtrationis.

20 Triplex eſt elenchus, primus é materia 18 d 5: ſecundus quód demonſtratur per 8 p 5. & per 13 d 5. cum tamen datis quatuor proportionalibus per ſubductionem mediorum, ſola proportionis definitio differentias tres illas concluderet minus obſcuré. Tertius elenchus eſt, quód ſpecialis præponitur generali 22 p 5. tãetſi ſpecies ordinata non exprimitur hac propoſitione. Hyſterologiam Campanus videt, ſed excuſat Euclidem, & Theonem ipſomet vitii nomine, quód ſpecialis propoſita ideo ſit, ut per eam generalis demonſtraretur. At (inquam) demonſtrator acutiſſime, generalis contra præponenda fuerat, ut per eam ſpecialis demonſtraretur, & tamen quod hic mirabile ſit, Campanus idem reprehendit demonſtrantes hanc proportionem alterna proportione, quia neque intentio illa ſit Euclidis, & quia univerſaliter dictum demonſtrent particulariter: At intentio & voluntas Eu-

clidis

clidis pro lege & argumento demonſtrationis logicam Campani demonſtrat, & ipſemet cū Euclide Campanus propoſitionem generalē 22 p 5 per hanc ſpecialem, id eſt ut ipſe loquitur, generaliter dictum particulariter demonſtrabit. Ita Campani judicio Euclides in eo ipſo reprehenditur, in quo excuſatur: vel potius Campani mirabilis neſcio quæ ſophiſtica proditur.

21 Hic elenchus triplex triplici ſuperiori ſimillimus eſt: Materies eſt 19 d 5. & hic ſpecies perturbata exprimitur, cum ordinata antea non ſit expreſſa: demonſtratio ſimilis ſuperiori: propoſitio ſpecialis eſt ad 23 p 5 & 22 p 7.

22 Triplex Elenchus eſt, primus quia eſt é 18 d 5: tametſi nō magis ſpecies ordinata hic exprimitur quam antea in 20 p 5: Demonſtratio autem generalis per ſpecialem, ſed item per ſophiſma 6 d 5. ſophiſma Campani valde traducit.

23 Elenchus ſimiliter triplicatur é 19 d 5: é demōſtratione generalis per ſpecialem 21 p 5. & per 6 d 5. hyſterologiaque methodi eadem.

24 Elenchus triplicatur diſſimiliter: proponitur ſecunda ſpecies compoſitionis, ab Euclide tamen non definita: demonſtratio eſt per æquationem poſteriorem natura, ideoque obſcuriorem compoſitione, generalis denique illi 2 p 5. ſpeciali contra methodum poſtponitur: Hyſterologiam Campanus hic etiam adnotavit.

25 Germana eſt ſeptem antecedentium 7.8.9.10.11.13.15 p 5. Proprietas enim eſt quædam disjunctæ proportionis é quatuor diverſis terminis conſtitutæ: proportionalium autem omnium non eſt communis: ut hic vides 2.3.2.3. quibus tamen proportionalibus utitur Euclides 7 & 9 p 5. Quamobrem videmus quinti libri ſophiſticam admirabilem, quæ definitiones convertat in propoſitiones, unde alias ſpeciales propoſitiones inſtituat, cúm tamen definitiones ſolę uſum fructumque totum contineant, quem propoſitiones & generales & ſpeciales poſſint afferre: Quæ cætera illa principia per ſe clariſſima convertat in dubias item quæſtiones, omniaque inſolentiſſimo genere & demonſtrationis obſcuret, & præpoſtero ordine confundat. Et tamen in hoc toto libro novemdecim definitionum & vigintiquinque propoſitionum, cum nō geometricam materiam habeant definitiones 3.4.6.7.8.9.11.12.13. propoſitiones 4.7.8.9.10.11.13.14.16. reliquę planè tū definitiones, tum propoſitiones ad Arithmeticam ſpectent, ut unicum tantum ὄνομα verbum geometrici generis proprium toto libro poſſit inveniri. Mirabile fuit ab Eudoxo, poſteaque Euclide, Theone, Campano doctrinam talem magnitudinibus attributam eſſe tanquam geometriæ propriam. & quidem ſophiſtica iſta tam putida tamque fœtida Ariſtotelem etiam in demonſtrandis ſyllogiſmorum definitionibus imitatorem habuit. Condiſcipulus Eudoxi aliquam ingenii famam ex his nugis conſecutus erat: Turpe Ariſtoteli videlicet viſum eſt non poſſe in logicis, quod Eudoxus in mathematicis potuiſſet.

LIBRI DECIMIQVARTI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. XV. IN DEFINITIONES SEXTI ELEMENTORUM.

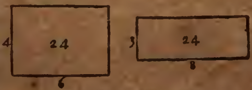
LIBER ſextus eſt de proportione & ſimilitudine planorum rectilineorum adhuc explicatorum, & ſi ſuperiores illi quatuor primi libri geometrici argentei ſint, hic aureus eſto. Tanto videlicet præſtat proportio rationi, & generale, quod hic traditur, ſpeciali antea propoſito. E quinque definitionibus duæ ſunt arithmeticæ ſecunda & quinta, duæ ſunt geometricæ tertia & quarta: prima miſta eſt é logico genere & geometrico. Propoſitionibus autem triginta duabus explicatur proportio rectilineorum tum communis, ut 21.22.25. deinde ſpecialis trianguli, triangulati, quadranguli, multanguli: trianguli propoſitione 1.2.3.4.5.6.7.8.15.19.32. unde ſequuntur de lineis 9.10.11.12.13. triangulati 18.20.31. quadranguli parallelogrammi 24.26.27.28.29. parallelogrammi æquianguli 14.23. rectãguli 16.17. poſtremo etiam circuli 33. Atque hæc ſexti mareria eſt.

1 Similes figuræ rectilineæ ſunt quæ & angulos æquos habent ſigillatim, & ad æquos angulos latera proportionalia. Prima definitio definit ſimilitudinem figurarum non omnium, ſed planarum, nec omnium planarum, ſed rectilinearum. Satis autem conſtat ſimilium figurarum definitionem geometris difficilem fuiſſe: Aliter enim definitur ſimilitudo ſectionum circularium 10 d 3: nunc aliter rectilineorum: aliter 21 d 7 ſimilitudo numerorum planorum & ſolidorum: aliter 9. 10 d 11. ſimilitudo ſolidorum: aliter 24 d 11. ſimilitudo conorum, & cylindrorũ. Generalius autem nihil videtur eſſe 21 d 7. ut ſimiles figuræ ſint idem quod proportionales, ſed proportione laterum: quomodo etiam latera ipſa nominãtur proportionalia: denique ſimiles figuræ jam nihil aliud ſint, quám quæ latera habent proportionalia, ut inde angulorum æqualitas oriatur. At id falſum eſſe quadratum & rhombus, oblongum & rhomboides arguunt, quæ laterib. proportionalia eſſe poſſunt, non autem æquiangula: Neque tamen contrarium magis verum eſt, ut æqualitas angulorum faciat proportionem laterum: ut quadratum & oblongum ſunt rectangula, ideoque æquiangula, neq; tamen lateribus proportionalia, id in triangulis tantum verum eſt. Si æquiangula ſunt, ſunt etiam proportionalia lateribus, & contra: ut patebit ad 4 & 5 p 6. Quare ſimilitudo duarum inter ſe figurarum definienda eſt argumento duplici & æqualium angulorum & laterũ proportionalium. Facit æqualitas laterum æqualitatem angulorum, non contra: ut patuit 8 p 1. At hic generaliter neque proportio laterum facit æqualitatem angulorum, neque æqualitas angulorum proportionem laterum. Similitudinis autem & proportionis definitio generalis ad logicam attinet. At ſimilitudo duarum figurarum ſpecialem ejuſdem

dem qualitatis conſiderationem habet in æqualitate angulorum & laterum proportione. Itaque non immutatur hic quidem logicæ definitionis decretum, ſed demonſtratur ſpecialis & propria geometricæ ſimilitudinis qualitas: definitio tamen Euclidis & hoc loco & cæteris toties & tam ſpecialiter diſcerpta logica non eſt: genus enim eſt unum ſimilitudinis geometricæ, ideoq; ex lege καθ᾽ ὅλου πρῶτον generaliter definiendum fuit: unde per ſpecies figurarum omnium intelligeretur: in rotundis enim laterum loco erunt termini & diametri, in conis & cylindris axes & diametri baſium, ut undecimo libro intelligetur: anguli veró in rotundis non qui ſunt, ſed qui poſſunt accipi, conſiderantur. Itaque ſimiles figuræ nobis definientur, quæ angulos habent æquales, & ęqualium crura proportionalia: ſed ſingulis poſtea locis id amplius etiam conſiderabitur.

2 *Reciproca figura ſunt quando in utraq; figurarum & antecedentes & conſequentes rationes inſunt.* Secūda definitio definit reciprocas figuras obſcuré, quando antecedentes & conſequentes rationes inſunt in utraq; figura: reciprocatio dicitur Eutocio ad 5 p 2. Iſorr. ἀντιπεπόνθησις. Atqui in hac definitione verbum λόγοι rationes videtur irrepſiſſe pro ὅροι id eſt termini, mutatis nempe aſpiratione in λ, & ρ in γ. Poteſt tamen λόγοι ſeu rationes retineri, ut intelligas rationem utramq; eſſe non totam in altera figura, ſed partim in hac, partim in illa, quia terminus primus primæ rationis eſt in prima figura, ſecundus eſt in ſecunda: ſecundæ autem primus eſt in ſecunda, ſecundus in prima. Atque ita intelligetur in duabus figuris rectilineis ut latus primę ad latus ſecundæ, ſic latus aliud ſecundæ ad aliud latus primæ, ut in his duabus figuris vides.

Hic enim ut 4 ad 3, ſic 8 ad 6, & tum proportionis id eſt duarum rationum, proindeq; terminorū quatuor unus eſt antecedens, & unus conſequens in prima ſimiliter, & in ſecūda figura: & tamē in 14 & 15 p 6. 34 p 11. itē 9 & 15 p 12. ubi reciprocatio hæc agitur figurę ipſę non appellantur reciprocæ, ſed earum latera ut baſes & altitudines dicuntur reciprocari, ſicut



dixi ſimiles figuras á ſimilitudine laterum appellari. Itaq; figuræ ut ſimiles, ita reciprocæ dicentur á proportione laterum. Eſt veró notabile, quod hæc Euclidi eſt ἀντιπεπόνθησις reciprocatio in figuris quæ in numeris Ariſtoteli ἀντιστροφὴ ἀναλογίας καὶ ἀναλογία ἀνάπαλιν, ut in arithmetica notavimus: unde intelligimus hic etiam Arithmeticā materiā tractari: ut cū dicitur. Si 20 pondo deſcendant 2 horis, 40 deſcendēt 1: hic 20 & 2 primā figurā faciunt, 40 & 1 ſecūndā, lateraq; reciprocantur, 20 ad 40 1 ad 2: Ergo ſimilitudo figurarū, & reciprocatio diverſę ſunt, nec reciprocatio figurarū eſt ipſarū ſimilitudo, nā ſimilitudo requirit omnes angulos ęquales & ęqualiū crura proportionalia, reciprocatio latera tantum quatuor requirit proportionalia.

etiamſi reliqua non ſint proportionalia, ut ad 19 p 6 poteſt intelligi cum demóſtratur æqualitas triangulorum e reciprocis lateribus. Denique reciprocatio figurarum non eſt ſpecies ſimilitudinis figurarum, imo ſimpliciot & natura prior eſt: eſtq; vel omnino arithmetica.

3 Extrema & media ratione recta ſecta eſſe dicitur quãdo ſit ut tota ad majus ſegmentum, ſic majus ad minus. Hæc definitio geometrici generis tota eſt, declaratq; tropum quendam ſermonis, quo ratio media & extrema dicitur pro medio & extremo rationis termino. Secta enim ſic eſt linea, ut ipſa cum duobus ſegmentis faciat tres terminos proportionis: ipſaque tota ſit primus, majus extremum ſit medius, minus ſit tertius. Itaque definit ex cauſſa quod undecima propoſitio ſecundi ex effectu propoſuit. Proportio aũt rectarum definita pręcedere debuit, proportio (inquam) illa divina, unde rectangulorũ æqualitas propoſita in undecima propoſitione ſecundi concluderetur. Itaq; hyſterologia hæc obſcuravit undecimæ illius propoſitionis cauſſam. Tractatur autem materies hujus definitionis 30 p 6, & tractatur 10.p.4. item 1.2.3.4.5.6.8.9.16.17 p 13. ut inde geometrarum ſtudium de hac ſectione ſit illuſtre & manifeſtum, & poſtea in res cæleſtes á Ptolemæo translatum.

4 Altitudo eſt omnis figuræ a vertice ad baſim perpendicularis acta. Hęc definitio item geometrica tota eſt, nihil logicum vel arithmeticum reſipit, definitio (inquam) toto genere figuras omnes complexa. Eſt enim cõmunis in planis rectilinei & circuli, in ſolidis pyramidis, priſmatis, ſphæræ, coni, cylindri, communis denique figuræ, nec veró intereſt, útrum baſis eadem ſit, an producta, ut in triangulo obtuſangulo ſi baſis ad obtuſum fuerit. Altitudo autem primo libro min⁹ accuraté propoſita eſt 35.36.37.38.39.40 p 1. cum figuræ dicerentur in eiſdem parallelis, pro æquealtæ, ſicuti á nobis tum declaratum eſt. Eſt veró definitio hæc longé audacior definitione ſimilitudinis, cum generaliter definiat ſemel, illa ſpecialiter & toties, nulla tamen in Euclide propoſitio generalis eſt de altitudine, quæ tamen una maximé omnium in geometricis rebus optanda fuerat, ut rurſus intelligetur ad 1 p 6.

5 Ratio ex rationibus componi dicitur, quando rationum quantitates in ſeipſas multiplicatæ faciunt aliquam rationem. Hæc definitio diſputata nobis eſt ad 2 cap. 2. l. arithmeticæ, neque ideo fruſtra huc repetenda.

LIBRI DECIMIQVINTI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. XVI IN PROPOSITIONES SEXTI LIBRI.

PROPOSITIONES quinti libri non adſcripſimus ad verbum, neque hic & deinceps neceſſe erit.

1 Theon hic demonſtrat per 6 d 5, ut quaſdam propoſitiones quinti demonſtravit. At enim demonſtratio Theonis vel Euclidis iſto

loco imprimis ſophiſma 6 d 5 prodit. Syllogiſmi futuri quæſtio categorica eſt. Triangula æquealta ſunt ut baſes. Propoſitio ex illa 6 d 5 eſt hypothetica. Si differentia triplex æqualitatis, defectus, exceſſus accidat, ſumptis æquemultiplicibus alternis ſimplices eſſe proportionales. Aſſumptio igitur categorica eſſe debuerat hoc modo: ſed in iſta quæſtione ſumptis æquemultiplicibus triplicitas illa vera eſt: & ſic, & ſic, & ſic. At Theon pro iſta categorica & aſſeverata aſſumptione connexioné & conditionem rurſus uſurpat, cujus unam parté de æqualitate confirmat per 38 p 1, id eſt generalem probat per ſpecialem, reliquas de exceſſu defectuque ſine ullo antecedente principio ſibi poſtulat. Demonſtratio itaque Theonis per 6 d 5 aſſumptione manca & imperfecta eſt, ſine qua tamen plané confirmata & probata planéque categorica quæſtio concludi non poſſit. Itaque Theon reipſa nihil aliud hic agit, quam ut inducat per ſpecies æqualitatis, defectus, exceſſus, doceatque ſi baſis æqualis, triangulum æquale eſſe, unde aſſumit conſectarii cujuſdam loco, ſi major, tãto majus, ſi minor, tãto minus. Quæ inductio tametſi periculoſa eſt, propter illa ad 6 d 5 ſophiſmata, attamen, quia vera eſt, teneatur. Tales quædam inductiones quinto libro fuerunt pro demonſtratione. Colligitur deinde proportio parallelogrammorum ex illa ſic demonſtrata proportione triangulorum: Collectionis genus á natura priori probandum eſſet, dummodo ipſum prius eſſet accuraté demonſtratum. Attamen ſi Euclidea primi libri doctrina ad iſtam conferatur, circulus doctrinæ (ut antea prædictum eſt) parum logicus in Euclide invenietur. Itaque primo libro triangulorum ratio deducitur é ratione parallelogrammorũ, hic contra proportio parallelogrammorum deducitur é proportione triangulorũ. Theon ad 5 4 p 10 hinc aſſumpſit. *Itaque*

Si rectæ ab angulis trianguli biſecant baſes, concurrunt in centro, & ab angulis radii triſecant triangulum. Nam centrum eſt in concurſu diametrorum, & hic ſingulæ biſecantes ſunt diametri per 2 c 7 e 7. Sit triangulum *aei*, biſecantes *ao*, *ey*, *ui*. Hæ ſunt diametri. Itaque centrum eſt in *s* earum concurſu per 3 c 5 e 4. Proclus lib. 2. cap. 7. ait perpendiculares ab angulis trianguli ad latera concurrere in uno puncto. Quod Regiomontanus repetit 32 p 1 de triangulis. Sed verum tantúm id fuerit ex hypotheſi, ſi intus perpendiculares illæ fuerint, nec enim poſſunt eſſe in obtuſangulo. Secunda pars patet in eodem exemplo. Nam triangula *aoe* & *aoi* per 2 c 6 e 7 æquantur inter ſe, quia æquealta in baſibus ęqualibus: item utrunque *eso* & *osi*, quia æquealta in æquali baſi. Iis igitur detractis relinquuntur ęqualia *ase* & *asi*. Similiter oſtendetur triangulum *esi* æquari triangulo *eas*.



Et

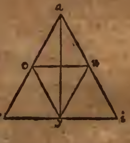
Perpendicularis á vertice æquilateri eſt tripla perpendicularis á centro in latus. Papp. 47 th 5. & Camp. 17 p 14, ut in *aei* triangulo æquilatero perpendicularis *ao* eſt tri-

pla perpendicularis *no*. Nam ductis radiis *ne* & *ni* oblongum ex *eo* & *on* æquatur triangulo *eni* per 42 p 1, & ſimiliter oblongum ex *eo* & *oa* æquatur toti triangulo triplo per antecedens conſectarium trianguli *eni*. Itaque eſt triplum oblongi ex *eo* & *on*. Ergo per 1 p 6, ut oblonga ſic baſes baſiſque *ao* tripla baſis *no*.



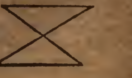
2 Variis triangulis à Theone colligitur, quæ conſectarium nobis eſt é 13 e 5. Hinc veró ſequitur.

Si latera trianguli æquilateri biſecta connectantur, quadriſecabunt triangulum in quatuor triangula æquilatera. Vt in *aei* tria extrema *aou*, *eoy*, *iuy* æquantur per theſim & 4 p 1. De medio conſtabit per 2 p 6. Nam cum *uy* ſecet crura proportionaliter, eſt parallela ipſi *oe*, ideoque & *ou* parallela ipſi *ey*. Itaque parallelogrammum eſt *oy* lateribus oppoſitis æquale per 34 p 1. Itaque *ou* & *oe* æquantur ipſis *ey* & *uy*, & ſimiliter *au* æquabitur ipſi *oy*. Quare mediũ eſt æquilaterum extremis.



4 & 5 in unam nobis conjunctæ ſunt. Eſt autem in triangulis ſingulare hoc privilegium, quod æqualitas angulorum concludit proportionem laterum, & contra quod in quadrilateris (ut antea patuit 1 d 6) falſum ſit. Reſpondet autem modo quodam hæc propoſitio de proportione triangulorum, octavæ primi de ratione triangulorum, ſed diſſimiliter. Si triangula ſunt æquilatera, ſunt æquiangula: non contrá. At hæc conuerſio valet ex æqualitate angulorum ad laterum non æqualitatem, ſed proportionem: item illa protinus ex axiomate æqualium angulorum patuit. At non iſta protinus é definitione ſimilium figurarum. Definitio enim ſimilium figurarum duo complectitur, quæ ſingula hic ſeparantur. Additur veró in utraque propoſitione ὁμολογία laterum ad angulos æquales, quod conſectarium potius eſſe debuit, à Theone itaque non demonſtratur, & quidem conſectarium generale é quip[illegible] propoſitione ad 6 & 7 p 6. Continet veró 4 & 5 p 6 magnum prorſus & ex[illegible]entem geometriæ uſum in geodæſia rectarum, ut pleniús in geometria noſtra definietur. Hinc veró ſequitur.

Si duæ rectæ interſectæ connectantur rectis parallelis, ſegmenta ſunt proportionalia. Vitello 26 p 1, ut hic: æquiangula enim triangula fient, ut patet per alternos. Item



Si triangula rectangula ſunt ſimilia, quadratum á ſimul utraque baſi æquatur quadratis á ſimul utriſque cruribus homologis. Theon 1 conſtr. quod cœlum rotundum. Ut hic.

De proportione triangulorũ reſpondet quar-

tæ primi

tæ primi de ratione triangulorum, quodque illa de ratione reliquorum angulorum ex æqualitate vnius anguli & duorum laterum concludit, iſta ſimiliter concludit ex æqualitate unius anguli & proportione duorum laterum. Pars de homologis lateribus conſectarium eſſe debuit, ut ante, patet enim é demonſtratione reliquorum.



7 Verbis obſcurior eſt: tria autem ponit, primo æqualitatem anguli unius, ſecundo proportionem in cruribus aliorum duorum angulorum, tertio ut alteri reliquorum angulorũ ſint homogenei, id eſt ambo vel acuti vel obtuſi, vel etiam recti.

8 Inſignis eſt multiplici fœcunditate. In una enim propoſitione ſunt propoſitiones quodammodo ſex, quod totum ſit ſimile huic parti, quod illi, quod partes ſimiles inter ſe, tres in duobus cõſectariis, quod perpendicularis ſit media proportionalis inter baſis ſegmenta, quod crus tum hoc, tum illud ſit medium proportionale inter totam baſim & ſegmentum lateri ipſi conterminum: quæ tamen omnia per duas tantúm propoſitiones 32 p 1, & 4 p 6 demonſtrantur. Uſus veró propoſitionis etiam permagnus eſt in dimenſionibus planorum. Itaque videtur in hac una propoſitione certare demonſtrationis elegantia cum doctrinæ fœcunditate, & uſus atque utilitas cum utraque. Converſa etiam vera eſt, ſecus duæ inæquales eſſent mediæ proportionales inter eaſdem datas. Hinc veró meſographus Platonis extitit, ſingulare Platonicæ matheſeos monimentum. Meſographus eſt parallelogrammum rectangulum latere uno mobili per cavum conterminorum laterum: cujus figura eſt ex Eutocio ad 2 th 2 de ſphær. Arch. Sed Platonis mechanica jam dicatur.



Si duæ datæ rectæ recté contermina infinité á contermino continuētur, meſographus incidens latere mobili & oppoſito in principia datarũ, & angulis in continuatas, interſecabit é continuatis duas continué proportionales inter datas. Sunto datæ *ae* & *io*, quib. duas intermedias cõtinué proportionales invenire lubeat, figura meſographo facta ſic erit, & interſectæ *eo*, *eu* erunt continué proportionales inter datas per 8 p 6 bis aſſumptam. Nam ut *ae* ad *eu*, ſic *ue* ad *eo*, & ſic *oe* ad *es*.

9 Generalis eſt ad 10 p 1, neque enim ſecat dimidiam partẽ tantúm, ſed que-



lemcunque, ut tertiam, quartam, quintam. Sed effectu tantúm, non ratione & argumento generalis eſt. Recta autem, quæ aſſumitur, laterum ſectionem habet. Secas enim ab initio quantumlibet, tum ſi tertia ſecanda ſit, ut hic ſecat Theon, ſecas præterea duas partes primæ æquales: ſi quarta ſecanda ſit, ſecas tres, & ſic deinceps.



10 Non unam partem proponit, ut ſuperior, ſed quotlibet & cujuſcunque rationis. Notabis autem in hac propoſitione, verbum ὁμοίως ſimiliter, pro proportionaliter: ut intelligamus aliquando Euclidi ſimilitudinem idē eſſe quod proportionem. Eutocius ad 3 th 2 de ſphę. Arch.

Si recta eſt ad partem ut ſimul uterque data rationis terminus ad alteram, ſecatur data ratione.

11 & 12 Reſpondent in numeris 18 & 19 p 9. neque tamen iccirco hæ ſunt inutiles geometriæ, aut non geometricę. Nec enim lineæ omnes ſunt numerabiles aut explicabiles numero, ut latera quadratorum 3 & 5: neque omnibus numeris propoſitis duobus vel tribus eſt tertius & quartus proportionalis numerus, ut etiā nominatim profitetur Euclides in Arithmetica, quærit enim utrum poſſibile ſit. At omnes lineæ ſunt explicabiles geometricé, & omnibus duabus vel tribus poteſt inveniri tertia & quarta proportionalis. Itaque non quæritur hic utrum poſſibile ſit, ſed conſtanter aſſeveratur.

13 Huic veró propoſitioni in numeris nulla reſpondet apud Euclidem, neque enim perpetuó eſt ut inter 3 & 5, neque ſi ſit, inveniri tamen ſine quadrati literis analyſi admodum poſſit: In geometricis autem res multó promptior & expeditior eſt, omniumque duarum linearum & eſt & u[illegible] enitur perpetuó & protinus media proportionalis. Huc poteſt aggregari & illud.

Si duarum rectarum major minimum dupla minoris fiat diameter circuli, minorque extrema diametro perpendicularis connectatur cum peripheria per rectam diametro parallelam, recta á connexione diametro perpendicularis erit æqualis minori & proportionalis inter ſegmenta majoris. Campan. 13 p 10: ut hic vides.



14 Mirum videatur in hac propoſitione cur geometres non potius dixerit parallelogramma æquiangula, quá æqualem angulum unum habentia, cum unicus æquari non poſſit uni, qnin reliqui ſeparatim æquentur reliquis. Videtur autem voluiſſe crura deſignare æqualis anguli, quæ ſola reciprocantur. Nam ſi duo rhombi comparentur ęquianguli, ſinguli unius anguli ſingulis alterius æquabuntur, non tamen omnes omnibus. Eſt veró hic notabile quod antea notavi, non jam dici ab Euclide reciprocas figuras, ſed latera figurarum reciproca, quod iterum faciet proxima propoſitione. Notabis hic veró etiam reciprocationis lege ſolum comprehendi triangula & parallelogramma, ſicuti antea comp[illegible]nſa ſunt altitudinis comparatione.

15 Hæc cum ſuperiore demonſtrat circulatoriam logicam Euclidis, de qua 35 p 1. & 1 p 6.

16 & 17 De quatuor & de tribus rectis ad rectangula æqualia minus generaliter proponit: veritas enim communis eſt omnium parallelogrammorum æquiangulorum, & ſic 36 p 11 de omnibus æquiangulis parallelepipedis, non ſolúm de rectangulis. Nos itaque generaliter in geometria propoſuimus.

18 Proponitur fabrica ſimilis rectilinei ſimiliterque ſiti. At geometra noſter ſine arte nova ſumpſit ad 5 & 6 p 6 æquiangula triangula, quod nunc tanquam novum aliquid proponit, quod autem magis erat explicandum, quid erat ſimiliter ſitum, neque definit neque demonſtrat uſquam, licet ſæpe id repetatur in conſequentibus propoſitionibus, & ab aliis geometris ſic uſurpetur. Videatur autem cóparatis omnibus locis elementorum, ubi ſermonis hujus eſt uſus, aliud eſſe ὁμοίως κείμενον καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένον ſimiliter ſitum & ſimiliter deſcriptum. At tandem deprehenditur in demonſtrationibus utrumque pro eodem uſurpari: ac figuræ ſimiles fingi interdum poſſunt ut ſimiliter & ſitæ & deſcriptæ non ſint, ſicuti admonebimus in propoſitionibus ipſis amplius: denique mathematicis alioqui verború admodum parcis videtur hic pleonaſmus in geometria tanquam thorus aliquis in corona placuiſſet: ſed plerumque ſine cauſſa, ut mox percipietur. Eſt præterea in propoſitionis hujus ſermone id inſolens, quod á data deſcribi ait rectilineum: Id enim quadrato proprié convenit: quomodo & proprié loquitur 46 p 1. Melius igitur fuiſſet πρὸς τῇ δοθείσῃ ad datam rectam, ut 44 p 1, & poſtea ad 28 & 29 p 6: vel ἐπὶ τῆς δοθείσης ſuper datam, ut 1 p 1.

19 Speciale conſectarium eſt é 15 e 4 ſicut & ejus conſectarium: In conſectario autem Theon ſimiliter deſcriptum dicit, quod hic tamen nulla neceſſitate ſtatuitur.

20 Fœcunda eſt quadruplici fœtu, qui melius ita diſtinguetur ut primo ſepares triangula multitudine æqualia, quod eſt é compoſitione rectilinei triangulati. Itaque non demonſtratur, & nos conſectarium in geometria fecimus. Secunda pars de ſimilitudine particularium triangulorum probatur de duobus extremis per 6 p 6, & de mediis per 4 p 6. Tertia pars quod ſingula ſint homologa totis, probatur per 12 p 5. Quarta per corollarium 19 p 6. Res ſpecialiter demóſtratur á Theone prolixa & moleſta demonſtratione, melius ab eodem generaliter demonſtratur illa via quam propoſui. Theon commodum conſectarium adnotat generale, ubi rurſus ſimilis deſcriptio appellatur á Theone nulla majore cauſſa quám in 19 p 6. Poteſt veró etiam adnotari ut conſectarium. Ratio homologorum laterum duplicata eſt ratio quadrati primę ad quadratum ſecundæ.

21 Hæc propoſitio demonſtratur non obſcuré, aut potius declaratur per 1 d 6 & 11 p 5. At ſumendum id potius fuerit, ut illud axioma. Quæ eidem æqualia, &c. Nec juſtior modo Theonis hic eſt demonſtratio, quám tum fuit Apollonii: & tamen de omnibus figuris generaliter poſtulandum fuerit.

22 Ut poſtea 37 p 11 ſpeciale conſectarium facit é ſimilibus figuris. Hic autem ſimiliter deſcriptum uſurpatur non juſtiore de cauſſa quám antea. Nam ſi geometres dixiſſet ſimilia datis comparata, dixiſſet idem.

23 Compoſitio laterum, quę præcipué demonſtranda proponitur, nihil hic demonſtratur, ſed tantúm aſſumitur é 5 d 6. Veritas tamen comparatione concluditur, qualis etiam concluditur 5 p 8 de numeris planis, qui rationem habent cōpoſitam é lateribus. Itaque propoſitio hæc principii materiam continet & ſola definitione compoſitionis rationum declarandam. Promiſcué veró ſumit latera primum primi cum primo ſecundi, ſecundum primi cum ſecundo ſecundi, vel primū primi cum ſecundo ſecundi, & reliqua deinceps. Hæc autem propoſitio quamvis rationum compoſitio infiniti ſit uſus, attamen quia præcipuus hic nullus eſſe videretur in geometriam accepta non eſt: ſi quis uſum norit, admoneto.

24 Quæ iſta propoſitio proponit de ſimilitudine diagonalium, eadem 43 p 1 proponit de ęqualitate complementorum. Proportio autem hic triplex eſt, prima quod primum diagonale ſit ſimile toti, ſecunda quod ſecundum, tertia quod primum tertiumque ſint ſimilia inter ſe: Atque hęc propoſitio ſimilem illum ſitum præcipué requirebat, qui tamen nullus explicatur: explicabitur autem ad converſam, unde indicabitur hic fuiſſe comprehenſum.

25 Ut deinceps 27.28.29 p 6 tametſi reconditam & ab Apollonio citatā geometriam continent, tamen in στοιχείωσιν geometricam adhibere non anté ſtatuimus quám tantæ ſubtilitatis uſus appareat: ſententias verbis expreſſimus, quia præcipua hic obſcuritas verſaretur: ut ſi qua hinc utilitas erui poſſit, difficultas nihil impediat. Sententia problematis & demonſtratio ſic eſt.

Si duo parallelogramma duobus datis rectilineis æqua comparentur primum lateri primi, ſecundum contermino lateri comparati, rectilineum proportionali inter comparatorum continuata latera comparatum ſimile primo, erit æquale ſecundo. Quia rectilineū primum ad utrumque eſt ſimile, ut ſorites quatuor graduum indicat. Nam primū rectilineum eſt ad ſecundum, ut primum parallelogrammum eſt ad ſecundum per 7 p 5 & per 1 p 6, ut baſis primi parallelogrammi ad baſim ſecundi, & per conſectarium 20 p 6, ut rectilineum primum ad tertium. Itaque de primo ad ultimum, rectilineum primum eſt ad ſecundum, ut idem primum ad tertium. Quare per 9 p 5 primum & tertium æquantur. Geometria autem lineamentorum hoc loco Euclidi non defuit, ſed grammatica verborum non ſatis affuit, quibus ſententiam propoſitionis hujuſ exponeret.

26 Propoſitio hęc converſa eſt quædam 24 p 6, & indicat ei defuiſſe differētias ſimilis poſitionis & communis anguli, quæ hic modó convertuntur. Debuerat veró protinus ſubjici ſuæ antecedenti: Neque omnino cauſſa fuit interponendę 25 p 6, quia ea nihil utitur ipſius demonſtratio. Atqui locus hic unus eſt, ubi ſimilis ſitus neceſſario exprimitur, poſſit enim diagonale, quod fuerat, immutari in ipſo parallelogrammo, ut ſimile & coangulum remaneat, nec tamen ſit ſimiliter ſitum, nec præterea diagonale. Quare ſimilis ſitus hic neceſſarió exprimendus eſt.

27 Hæc propoſitio geometriam non deſiderat accuratiorem, ſed apertiorem grammaticam. Senſus enim eſt.

Si duo parallelogramma comparata datæ rectæ primum biſegmento, ſecundum inæquali ſegmento deficiant parallelogrammis primo ſimilibus ſimiliterque ſitis, primum erit majus ſecundo. Sectio autem lineæ & bifariam & non bifariam reſpondet 5 p 2, &

modus demonſtrandi ſimillimus eſt in utroq; caſu ſegmenti inæqualis modó majoris modò minoris. Atque hæc propoſitio ut ſequentes duę demonſtrant id, quod Proclus adnotavit, parabolem, hyperbolem, ellipſim veteribus geometris nomina fuiſſe figurarum, non linearum, ut poſteris fuere, ἔλλειμμα hic Euclidi eſt ellipſis: neque tamen parabole, hyperbole, ellipſis appellantur propter figuram, quæ æquatur, excedit, deficit, ſed propter lineam quam figura explet, excedit, deficit, ut in pręſenti exemplo ellipſes ſunt duæ in una linea inæquales: in majore ſiquidem ſegmento ellipſis parallelogrammi ad datam eſt minor in minore, in majore eſt major: in biſegmento eſt æqualis. Sic poſtea erit ad 29 p 6 exceſſus parallelogrammi ſupra lineam. Locus hic etiam alter ſimilis ſitus expreſſionem exigit, neque ſimilitudo ſimilem etiam ſitum efficit.

28 Hæc propoſitio grammaticam refert eam, quæ fuit ad 22 p 1, ſed grammaticam Ariſtarchi Geometria Euclidis iſto loco aut deinceps proximo valde deſiderat. ſententia autem duos modos continet, primus eſt.

Si primum ſit ſimile dati parallelogrammi, utrumlibet æquale dato rectilineo deficiet parallelogrammo ſimili dati parallelogrammi. Nam primo deerit dimidium comparatum reliquo biſegmento. Itaq; etiã ſimile dati per 24 p. Secundus modus ſic eſt.

Si parallelogrammi comparati data recta biſegmento ſimilis dato parallelogrammo exceſſus ſupra datum rectilineum fiat diagonale alterum ſupra datum, latera diagonalis cõtermina diagonio continuata in datam & defectus latus conterminum data comparabunt data recta parallelogrammum æquale dato rectilineo deficiens parallelogrammo ſimili dato parallelogrammi. . Demonſtratio facillima eſt, ut proxima feré, primum de æqualitate per 43 p 1 & 1 p 6, tum de ſimilitudine per 21 p 6, adhibetur autem propoſitio hæc ad 17 p 10.

29 Hoc problema germanum eſt ſuperiori. Itaque etiam hanc ipſam germanitatem ſtudioſé reddidimus. Senſus igitur eſt.

Si parallelogrammum comparatum biſegmento data recta ſimile dati parallelogrammi fiat parallelogrammi diagonale, & exceſſus ſupra datum rectilineum, baſes altrinſecus continuatæ, diagonalis in latus totius: totius in latus defectus conterminum datæ & dicto lateri parallelum, comparabunt data recta parallelogrammum æquale dato rectilineo, excedens parallelogrammo ſimili dati parallelogrammi. Demonſtratio par eſt facilitate cum proximis, æqualitas probatur 43 p 1 & per 1 & 21 p 6, ſimilitudo per 21 & 26 p 1. Atque hic exceſſus eſt figuræ ſupra lineam datam. Nam totum parallelogrammum intra latus totius & ei parallelum latus conterminum datæ æquatur quidem dato rectilineo, ſed excedit datam.

30 Sententia & demonſtratio propoſitionis eſt.

Si é data recta quadratum deſcribatur, parallelogrammum comparatum contermino lateri æquale deſcripto excedens quadrato ſecabit datam media & extrema ratione. Quia ſubducto cõmuni relinquentur parallelogramma æqualia & habentia æqualem angulũ: Ideoque latera reciprocantur, & per 3 d 6 recta ſecatur extrema & media ratione. Hanc propoſitionem in geometria non habemus, quia 11 p 2 ejuſdem fabrica facilior eſt, & proximis omiſſis retineri non poterat.

31 Propoſitio hæc Proclo videbatur ad 47 p 1 generalis, & revera eſt imprimis

genere ipſo nobilis, ſed nobilior etiam demonſtratione brevi & facili: mirũ tamen eſt hanc propoſitionem licet generalem nuſquam feré appellari, 47 p 1 ſpecialem infinitis locis citari. Sed ſpecialis quadratorum uſus id efficit, ſicut antea dixi de rectangulo & de quadrato ex linearum proportione: Hæc (inquam) propoſitio tam ſingularis eſt. Loquitur tamen impropriè geometres, ut antea cum formam nominat pro triangulo aut triangulato: id enim ſolidis corporibus convenire nõ poteſt: nec enim cubus baſis æquatur cubis crurum, ut in lateribus trianguli 3.4.5. eſt manifeſtum. Ergo non qualibet figura hic comprehendi poteſt: nec magis proprium eſt illud á ſubtendente figura pro figura comparata ſubtendenti. Deniq; hic etiam ſimiliter deſcriptum ut antea nihil ad geometriam facit, nec ſitus omnino reſpondet, cum primum triangulatum planum poſſit eſſe horizonti, cum reliqua ſublime erigantur, neque omnino differentiæ ſitus reſpondent.

32 Citatur 17 p 13, & ideo retinetur á nobis 11 e 7. literá tamen emendavimus.

33 Demonſtratio Euclidis ſeu Theonis huc eadem redit, quæ fuit ad 1 p 6 per 6 d 5, ſophiſmate ſimillimo. Quæſtio enim eſt categorica de proportione angulorũ & peripheriarum: Propoſitio ſyllogiſmi connexa eſt ex illa definitione. Si ſumptis æquemultiplicibus alternis æqualitas, exceſſus, defectus ſimiliter accidant, proportionalia ſumpta eſſe: aſſumptio quæ categorica eſſe debuerat per tres illas ſpecies rationis abit in fumum ſuperioribus illis ſimilem: æqualitas approbatur è libro tertio: exceſſus & defectus nullam antea neque propoſitionem, neque demõſtrationem habuit: aſſumitur tamen á Theone & revera ac veritate (ut antea dixi) nihil aliud hic agit Theon quám ut inducat, ſi angulus æqualis, peripheria æqualis, ſi major, baſis tanto major, ſi minor, tanto minor. Itaque hæc nobis in geometria demonſtratio vel inductio Theonis ſola eſt. Ratio autem peripheriarum & ſubtenſarum nõ eadem eſt, ut ex Ptolemæo didicimus, quale eſt illud in catoptricis Euclidis 8 th. quod æqualia parallela inæqualiter diſtantia habent majorem rationem diſtantiarum quám angulorum, qualis item Jordani propoſitio, ſed de his tribus antea jam dictum eſt.

LIBRI DECIMISEXTI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. XVII IN DEFINITIONES ſeptimi elementorum.

LIBER quintus logicam & arithmeticã habuit nomine magnitudinis, unde tres definitiones huc iteratæ ſunt partis, multiplicis, proportionaliũ: item propoſitiones duodecim, de alternatione quatuor 9.10.11.15 p 7: de compoſitione tres, 5.6.12 p 7: de diviſione tres 7.8.11 p7

de æ-

de æquatione ordinata 14 p 7: de perturbata 22 p 7: duæ præterea 19 & 20 repertę ſunt é 16 & 17 p 6. Ex his igitur propoſitionibus quatuordecim elenchus Euclidis manifeſté traducitur & tautologiæ & heterogeniæ, quod toties idem dicatur modo nomine magnitudinis, modo numeri. Definitiones duæ & viginti præponuntur communes trium librorum: de his dicamus primum: tum ſingulorum librorum propoſitiones expendemus.

Unitas eſt ſecundum quam unumquodque entium unum dicitur 1 d 7.

Numerus autem eſt ex unitatibus compoſita multitudo 2 d 7. Si numerus definitus eſſet ſecundúm quem nempe unumquodque numeratur, melius eſſet definitus: & generali definitione complecteretur etiam unitatem, quæ numerus eſt Euclidi in numero perfecto, imperfecto, in numero plano, ſolido: in omni deniq; rationum & proportionum doctrina: Tumque unitatis definitio non magis, quàm binarii aut ternarii requireretur: quia é generali numeri definitione intelligeremus unamquamque numeri ſpeciem unitatē, binarium, ternarium, & reliquos deinde numeros, eſſe ſecundum quos numerarentur unum, duo, tria, & cætera. Itaque ſecunda definitio non ſatis vera eſt, quia excludit unitatem, & primam definitionem ἀγχιστέρον fuerat ad ſecundam aptare.

Pars eſt numerus numeri minor majoris quando metitur majorem 3 d 7.

Partes autem quando non metitur 4 d 7.

Multiplex veró major minoris quando dimenſus eſt á minore 5 d 7. Tres hæ definitiones pro tota rationum doctrina ab Euclide proponuntur, prætetea .n. nullum verbum erit: Tertia autem & quinta nomine magnitudinis fuerunt 1 & 2 d 5: & valde ſophiſticam tautologiam prodūt, in quibus etiam, ut in ſuperioribus quinti definitionibus inſolentia ſermonis eadem eſt minor majoris & major minoris, ſed multó inſolentior in numeris metaphora geometrica metiendi pro dividendi. Verbum enim diviſionis arithmeticæ proprium eſt pro alieno illo menſuræ verbo, quo tamen totis elementis Euclides uſus eſt, tanquam de induſtria arithmeticum dividendi verbum in arithmetica fugerit. At proprietas verborum ſicubi requiratur, certé in artibus requirenda eſt. Verum perge.

Par autem numerus eſt qui bifariam dividitur 6 d 7. Hic dividendi verbum proprié poteſt intelligi, ut par ſit diviſus á binario: At Euclides videtur intelligere proſectione in duas partes æquales: Illud enim eſt δίχα bifariam, quo in geometricis ſectionibus geometres utitur 7. d. Impar autem numerus qui non dividitur bifariam, vel qui unitate differt á pari 7 d 7. Pars definitionis altera potius aptanda definitioni paris fuerat. Impar enim tempore naturaq; prius eſt pari, ut primus compoſito, & unitas eſt ante binarium, ternarius ante quaternarium. Itaq; differentia conſequētis ab antecedente fuerat in conſequente declaranda, non in antecedente. Deinceps Euclides duas ſpecies numeri paris definit.

Pariter par numerus eſt á pari numero menſus ſecundum parem 8 d 5. Atqui definitio hæc non excludit ſecundam ſpeciem: ſic enim 12 eſſet numerus pariter par: dimenſus enim eſt a 2 pari per 6 parem.

Pariter impar eſt á pari numero menſus per imparem 9 d 7. Hæc etiam definitio

comprehendit parem dividuum à pari per imparem, quamvis etiam dividi poſſit à pari per parem, ut 24 dividitur a pari 8 per imparem 3. At idem dividitur à 4 pari per 6 parem. Itaque poteſtas tantum hic attenditur. Cæteri autem Arithmetici ex hac una ſpecie duplicem fecere. Parem impariter tantum, & parem pariter ſimul & impariter parem. Et Euclides ipſe proponit ſpeciem utramque 33 & 34 p 9. Quapropter Euclides definire etiam ſpeciem illam, & ei contrariam debuit: Utrum veró definitio ſequens huc pertinet.

Impariter impar eſt numerus ab impari menſus ſecundum imparem 10 d 7. Hic enim videatur περισσὸς ἀντὶ ἀρτιός impar pro pari irrepſiſſe. Sic enim veteres, ut ex Nicomacho percipitur, appellarunt tertiam hanc ſpeciem impariter parem. Atqui ſuſpicio hæc é duabus illis propoſitionibus firma ſit, imó é totis tribus libris Arithmeticis, in quibus de impari impariter nulla propoſitio ſit. Verú perge. Primus numerus eſt ab unitate ſola menſus 11 d 7. Atqui nullus præter unitatem numerus ejuſmodi eſt. Omnis enim numerus eſt dividuus à ſeipſo.

Primi numeri ſunt ab unitate ſola menſi communi menſura 12 d 7. Hæc definitio accuratior eſt ſuperiore.

Compoſitus numerus eſt à numero aliquo menſus 13 d 7. Atqui nullus omnino alius numerus eſt. Itaque definitio eſt tam ſophiſtica quám undecima, & compoſitionis verbum in Euclide ambiguum eſt, modó enim ſignificat multiplicationem & compoſitum factum multiplicatione, aliás ſignificat additionem & compoſitum totum ex additis.

Compoſiti autem inter ſe numeri ſunt numeri numero aliquo menſi communi menſura 14 d 7. Atqui omnes duo numeri tales ſunt, quia minimum unitas eſt illis communis menſura. Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quot ſunt in ipſo unitates, toties componitur multiplicatus: & fit aliquis: 15 d 7.

Compoſitionis verbum hic ſine dubio ad additionem refertur. Contra in compoſiti numeri definitione refertur ad multiplicationem: Eſt veró notabile in totis elementis nullam addendi, ſubducendi, dividendi definitionem, aut doctrinam inſtitui: cúm tamen eorum generum uſus tam neceſſarius ſit, quám multiplicandi

Numeri figurati quatuor proximis definitionibus 16. 17. 18. 19. d 7. tractantur: quorum quidem ſi nullus extra figuras ipſas geometricas ſit uſus, cauſſa nulla fuit in arithmetica tales numeros docendi: certé multa in geometricis rebus numeris explicabilia ſunt, non tamen omnia, ut jam dictum eſt. Nec enim planus aut ſolidus numerus omnes planorum aut ſolidorum geometricorum proprietates interpretantur, ſed é multis pauculas quaſdam in rectangulis: Nec quadratus numerus quadrati geometrici, nec cubus numerus cubi geometrici affectiones aſſequitur. Nec ideo ſequeretur geometricas facultates arithmeticę proprias eſſe, aut tales numeros in Arithmetica potius, quám in Geometria eſſe declarandos. Generalis autem de numero figurato definitio pręcedere debuerat. unde intelligeres numerum factum multiplicatione numerorum figuratum, & factores latera dici figurati. Neque enim bis idem repeteretur in definitionibus plani & ſolidi. Eſt etiam id nonnihil diſſimile, quod in definitione plani & ſolidi numerus dicitur arithmetico verbo factus,

factus, qui in definitione quadrati &cubi dicitur verbo geometrico comprehēſus. Ergo & res & rerum vocabula plani, ſolidi, quadrati, cubi, laterum, comprehendi, geometrica ſunt: atque ut de plano, quadratoque in poſtremis hiſce elementorum libris tolerari poſſit, quod umbra hæc corpus ſuum ſequatur: quia libris antecedētibus dictum eſt de formis: de ſolido &cubo certe ferendum non ſit, ut corpus umbram ſequatur, poſtremis enim libris agetur de ſolido &cubo. Quare figuratos numeros cum figuris ſuis conjunximus. Numeri proportionales ſunt quando primus ſecūdi, & tertius quarti æqualiter fuerit, multiplex aut eadē pars, aut eædem partes 20 d 7. Hæc definitio indicat tautologiam & heterogeniam 7 d 5. Nā proportionales illic magnitudines definiūtur, hic numeri. At numeros prius oportebat, quia per numeros proportio geometrica (quę modo hic definitur) magnitudinib. convenit. Sed tamē definitio quinti eſt accuratior, quod proportionalia definit habētia eandem rationē, quod omnis rationis cōmunis eſt. Hęc autē definitio definit perquaſdam ſpecies rationis multiplicem & oppoſitam, multiplici partem, perque partes. At ratio æqualitatis hic interea prætermittitur, cujus tamen vel in quinto Euclidis ipſius libro antea uſus fuit. Quare definitio hæc multó eſt vitioſior. Similes plani & ſolidi numeri ſunt proportionalia habentes latera 21 d 7. Hic duæ ſpecies plani & ſolidi numeri adhibentur pro genere uno, & ſimilitudo hic aliud eſt quám proportio. Proportio enim quatuor terminos requirit, ſimilitudo eſt duorum, rationemque quatuor terminorum includit, quod in figuris geometricis proprium eſt, & in figuratis numeris. Perfectus numerus eſt, qui eſt ſuis partibus æqualis 22 d 7. Hic unitas eſt pars numeri. Ideoq; ex Euclidea partis definitione numerus. Imperfectus veró numerus non definitur ab Euclide, neque imperfecti ſpecies redundás & diminutus. Campanus autem addidit hic definitiones, poſtulata, axiomata, quibus imperfectam Euclidis & Theonis mathematicam declaravit. Et certé Theon in ſuis demonſtrationibus, principiis utitur, quæ principia in principiis nulla collocavit, ut poſtea locis quibuſdam declarabo. Et tamen tota materies præceptorum arithmeticorum ſyllogiſmo non plus egebat quam materies logicorum: & nos arithmeticam totam ſic docuimus.

LIBRI DECIMISEPTIMI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. XVIII. IN PROPOSITIONES SEPTIMI LIBRI.

SEPTIMUS liber habet propoſitiones unam & quadraginta: é quibus ſunt quatuordecim é ſuperioribus iteratæ: tum viginti quatuor de numeris primis & compoſitis, quarum ſex uſus ſunt imprimis neceſſarii,

octodecim arithmetica facile caruerit, quæ theorema ad bene numerandum neceſſarium nullum habent. Tres reliquæ de æqualibus & proportionalibus factis multiplicatione. Sed ſingularum elenchos & ſophiſmata declaremus.

1 p 7 Eſt reciproca, & Campanus inverſam demonſtrat, ideoque veritatis ſuæ cauſſam nullam aliam habet, poſtulandaque fuerat, non concludenda ſyllogiſmo: Demonſtratio autem utitur principiis illis quæ dixi nuſquam in principiis à Theone eſſe poſita. Qui metitur menſorem, metitur & menſum. Qui metitur totum & ablatum, metitur reliquum, & principiis illis cogitur impoſſibile, ut intelligatur fundamentis valde infirmis arithmeticas demõſtrationes iſtas fundatas eſſe, è quibus ne prima quidem propoſitio potuerit affirmari: hujuſmodi & elenchus fuit ad 1 p 3: ſed ſupra omnia demonſtrationis vitia eſt illud plane animadvertendum, & paulo accuratius explicandum, quia in totis tribus arithmeticis libris id perpetuum eſt. Numeratur ab Euclide vel Theone nõ per unum, duo, tria, neq; per Arithmeticas notas 1.2.3. aut alias notas ſimiles quæ nondum repertæ eſſent, ſed per pũcta hoc modo . . . . unde obſcuritas in tota arithmetica elementa à Theone mirabilis inducta eſt. Cum de nominibus aut verbis præcipiunt Grammatici, præcepta declarant exemplis nominum & verborum: Cum Rhetores in tropis & figuris diſcipulum inſtruunt, illuſtrant inſtitutiones ſuas exemplis troporum & figurarum, denique logicum documentum Ariſtotelis eſt, exemplis in docendo Homericis & inſignibus, non Chœrileis & obſcuris utendum eſſe. Verum Theonis ſtudium in arithmetica longé aliud fuit, non ut numerorum doctrinam numerorum exemplis illuſtraret, ſed obſcuraret exemplis unitatũ velut punctorum in lineam rectam continuatorum, ut totis libris ſeptimo, octavo, nono, tanquam geometria, non arithmetica doceretur, & ſané ita numeri definitio facta videtur ad iſtam pũctorum continuationem, ut numerare eſſet hęc unitatum puncta colligere. Verùm puncta illa Theon plerumque ſic copulat, ut notis arithmeticis arithmeticam ejus demonſtrationem omnino intelligere nequeas, ſed cogaris lineam rectam, modó totam inſectam, modo per ſegmenta intelligere: ſic (inquam) Theon geometricis exemplis obſcurat arithmeticam, & tamen cum multitudinem punctorum ſignificat, ut octo vel quatuor, non id ſignificat nota aliqua arithmetica, ut 8 aut 4, ſed literis α β, neq; tamen iis arithmeticé ſumptis. Poterant enim & hæ literæ etiam arithmeticas notas præbere, & numeros ſignificare, ſed literis ita ſignificat numeros, ut ſolet lineas & figuras, earumq; partes. Ita Euclides, ita Theon é vitioſa numeri definitione, vitium infinitæ, & vix, niſi experienti credibilis obſcuritatis pepererunt, dum uni[illegible]us tanquam punctis in unam lineam continuatis arithmetica theoremata [illegible]ctantur. At heterogenia eſt ſophiſtica (ait Ariſtoteles) & geometricum eſt u[illegible]thmetica ἀνάριθμον. Cauſſam ſi tanti, tamq; inſolentis ſophiſmatis requiras, reperies demonſtrationes ſophiſticas veris numerorum exemplis adornari non potuiſſe, quia tota materies erat definitionis, partitionis, exempli, ſyllogiſticæ complexionis non erat. Ergo ut fucarentur elenchi trium librorum, quæſita eſt arithmetica punctorum. Quamobrem prima demonſtratio reliquarum demonſtrationum ſpecimen eſto.

2 & 3

2 & 3 p 7 Problemata duo faciunt ex eadem materia, unde prima propoſitio theorema facit, valdeque ridiculam eſſe demonſtrant differentiam illam problematis & theorematis. Eademque eſt in utraque propoſitione, demonſtrationis logica, e principiis apud Euclidem non principiis, & quidem per impoſſibile: cùm tamen cauſſa ſit hic etiam ἀσυνθέτοις illa 1 p 7. Hæc enim via eadem & communis eſt primos & compoſitos numeros explorandi: Sed tamen Theon demonſtrator egregius eſt, dum numerum minorem majoris menſorem probat eſſe menſorem maximum, quia major eſſe nullus poteſt. Cum requirerem cauſſam & principium propoſitionis quam demonſtrabilem facit, obſtupui ad demonſtrationis novitatem. Demonſtrat enim non per aliquam antecedentem vel principii vel demonſtratæ propoſitionis cauſſam, ſed idem planè per idem, maximus eſt quia nullus major. At inquam, hoc illi prorſus idem eſt: non eſt autem dubiæ rei argumentum diverſum.

4 p 7 Omnis numerus omnis numeri minor majoris pars eſt vel partes: Partitio eſt duarum partium quæ definiuntur 3 & 4 d 7. Et mirabilis Euclidis & Theonis logica hæc eſt in principiis numerantium definitiones partium, partitionem autem demonſtrantium. Atqui partitio illa eſt immediatorum contrariorum. Reprehenditur Heraclitus ab Ariſtotele toto fere quarto libro philoſophiæ primæ, quod de contradictione dubitarit. At iſta Euclidis de partitione præſenti dubitatio talis eſt. Numerus minor eſt pars majoris aut partes. Sed tamen demõſtratio hic etiam ſingularis eſt, ex diſſolutione numeri in ſuas unitates. Enimvero quæ definitio, quod principium, quæ propoſitio ante concluſa diſſolutionem iſtam pro ſyllogiſticæ demonſtrationis argumento Theoni præbuit? An Apollonius demonſtrans, Quæ eidem æqualia, Theone iſto λογικώτερος non erit? Sex proximæ propoſitiones ſimillimam logicam habent ſex primis propoſitionibus quinti libri, quibus penè etiam eædem: illæ enim ſunt per ſpeciem rationis multiplicem, hæ per partem & partes quæ pene ſunt illarum converſæ, quod Campanus etiam admonuit: uſum vero neque illæ ſex quinti libri, neque hæ ſex ſeptimi libri prorſus ullum habent, quem non faciliorem & pleniorem generales habeant, neque vel illic vel hic doctrina tamen ſpecialis eſt, ſed exempla tantum ſpecialia ſunt, quæ perinde poterant ſubtiliter per dupla tripla, per ſeſquialtera, ſeſquitertia, per quævis rationum genera dici: nec iſta [illegible] eſſet: Eſt autem Campani logica in his propoſitionib. [illegible]s. Intentio Euclidis fuit [illegible] ex prius demonſtratis. Aliter enim [illegible] multa [illegible], quæ demonſtrata [illegible] de quantitatibus in genere. Hæc Campani logica eſt ad Euclidis elenchos excuſandum. At eximie Campane, Euclidis intentio iſta quantum tibi judicandæ artis argumentum eſt? Si voluiſſet Euclides ſurſum deorſum omnia miſcere, an voluntas hominis, pro catholica aliqua doctrinæ lege haberetur? at debuit bene docendi catholica lex & logica Euclideæ intentionis & voluntatis magiſtra eſſe: Neque vero in totis elementis tam ſimpliciter a Theone quicquam factum eſt, ut Euclidis voluntas & intentio pro doctrinæ argumento proferretur, neq; ſi voluntas Euclidis Theoni tam ſacra, ſanctaque fuiſſet, quicquam poſt Euclidem in mathematicis ele-

mentis mutaſſet. Et tamé, quod ec magis mirabile ſit, auſus eſt Cāpanus totam geometriā novis demōſtrationibus ornare, manifeſto judicio veteres improbās. Quid .n. deterioribus erat opus, ſi veteres optimas judicaret? Videt igitur Cāpanus ingens Euclidis ſophiſma propoſitiones eaſdem nomine modo magnitudinis, modó numeri ſophiſticé repetentis: excuſare vult. Quomodo, inquam? Noluit Euclides (ſi Campanus generali quinti libri doctrina uti ad demonſtrādum ſpecialem ſeptimi libri doctrinam. At, inquam, ſi Euclides logicas bene & accurate docendi leges ſequeretur, nihil prius velle debuit quam a generalibus ſpecialia deducere. Id enim eſt ex cauſſis prioribus & notioribus docere: Quare Campanus magnam Euclidis ſophiſticam majore etiam ſophiſtica tegere vult. Sed tamen ſingulas propoſitiones exequamur.

5 & 6 p 7 Materiam habent compoſitionis tertiæ: quæq; ideo definitione tractanda fuerat, non ſyllogiſmo judicanda. Demonſtratio autem quintæ genere ſophiſmatis prorſus eadem eſt cum demonſtratione 1 p 5, principium nullum mathematicum: axioma logicum prorſus idem. Hic elenchus alter eſt. Tertius eſt hyſterologia methodi, quia ſpecialis eſt propoſitio ad 12 p 7, ut ad 12 p 5: imo converſa pene 1 p 5.

7 & 8 p 7 Materiam habent é tertia diviſionis ſpecie, propterea; poſtulādam non demonſtrandam. Hic primus eſt elenchus: ſeptima eſt eadem quintæ quinti: tautologiæ eſt elenchus. Demonſtratio eſt per 5 & 7 p 7 ex inductione partium: & utraque ſpecialis eſt ad 11 p 7. hyſterologiæ eſt elenchus.

9 & 10 p 7 Materiam habent e 12 d 7, ideoque poſtulandam, demonſtrantur per ſectiones more ſuperiorum, ſpeciales ſunt ad 13 p 7. Sic elenchus triplicatur e materia, demonſtratione, ordinis hyſterologia. Campanus interpoſuit hic propoſitionem e 20 d 7. Tanta mathematici hujus ἀλογία eſt, ut quæ ſophiſmata prætérita ſunt ab Euclide, ea ſummo ſtudio ſibi per[illegible] exiſtimet, & tamen voluntatem Euclidis alias appellat pro doctrinæ lege. 11. 12. 13. 14 p 7. materiam definitionum proponunt e quinto libro repetitam, ita duplex eſt elenchus, alter tautologiæ, alter materiæ per ſe manifeſtæ in dubiam propoſitionem converſæ, ſed hoc utrumque in ſingulis declarandum eſt.

11 p 7 Eſt eadem 9 p 5, & materia eſt tertiæ diviſionis ab Euclide non definitæ: Hæc tautologia eſt, hæc ἀλογία principii in propoſitionem [illegible]: demonſtratur per ſpecialem [illegible] 7, & per ſophiſma [illegible] ad 2[illegible] d 7. petitur [illegible] principium. Sed enim Campanus hoc loco mirabilem [illegible] demonſtravit: vide tautologiam illam & [illegible] demonſtrationis [illegible] unde [illegible] 10 p [illegible] ut ipſe loquitur, particularem e univerſali. Atque [illegible] ſi [illegible] bis eſſet ad hanc, optima eſſet demonſtratio propoſitionis particularis per [illegible]lem. Sed argumentum Campani etiam [illegible]. Si hoc [illegible] Euclides (ait) propoſuiſſet hanc propoſitionem [illegible] mathematice demonſtratur [illegible] quam Euclidis [illegible] nitatem conſ[illegible] Campanus [illegible] & [illegible] videtur Euclidem quem [illegible] demonſtratorem arithmeticu[m],

meti [illegible], gratia decimi, in quo ſine numerorum aliqua præcognitione tranſire non poterat, conſtat [illegible], idem [illegible] plurima eorum, quæ in quinto de quantitatibus in genere demonſtravit, hic repetere [illegible] de numeris, quoniam per alia principia [illegible] numerorum, q[illegible] intellectui, quam ea per quæ pro[illegible] in [illegible], ipſa demonſtrare intendit. Principia enim quinti propter mal[illegible] quant[illegible] numerantur [illegible] ſunt, principia vero numerorum, magis ultro ſe intellectui applicant, [illegible] illa. [illegible] enim illa intellectu magis diſpoſito. Hæc Campani prolixior oratio eſt ad [illegible] ſophiſma prodiis hebes [illegible]fandum. Euclides demonſtravit quandam arithmeticã gratia decimi. Ridiculum [illegible] arithmeticã Euclidis ad decimum Euclidis librum referre, cum uſus [illegible] ſit, communis omnium rerum numerabilium. Principia arithmetica ſunt [illegible] intellectu principiis quinti libri. At ſi ita ſit, ſophiſtica Euclidis prodita a Campano [illegible], [illegible] poſtponentis. Verùm Campanus errat hic [illegible] gravi: cum principia [illegible] principia ſint & ſeptimi. Quamobrem C[illegible] [illegible] iam [illegible] perſpicimus, quam qu[illegible] p[illegible] e[illegible].

12 p 7 Materia eſt tertiæ compoſitionis [illegible] definitæ ab Euclide eadem 12 p 5. elenchus duplex eſt. Tautologiam Campanus hic adnotavit. Demonſtratur per converſam 2 d 7. perque 5 & 9 p 7. ſpeciales. petitio eſt principii.

13 p 7 Materia eſt 12 d 5. eadem 16 p 5. elenchus duplex eſt. Tautologiam etiam hic Campanus adnotavit, demonſtratur ut antea per converſam 2 d 7: item per 9 & 10 p 7. ſpeciales [illegible], petitio eſt triplex [illegible] antea.

14 p 7 Materia eſt 17 d 5. eadem 22 p 5. elenchus duplex eſt, demonſtratur etiam per 2 d 7. bis iteratam, petitio eſt eadem quæ prius.

15 p 7 Eſt ſpecialis [illegible] 13 p 7. It[illegible] eſt definitionis, & materia quæ per conſectarium generalis definitionis [illegible]. Theon per 12 p 7 [illegible] eſt per compoſitionem demonſtrat alternationem. H[illegible] comple[illegible]onſtrat[illegible]. Propoſitio [illegible] 11 p 7. A[illegible] autem & [illegible] eſt in [illegible] propoſitionem. Quæ [illegible] Campanus logica parem [illegible]. Sed Campanus [illegible]. Euclides non demonſtravit [illegible] compoſitionis, non demonſtrat [illegible] 24 p 5 [illegible] reliquit Campanus demonſtr[illegible] ſophiſticus eſt, qui non [illegible].

16 p 7 [illegible] multiplicationis uſum attinens, demonſtratur per 15 p 7 [illegible] proportionem natura [illegible] poſteriorem [illegible]. Poſſet autem 19 p 7. conſectarium hoc dedu[illegible], ut hic videri [illegible]. Nam extrema ter bina [illegible] idem quod media [illegible] terna. Sed præſtat [illegible]. Propoſitio autem de duobus tantum loquitur, de q[illegible].

17 & 18 p 7 [illegible] propoſitionem reciprocam attribu[illegible] generali & e

15 p 5. deducto: Itaque ſyllogiſtica complexio hic demonſtratur. Propoſitio enim ſyllogiſmi eſt 15 p 5: æquemultiplices ſunt proportionales partibus, ſed cum numerus multiplicat numeros, aut numeri multiplicant numerum, facti ſunt æquemultiplices multiplicatis & multiplicantibus, facti igitur ſunt proportionales. Theon verò demonſtrat antecedentem per 12 p 7. id eſt per compoſitionem natura poſteriorem, converſam verò per antecedentem. Tam multiplex elenchus eſt in unius propoſitionis ſophiſmate: Quod autem loquitur 17 p 7 de duobus multiplicatis, & 18 p 7 de duobus multiplicantibus, de quotlibet verum erit.

19 p 7 Eſt eadem 16 p 6. tautologia eſt: materiæ autem eſt principii cum reciproca ſit ſubjecto attributoque, ideoque cauſam ſuæ veritatis continet. Demonſtratur autem a Theone utrumque per [illegible] antecedentes propoſitiones, nullam rei cauſſam continentes: petitio eſt principii.

20 p 7 Conſectarium eſt idem 17 p 6, & é proxima poſtulandum: eſt enim aſſumptio & complexio ſyllogiſmi ad 19 p 7. Theon hic ſyllogiſmum nullum vidit. Itaque demonſtrat & adhibet 11 p 5. at [illegible] in totis elementis nullum tam propinquum, tamq; manifeſtum fuit, & Campanus hoc loco, neſcio quem Arabicum opinor Euclidem ſequutus, ait ab Euclide non eſſe propoſitum in numeris, quod erat propoſitum in lineis, 17 p 6.

21 p 7 Cauſam ſuam exprimit é 15 p 5, metiuntur æqualiter, quia ſunt æquemultiplices: Itaque impoſſibile Theonis eſt ineptum: Campanus ad 23 d 7. vocat numeros minimos radices rationum.

22 p 7 Eſt eadem 19 d 5 & 23 p 5. tautologia eſt tertia, & materia eſt poſtulati: Itaque demonſtratio inepta eſt: Campanus in ſuo Euclide non habet iſtam propoſitionem, itaque demonſtravit ad 19 p 7.

23 & 24 p 7 Reciprocantur generali reciprocatione, ideoque poſtulati materies eſt: & inepta [illegible] Theonis: & ex proximæ propoſitiones pertinent ad primos inter ſe.

25 & 26 p 7 Reciprocantur, ſed verbis ineptis conceptæ ſunt: reciprocatio autem ſic intelligitur. Si compoſitus ſit primus ad aliquem, & componentes erunt primi ad eundem: & ſi componentes ſunt primi ad aliquem, compoſitus erit primus ad eundem. Antecedens autem probatur per oppoſitum [illegible] propinquum & generale, [illegible] nullam habet.

27. 28 29 p 7 Sunt conſectaria: Theon tamen hic logicam conſectarii nullam vidit, ſed demonſtrat [illegible] ex illis ſuis generalibus [illegible], [illegible] aſſumptio enthymemati deſit.

27 p 7 Eſt e 20 p 7. Nam terminus unus bis intelligitur.

28 p 7 Eſt e 26 p 7. ter iterata. Hic igitur [illegible] deeſt.

29 p 7 Eſt primo e 27 p 7: ſecundo é 28 p 7 ſemel, ſed oblique iterata: tertio é 28 p 7, & deinceps perpetuo.

30 p 7 Eſt reciproca, ideoq; poſtulanda. Impoſſibile Theonis hic valdé facilé eſt, nullam tamen cauſam oſtendit. Admonet autem Campanus converſam dupliciter eſſe veram: primò ſi ſimul uterque ſit primus ad utrumque, ambos eſſe primos

mos inter ſe: item ut proponit Euclides. Si primus ſit ad alterum,&c.

31p7 Cauſſa eſt lux veritatis: Theon cogit non obſcurè, ſed ineptè.

32p7 Specialis eſt converſa ex illo principio. Qui metitur menſorem, metitur menſum: ergo qui metitur menſum, metitur aliquē menſorē: antecedens eſt principium Theonis [illegible] demonſtrationibus, converſa itaque etiā principium eſſe debuit.

33p7 Eſt cauſſa lux veritatis, cum primi numeri ſint radices & factores omniū poſtea factorum: Itaque Theonis demonſtratio hic admirabilis nullo antecedentis vel principii, vel propoſitionis argumento utentis, ſed uſurpantis principium, quod ſit [illegible] numerus minimus, quod tamen principium in principiis ab eo poſitis nuſquam eſt. Quare proprietas compoſiti numeri per ſe poſtulanda fuerat, nō fuerat [illegible] per impoſſibile ejuſmodi.

34p7 ſit e partitione numeri: Numerus eſt primus aut compoſitus. Nam pro compoſito ponitur proprietas compoſiti: Sic è partitione facta eſt 4p7 ut intelligas duobus in hoc libro exemplis ab Euclide & Theone fieri propoſitiones demonſtrabiles è materia partitionum.

35p7 Ex hoc problemate fecimus theorema, quod ſuæ veritatis principium præ ſe fert. Nam ſi maximus communis diviſor datos diviſerit, quoti erunt minimi, ut patet è 15p5.

36p7 Ex problemate fit theorema a Campano, & a nobis item factum eſt, ſed brevius & cauſſa manifeſtiore: Theonis demonſtratio cogens per proportionis doctrinam hic inepta eſt.

37p7 Conſectarium eſt ad 35p7. ut etiam Campanus fecit: Itaque Theonis logica hic ſyllogiſmi complexiones demonſtrat, ſicut antea demonſtravit 15.17. 18p7.

38p7 Eſt conſectarium 36p. Eſt enim ibi ſyllogiſmi propoſitio, hic aſſumptio & complexio. Theon vero invitum & repugnantem ad impoſſibile abducens non videt [illegible] ſyllogiſmi complexionem novis arreptis argumentis cogere.

39 & 40p7 faciunt propoſitionem reciprocam & catholicam: in demonſtratione [illegible] 39p7. Theon [illegible] principio quod unitas ſit pars omnis [illegible] numeri [illegible], neque [illegible] uſquam in principiis [illegible]. Campanus autem [illegible] principium [illegible] in principiis [illegible] nequaquam [illegible]. Tota etiam & antecedens & [illegible]. Demonſtratio Theonis ridicula eſt de proprietate diviſoris ad quotum per proportionis [illegible].

41p7 Hæc propoſitio eſt eadem 38p7. vel certè ex ea conſectarium. Demonſtratio igitur hic vel Theonis vel Campani ſyllogiſmi complexionem demonſtrat.

LIBRI DECIMIOCTAVI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. XIX. IN OCTAVUM elementorum.

OCtavus liber propoſitiones habet 27 : quarum decem ſpectant ad proportionem continuam, reliquæ ad numeros figuratos.

1&2p8 faciunt unam propoſitionem [illegible] attributo reciprocam [illegible] cõtinui ſint extremis [illegible] ſunt minimi, & [illegible] maximi, primi: Cauſa itaque eſt e generali reciprocatione 23 & 24 p 7. Nam ſi extremi ſint primi, erunt etiam primi ad omnes. Itaque Theonis impoſſibile [illegible] eſt in antecedente, converſio etiam inceptior præſertim per [illegible], [illegible] ſyllogiſtica demonſtratur 2 p 8. Theorematice proponi debuit, [illegible] maniſeſtius oſtenderet e 17 & 18 p 7. Item ex 11 p 5, denique e 2 [illegible] p 7 [illegible] repetitur a Theone: uſtior veró demonſtratio nulla adhuc fuit. [illegible] Theonis de figuratis quadratis & cubis è definitionibus [illegible] patere.

4p8 demonſtrabilis illa quidem eſt, ſed a Theone cogitur impoſſibili longo & obſcuro.

5p8 Eadem 23 p 6, tautologia [illegible] eſt demonſtratur autem a Theone non obſcure quidem admodum per 4 p 8. 1 [illegible] d 5. 17 p 7. 11 p 5. 14 p 7 : Ca[illegible] hic paulo brevior eſt per 17 p [illegible] & 1 [illegible] d 5. Reprehendit autem Theonem [illegible] minimis utatur. Hoc enim eſt ait propoſito præter neceſſarium. Ut [illegible] autem rationibus alternorum laterum [illegible] in demonſtrando, tametſi [illegible] ita propoſitionem illuſtrant. Va[illegible] tamen [illegible] duobus locis haberi poteſt, [illegible] 2 [illegible] generaliter loquitur de [illegible], hæc ſpecialiter de rectangulis, quæ planis [illegible] nullis [illegible] nobis appareret. [illegible] communi [illegible].

6p8 Cauſam oſtendit [illegible] qu[illegible] D[illegible] admodum obſcura [illegible] eſt [illegible].

7p8 [illegible] s. T[illegible] connex[illegible] eſt. S[illegible] ullum divideret. Ergo ſi [illegible] dividat, u[illegible] primus [illegible] dividet. Hic tamen Theonis [illegible] Præcedens [illegible] eſt: quod in [illegible] nihil docet. Melius [illegible] hoc modo [illegible] primus [illegible] ſecundum, & antecedens [illegible] dividet conſequentem [illegible] ſi hoc, illud, ut [illegible] arithmetica [illegible].

8 p 8 cauſſam ſuę veritatis oſtendit: ratio enim eadem [illegible] ſecundum mediorũ numerum, poſtulanda igitur iſta propoſitio fuerat, non demonſtranda: Campanus hic adnotavit [illegible] ſæpe [illegible] duos numeros unitate differentes [illegible] medius numerus eſſet, [illegible] in duo ſemitonia non dividitur, ſed in majus & in minus [illegible].

9 & 10 p 8 [illegible] proponuntur, breviter autem [illegible] poſſunt. Quot continué medios habent primi inter ſe, totidem habent ad [illegible] & quot habent ad unitatem, tot habent inter ſe: decima autem magis eſt generalis, ut Campanus adnotavit, quia non ſolum de primis, ſed de quibuſcunque numeris vera eſt, utraque autem conſectarium eſt e 2 p 8: fruſtraque à Theone & Campano demõſtratur, multoque facilius erat ex eadem propoſitione medios iſtos, quàm quadratos, & cubos concludere.

11 & 12 p 8 ſpeciales ſunt [illegible] 18 & 19 p 8. Itaque poſtpoſitæ conſectaria tantùm eſſent Theonis ſyllogiſmum hic nullum animadverto.

13 p 8. De continuis demonſtratur non obſcuré admodum, per 11 & 12 p 8, æquatio deinde per 14 p 7 adhibetur. In quo nihil eſt niſi mediorum inventio quædam.

14 & 15 p 8 unicam propoſitionem [illegible] poterat affirmare. Si figuratus æqualium laterum metiatur homogeneum, & latus metietur latus, & contra: Neque cauſſa quærenda erat [illegible] reciproca ſit [illegible] ad figuratos æqualium laterum, ut ſint quadrati & [illegible].

16 & 17 p 8 Sunt negationes prius affirmatarũ proprietatũ, ut ſi diceres. Si homo eſt, [illegible] ut vulgus loquitur, & ſi riſibilis eſt, homo eſt, unde negatũ cõcluderes [illegible] eſt homo, non eſt riſibilis, & ſi non eſt riſibilis, non eſt homo. Atqui [illegible] debet imprimis eſſe affirmatum, & κατὰ παντὸς affirmatum. [illegible] hæ genere propoſitionis ſunt ineptæ, genere demonſtrationis [illegible] demonſtratæ. Sunt enim quatuor aſſumptiones & complexiones [illegible] modi. Prima pars 16 p 8 ſic concluditur è ſecunda parte 14 p 8. Si latus [illegible] latus, & quadratus metietur quadratum. Ergo [illegible] quadratum non [illegible], neque latus metietur [illegible]. Secunda pars 16 p 8 [illegible] concluditur [illegible] parte 14 p 8. Si quadratus quadratum metietur, & [illegible] metietur latus. Ergo [illegible] non metiatur latus, neque quadratus [illegible]. [illegible] 17 p 8 concludi[illegible] ſecunda parte [illegible] latus, [illegible] metietur [illegible] ſecunda [illegible] cubum, & [illegible]. Ergo ſi latus non metiatur latus, neque cubus cubum metietur. [illegible] & [illegible] & [illegible] in quibus tamen [illegible] nihil animadvertit vel Theon vel Campanus [illegible] ſyllogiſmorum [illegible] complexiones demonſtrat.

18 p 8 [illegible] ad 11 p 8. præpoſita [illegible] propoſuerat. [illegible] per 17 & 19 p 7 & per 11 p 8 [illegible] eadem [illegible] a 11 p 8 demonſtrata eſt, [illegible] occaſione, niſi [illegible] demonſtrationem [illegible].

19p8 Simillima eſt genere ſophiſmatis. Eſt enim generalis ad 12 p 8, & demõſtratur per eaſdem, per quas demonſtratur ſpecialis.

20 & 21p8 ſunt converſæ 18 & 19 p 8, & materiam ideo poſtulandam, non demonſtrandam oſtendunt: non convertitur autem duplicatio & triplicatio, quia generalis etiam eſt, ad non quadratos & non cubos.

22p8 Conſectarium eſt é 20 p 8, & tamen Theon πόρισμα non facit, ſed propoſitionem.

23p8 Eſt item conſectarium é 21 p 8. ſophiſma par eſt ſuperiori.

24 & 25p8 magis etiam & πορίσματα ſua demonſtrant é 18 & 19 p 8. ſophiſmata paria ſunt.

26.27p8 Sunt etiam ſuperioribus proximis mirabiliores, dum genus ſpeciei comparant, cum potius ſpeciem debuerint generi. Quadrati enim duo ſunt inter ſe ſimiles plani, & duo cubi, ſimiles ſolidi, non contra.

LIBRI DECIMINONI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. XX. IN NONUM ELEMENTORUM.

LIBER nonus habet propoſitiones nulla methodi ratione diſpoſitas, alias de ſimplicibus, [illegible] [illegible], alias de comparatis, alias de ſigi[illegible].

1 & 2p9 faciunt unam re[illegible]. [illegible] quadratum, & facientes quadratum [illegible] vero proditur é 19 p 7. Campanus [illegible], primum. Duo quadrati faciunt quadratum, [illegible]. Per quem quadratus facit quadratum [illegible] quadratus [illegible]. Tertium: Per quem quadratus facit non quadratum, [illegible] tum: [illegible] per non quadratum f[illegible] quadr[illegible]. [illegible] a ſequ[illegible] per [illegible] gata conſequentia duorum primorum. [illegible] Campanus [illegible], ſi in cæteris idem præ[illegible], & tamen [illegible] ſtre[illegible] habent & [illegible].

3.4 5.6p9 Talia de cubis con[illegible] qualia de quadratis Campanus [illegible]: Campanus tamen [illegible] propoſitiones facit, nec conſ[illegible] animadvert[illegible] complexione ſyllogiſtica [illegible] Theone demonſtrat. 3 & 4 p 9. Logica [illegible] habent multis jam locis ad[illegible], ſed in rebus tam propinquis nulla adhuc fuit, antecedens enim ſpecialis eſt, ad conſequentem: 27 p 7 ad 26 p 7 [illegible]

cialis. at ſpecialis generalem ſequitur: at totum hic contra eſt. Syllogiſtica igitur Theonis ea fuit.

5 p 9 Eſt converſa quædam 4 p 9. Si cubus multiplicet cubum, faciet cubum: & ſi cubus faciat cubũ, multiplicabit cubum. Campanus hic negata conſectaria comminiſcitur, ut antea.

6 p 9 Eſt etiam converſa quædam 3 p 8. Cubus ſeipſum multiplicans facit cubum: & per ſe faciens cubum, cubus eſt. Itaque tota logica hæc valdé agreſtis eſt & ſophiſtica.

7 p 9 Materies poſtulati protinus é 17 d 7.

8. 9. 10 p 9 Inventionum quadratorum & cuborum generalem quandam ſuppeditant.

8 p 9 Conſectarium eſt é 22 p 8.

9 p 9 Conſectarium eſt é 23 p 8.

10 p 9 eſt conſectarium é 27 & 25 p 8. & 3 p 9. ſed partim oppoſitum eſt antecedentis, ut etiam Campanus hic adnotavit.

11. 12. 13 p 9 Continent tres proprietates ratione multipla continuorum: alia enim ratio in hanc progreſſionem cadere non poteſt: Eſt autem proprietas hæc triplex de diviſore continuorum.

11 p 9 Proprietatem habet reciprocam, ſi rectè proponatur hoc modo. Si dati ſint ab unitate continui, minor quiſque majorem metitur per aliquem continuorum: & ſi datorum minor quiſque metiatur majorem per aliquem datorum, erunt ab unitate continui. Itaq; quamvis hic à Theone demonſtretur ſola 15 p 7 attamen materies poſtulanda fuerat non demonſtranda.

12 p 9 Cauſſam item ſuam indicat, quia numerus, qui eſt ad unitatem, eſt primus ille mẽſor ultimi: ut in 1. 2. 4. 8. item in 1. 3. 9. 27. item in 1. 5. 25. 125, aut certé eſt compoſitus é primo illo menſore ultimi: ut in 1. 6. 36: Hic enim 2. & 3. metientur ultimum. Ab illis etiam compoſitus eſt 6: Sic in 1. 10. 100, 2 & 5 primi metiuntur 100, decem ab illis eſt factus. Sic in 1. 12. 144. extremus menſus eſt à 2 & 3 primis, à quibus etiam 12 componitur à 2 per 6 & à 3 p 4. Itaq; hoc etiam poſtulandum fuerat: & Theonis impoſſibile hic ineptum eſt.

13 p 9 Cauſſam habet manifeſtiorem: Nã cúm multiplices ſint termini, omnes in hac progreſſione à ſolis ſubmultiplicibus dividentur, at alii nulli ſunt. Quare etiam Theonis impoſſibile hic etiam ineptius eſt.

14 p 9 Cauſſam item ſuam oſtendit. Nam minimus dividuus à numeris abſoluté primis eſt factus ab iis. Itaque ſi quis alius primus metiatur factum, metietur & factorem alterum.

15 p 9 Conſectarium eſt é generali conceptione, quam definitio primorum inter ſe ſuppeditat & é 2 p 8. Extremi minimorum continuorum ſunt primi inter ſe, ideoque ſi eorum alter cum quolibet referatur ad alterum, primi erunt. Quare demonſtratio Theonis hic ſophiſtica eſt per tot præſertim propoſitiones alias. Campanus longam digreſſionem hic habet: Primo. Quod metiens unum é continué minimis ſit compoſitus ad alterum datæ rationis minimum. Quod in Euclide non

eſt: Secundò. Quod quilibet continuè minimorum ad compoſitum è reliquis ſit primus. Quod magis generale eſt de quotlibet, quàm Euclidis theorema de tribus: & probat per præmiſſam illam. Probat tamen etiam idem propoſitionem Theonis de tribus: Sed huc aggregat totas decem propoſitiones primas ſecundi libri de lineis: Quin addit & undecimam ſecundi impoſſibilem eſſe in numeris: atq; omnia tanquam ab Euclide propoſita demonſtrat, ut hic etiam manifeſtum ſit arabicum Euclidem, non græcum Campano propoſitum fuiſſe.

16 p 9 Conſectarium eſt è 19 & 21 p 7. Theon tamen hic 19 p 7 non appellat.

17 p 9 Cauſſam habet ex eodem fonte, Theon tamen cogit per 13 & 21 p 7.

18 & 19 p 9 Conſectaria ſunt 19 p 7. Itaque Theon demonſtrationes multas hic adhibet, ubi nulla eſſe debuerat. Notabile autem eſt in utraque propoſitione verbum δυνατὸν poſſibile, quia non ſolet in problematis exprimi, ubi tamen ſemper intelligitur.

20 p 9 Specialis eſt, cum de omni ſpecie numeri imò numerationis ſit id verum. Additionis per 1.2.3. ſpecies infinitæ ſunt, ſic ſubductionis, multiplicationis, diviſionis. Sic numeri compoſiti, impares, pares, imperfecti, perfecti plures ſunt omni propoſita multitudine. Quare poſtulandum id fuit generaliter numerum infinité creſcere, non autem ſpecialiter demonſtrandum. Campanus autem, qui ſeptimo libro poſtulavit, quolibet numero majorem dari poſſe. Item ſeriem numerorum in infinitum poſſe procedere. Campanus (inquam) iſtorum poſtulatorum poſtulator, de Euclidis conſtantia magis, quàm de ſua ſolicitus ſpecialiter demonſtrat à ſeipſo generaliter poſtulatum. Sequuntur deinceps propoſitiones numero quatuordecim de numeris imparibus & paribus: eorumque differentiis & proprietatibus.

21 p 9 Cõſectarium eſt è definitione paris, quia binarius metitur partes omnes, ergo totum.

22 p 9 Eſt conſectarium è definitione imparis, & 21 p 9. Nam detrahatur ex unoquoque unitas, totus è reliquis paribus erit par, & ex unitatibus ipſis paribus numero par erit.

23 p 9 Conſectarium eſt è proxima per contrarium. Nam è multitudine pari par eſt, at reliquus impar additus pari conſtituit totum imparem.

24 p 9 Conſectarium protinus eſt è principio, binarius metietur totum & partem, ergo reliquum.

25 p 9 Conſectarium eſt è 22 p 9, quia impares additi ſunt multitudine pari.

26 & 27 p 9 Debuerant potius per contrarium exprimi, Par & impar conſtituunt imparem, & unde conſequebatur: Si ab impari impar auferretur, parem relinqui, item. Si par tollatur ab impari, relinqui imparem.

28 p 9 Conſectarium manifeſtum etiam eſt Theoni è 21 p 9, quia adduntur multitudine pari, & tamen Theon demonſtrat.

29 p 9 Conſectarium protinus eſt è 23 p 9. & tamen Theon ſyllogiſmum nullum videt.

30 p 9

30 p 9 Demonſtratur à Theone novo quodam demonſtrationis exemplo: primùm probatur per impoſſibile, quód impar metiatur parem per parem: at principium eſt definitionis Campano, ut revera eſt é definitione paris: tum probatur menſura dimidii per principium, quod tamen Theoni in principiis nullum fuit: & & quod propoſitione non minus obſcurum ſit. Si totus dividat totum per aliquem, dimidius dividet dimidium per eundem.

31 p 9 Cogitur per impoſſibile é proxima, quia dati eſſent compoſiti.

32 p 9 Proprietas eſt reciproca: ideoque poſtulanda fuerat: licet non admodum obſcuré, attamen fruſtra demonſtratur à Theone per 13 p 9.

33 p 9 Proprietas item reciproca eſt. Itaque temeré demonſtratur per impoſſibile.

34 p 9 Materies eſt definitionis: unde tertia ſpecies partium definienda fuerat. Talia ſophiſmata fuerunt é definitionibus analogiarum libro quinto & ſeptimo, ubi é materia definitionum factæ erant propoſitiones. Sed aliud ſophiſma hic inſuper eſt, quod præceptum ſit per negantiam, ut octavo libro quædam propoſitiones fuerunt de quadratis & cubis.

35 p 9 Demonſtratur per compoſitionem 17 & 12 p 5: Cauſſa tamen ipſa eſt é progreſſione continuorum.

36 p 9 Demonſtratur à Theone prolixiſſima demonſtratione, & omnes feré propoſitiones antegreſſas complectente: ut dilata in extremum propoſitio videretur, quæ totam arithmeticam ad ſui demonſtrationem requireret. At cauſſa veri nulla hic eſt, & Apollonius, Quæ eidem æqualia, iſto modo juſtiſſimé demonſtraſſet.

LIBRI VIGESIMI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. XXI. IN PRIMAM PARTEM

decimi elementorum generalem de ſymmetris, aſymmetris, rationalibus, irrationalibus.

Liber decimus communem magnitudinũ differentiam cõtinet ſymmetrarum, aſymmetrarum, unde rationalium & irrationaliũ differentia derivatur: Quod in numeris antiquius eſt, ſed valdé diſſimile. Numerus enim ſuapte natura primus eſt aut compoſitus: Deinde numeri duo quilibet inter ſe primi aut compoſiti: idque unitatis menſura dijudicatur. At in magnitudine ſecus eſt. Neque enim ut in numero unitas, ſic in magnitudine minima menſura nota eſt. Sed menſura magnitudinis

tantum eſt θέσει poſitione & arbitrio geometræ ſtatuentis digitum, palmum, pedem, aut aliud quodlibet menſuræ genus pro menſura. Hæc igitur materies eſt decimo libro propoſita & eo modo tradita, ut in humanis literis atque artibus ſimilem obſcuritatem nuſquam deprehēderim: obſcuritatem dico non ad intelligendum quid præcipiat Euclides (id enim vel indoctis & illiteratis id ſolum quod adeſt, quodque præſens eſt intuentibus poſſit eſſe perſpicuum) ſed ad perſpiciendum penitus & explorandum quis finis & uſus ſit operi propoſitus, quæ genera, ſpecies, differentiæ ſint rerum ſubjectarum: nihil enim unquam tam confuſum vel involutum legi vel audivi. Quin ſuperſtitio Pythagoreorum (à quibus hæc inventa primo libro diximus) in hunc tanquam ſpecum inducta videatur. Itaque prodigioſi ſophiſmatis eſt ad duodecim linearum irrationalium inventionem tot propoſitiones, lemmata, demonſtrationes ab ingeniis ſolertibus quidem illis & peracutis, ſed certé otio intemperanter abuſis excogitatas eſſe. Nulla pars geometriæ (ſi tamen in vero geometriæ uſu locum ullum acumina iſta habitura ſint) inutilior, nulla tamen præceptis & theorematis cumulatior. Geometria de planis excepto quadrilatero rectangulo, neque quolibet eſt irrationalis: nullum tamen verbum eſt in Euclide ad demonſtrandum quamobrem aut quomodo ſint hæc irrationalia: Geometria tota de ſolidis excepto recto, priſmate & cylindro eſt irrationalis, nullum tamen verbum eſt in Euclide ad demonſtrandum quamobrem aut quomodo ſint hæc irrationalia. Neque de lineis irrationalibus apodictica major requirebatur. Symmetria enim demonſtraret quæ actu & ſua longitudine rationales vel irrationales eſſent: Et tamen ſi quid irrationale eſſet, ſciri oportuit, ſatis fuit generaliter ſciri: quia hoc uno argumento teneatur tales lineas numero datæ menſuræ inexplicabiles eſſe, qua generis ſpecie quave differentia exquirere, vanus & inanis labor fuerit. Denique modalibus, converſionibus, reductionibus & ejuſmodi quiſquiliis nihil jam miror logicam irretitam eſſe, cum ſeveriſſimam alioqui diſciplinam commentis iſtis velut exornatam videam. Equidem toto decimo libro ſtudioſé & accuraté conſiderato nihil aliud judicare potui quàm crucem in eo fixam eſſe, qua generoſæ mentes cruciarentur. Quare omni ſtudio diligentiaque connitendum nobis eſt, ut iſta clariſſimé evolvantur, miſeraque & funeſta crux evertatur & proſternatur, atque in perpetuum affligatur. Partiemur igitur totam operis molem duas in partes, primam de generalibus & communibus elementis, ſecundam ſpecialem de irrationalibus tum affirmatis, tum negatis: & ſic Euclides ipſe vel imprudens neq; quidquam de methodi ullius luce cogitās, definitionum ſuarum principia tribus differentibus locis diſtribuit. Prima pars igitur erit in definitionibus undecim & propoſitionibus viginti. In definitionibus autem Euclides aliam & diſſimilem ſuperiori logicam adhibuit: accumulavit definitiones ſex librorum communes initio primi libri, in quinque proximis proprias accommodavit: Initio ſeptimi cumulum rurſus fecit ſeptimi, octavi, noni communem. In decimo uno & ſolo tres ordines definitionum diſtinxit: communes præpoſuit, ſpeciales poſtpoſuit, quod genere ipſo laudabile eſt, ſed multo fuiſſet laudabilius, ſi ſuam cuique generi ſpecieique definitionem, ut logica methodus exigebat, adjunxiſſet. Verumtamen defini-

definitiones primas videamus, quid ſint magnitudines ſymmetræ, aſymmetræ, rationales, irrationales, id enim definitiones vndecim definiunt.

1 & 2 d Propriis verbis exprimunt partitionem ſymmetrorum & aſymmetrorum, quæ eſt in arithmetica primorum inter ſe & compoſitorum inter ſe numerorum: Sed arithmetica de numeris primis præcipua fuit, unde intelligeretur arithmetica compoſitorum: & quidem de primis numeris arithmetica ſuccincta fuit. Huc veró repetuntur ab Euclide quædam jam de numeris propoſita, & de ſymmetris totidem præcipiuntur, quot de aſymmetris, elementorumque numerus de ſymmetris & aſymmetris duplicatur.

3.4.5 d Symmetriam & aſymmetriam rectarum duplicem indicant, alteram rei & actus, alteram vis & potentiæ tantúm. Atqui hæc vis in lineis dicitur κατὰ τὴν μεταφορὰν καὶ τὴν ὁμοιότητα, ut inquit Ariſtoteles 5 & 9 philoſophiæ. Ut enim in ſeminibus eſt cauſſa ſtirpium, ſic in lineis rectis origo quadratorum, omninoq; rectangulorum: utque ſemina poſſunt ſtirpes, ſic lineæ rectæ quadrata & oblonga, id eſt rectangula, unde ſecundo libro rectangulum dicitur ſub duabus lineis rectis comprehendi. Nec recta ſola & ſolitarié conſiderata quadratum poteſt, ſed recta per rectam. Verúm quia æqualis bis eſt aſſumpta, una dicitur quæ duplex eſt. Ergo rectæ potentia quadratum dicitur, lateraque quadratorum metaphora conſimili vocãtur radices quadratorum. Sic διαγράμματα (ait ibidem Ariſtoteles) εὑρίσκεται ἐνεργείᾳ inueniuntur actu, ut cur duo recti in triangulo: quia circa idem punctum duo anguli duobus rectis ſunt æquales. Potentia autem hæc tota decimo libro attribuitur lineæ rectæ, non ſuperficiei, non corpori. Sed de utraque definitione pauca ſeparatim.

3 d 10 Rectæ potentia ſymmetræ ſunt, quando ipſarum quadrata eadem area metitur. Ut latus 3 pedum, & latus 5 pedum. Area enim pedis unius hæc quadrata metitur, ideoque lineæ illæ ſunt per potentiam ſuam ſymmetræ: re veró & actu aſymmetræ.

4 d Aſymmetræ autem quando ipſarum quadratis nullam accidit aream communem menſuram eſſe, ut ſunt latus lateris 7, & latus lateris 3. Nam quadrata earum linearum latus ſeptenarii, & latus ternarii nulla area communiter metitur. Ex his autem quatuor definitionibus ſequitur in Euclide initium Geometriæ obſcurioris: litera Euclidis ita eſt.

5 d 10 His poſitis conſtat propoſitæ rectæ rectas eſſe multitudine innumerabiles, túm ſymmetras, túm aſymmetras, alias quidem longitudine & potentia: alias veró potentia ſolum: vocetur igitur propoſita recta rationalis. Hæc Euclidis verba ſunt, quorum ſingula pondera diligenter examinanda ſunt: Propoſitæ rectæ dari poſſunt innumerabiles ſymmetræ re: Ut rectæ 7 pedum, ſymmetræ ſunt rectæ pedum 8.10.12, & ejuſmodi infinitæ, túm potentia, ut latera quadratorum pedum 8.10.12. & ejuſmodi innumerabiles rectæ: dari etiam poſſunt rectæ aſymmetræ eidem tum longitudine, ut latera proxima quadratorum 8.10.12. tum potentia, ut latera proximorum laterum, & ſimilia infinita. Mutes veró propoſitam, & dato latus 7 pedum, huic etiam dari poſſunt innumerabiles ſymmetræ, tum longitudi-

ne,ut latus 28, latus 63,ut poſtea patebit. At potentia tantũ ſymmetra ſunt latus 7 & latus 3, ejuſmodique infinita, deniq; aſymmetra ſunt idem latus illud 7, & latus lateris 3 ſeu 5, & ſimilia. Quapropter propoſitæ rectæ dari poſſunt innumerabiles juxta Euclidis verba, tum ſymmetræ, tum aſymmetræ, aliæ longitudine & potentia, aliæ veró potentia ſolum. Veruntamen quid habet conſectarium, ut definitio dicatur? ſané quod in eo poſtremum eſt, definire videtur τεθεῖσαν ῥητὴν rectam rationalem. Quid enim in litera Euclidis eſt reliquum? Vocetur (inquit Euclides) propoſita illa recta ῥητὴ id eſt explicabilis, & tanquam diceretur dicibilis. De hoc in geometria diximus, neque prohibet hic latius agi. Quæro igitur ῥητὸν iſtud quomodo explicabile intelligitur? ῥητὴ (ut Pachymerius refert) definita á nonnullis δι' ἀριθμῶν γνώριμη per numeros nota, quam definitionem ipſe non probat, quia ſit ex accidente. Verùm Pachymerius hic parum conſideravit ex iſto accidente 5.6.7.8.9 p.10 effici, hinc totam de rectis irrationalibus naturam toto libro declarari: ex numeris enim diſſimilibus é quadratis totæ ſpecies irrationalium declarabuntur. Et ſic Marinus in protheoria Datorum. Proprié veró (ait) per ſe ῥητὸν eſt, quod ſecundum aliquem numerum cognoſcimus, & ſecundum aliquam poſitione menſuram, ut palmum verbi gratia vel digitum: Sic (inquam) Pachymerius, ſic Marinus. Euclides tamen & in primis & in ſecundis tertiiſq; definitionibus ῥητὴν accipit aut datam ipſam ex arbitrio & theſi aſſumptam, vel poſitæ datæq; ſymmetram. Et quidem cum ſumis menſuram tripedalem, facis triplam pedis unius, quin ſi pedalem ſtatuas, etiam comparabitur pedis unitati ad eamque rationalis erit. Atq; ex ipſo τῦ λόγου rationis comparativo & arithmetico nomine proprié magnitudo λογικὴ ἢ ἄλογος, rationalis aut irrationalis magis proprié dicetur quám ῥητὴ ἢ ἄῤῥητος explicabilis aut inexplicabilis quia hoc magis eſt generale: & rationale atq; irrationale ſic ad aliud referuntur, ut eorum ſpecies æquale & inæquale: λόγος enim genus eſt æqualitatis & inæqualitatis. ſed res teneatur. Sic enim Euclides (ut dixi) loquetur, ſic itē Theon ad 11 p 10 ῥητὴν veluti definiendo ait, ἀφ' ἧς ἔφαμεν τὰ μέτρα λαμβάνεσθαι, á qua diximus menſuras capi. Sed lubet ad eandem rem proferre conſimilem interpretationem Peripateticorum. Author enim quidam inter Ariſtotelis eſt opera de lineis individuis, qui totum generis hujus Euclidem in illud opus tranſtulit, aitque propoſitam lineam ὥσπερ σημεῖον προκείμενον καὶ ὁμολογούμενον velut ſignum propoſitum & confeſſum, idq; κύριον ὄνομα proprium & peculiare verbum a Geometris uſurpari. Age (inquam) iſta ῥητὴ menſura eſt, quæ dicitur vulgó á Geometris famoſa, & ideo nota numero. Quid tum? γραμμαὶ ῥηταὶ (ait) καὶ ἄλογοι πρὸς ἀλλήλας ἔσονται, lineæ explicabiles & inexplicabiles, id eſt rationales & irrationales inter ſe erũt. Hic non ſatis manifeſtus eſt: videtur tamen dicere magnitudinem non dici abſoluté ῥητὴν καὶ ἄλογον, ſed relatione ad propoſitum, ut numerus ad aliũ primus, & ad alium compoſitus, inductus fortaſſe Euclidis authoritate, qui prius rectas συμμέτρους καὶ ἀσυμμέτρους definivit, poſterius ῥητὴν καὶ ἄλογον: ſed tamen ne qua dubitatio eſſet, idem ille ipſe author ſententiam ſuam manifeſtius dicit. Itaque (ait) σύμμετρον καὶ ἀσύμμετρον φύσει natura ſunt, ῥητὸν veró & ἄλογον θέσει poſitione, ut ſi propoſitæ rectæ, hæc quidē ῥητὴ ut σύμμετρος, illa verba ἄλογος, ut ἀσύμμετρος, & rurſus ῥητὴ huic illi ἄλογος, & ἄλο-

& ἀλόγους huic, illi pariter ῥητή. Hæc authoris hujus decreta ſunt, ubi manifeſté docet ῥητὴν καὶ ἄλογον rectam dici non per ſe, nec abſoluté, ſed tantum relatione ad poſitam. Quam ſententiam videtur & Pachymerius ſequi, qui nominatim ait σύμμετρον καὶ ἀσύμμετρον τῇ φύσει, ῥητὸν καὶ ἄλογον οὐ καθ᾽ αὑτό, ἀλλὰ πρὸς ὑποτεθεῖσαν. Itaq; ſententia Euclidis & Geometrarum iſtorum definitio rationalis rectæ non eſt quód ſit propoſita, ſed quód ſit ſymmetra propoſitæ, ut mox definietur, ſed tamen videamus quid deinde Euclides loquatur: Cum igitur propoſitam illam ſtatuiſſet, cui eſſent rectæ innumerabiles & ſymmetræ & aſymmetræ, ait.

6 d Et huic ſymmetræ ſive longitudine & potentia, ſive potentia tantum explicabiles.

7 d Et huic aſymmetræ irrationales vocentur. Hæ duæ definitiones reſpondent quintæ, ut ῥητὴν definiunt per relationem & per ſymmetriam, tanquam ῥητὴν καὶ ἄλογον ſpecies ſint συμμέτρου καὶ ἀσυμμέτρου ad propoſitam. Poſtremo hic etiam elēchus Ariſtotelis ille notabilis eſt ſpeciei pro genere. Etenim quod hic Euclides ſpecialiter exponit, generale eſt, & omnis magnitudinis commune. Nam ſi duæ magnitudines ſint ſymmetræ propoſitæ magnitudini, ſunt etiam rationales: & ſi aſymmetræ, ſunt irrationales. Hunc elenchum Theon ad ultimam libri hujus propoſitionem, & Pachymerius poſt Theonem adnotarunt. Id (inquam) generale eſt, quod hic tamen ſpecialiter Euclides propoſuit. Quatuor reliquæ definitiones in eadem obſcuritate verſantur.

8 d Et á propoſita recta quadratum rationale.

9 d Et huic ſymmetra rationalia. Hic autem de quovis rectilineo generaliter præcipit Euclides, eaque ait eſſe rationalia, quæ ſymmetra fuerint quadrato rationali.

10 d Et quæ huic aſymmetra, irrationalia vocentur. Rectilinea igitur irrationalia erunt, quæ ſunt aſymmetra quadrato rationali. Denique ῥητὴν καὶ ἄλογον ſubjiciuntur hic & poſtea ſubjicientur ſymmetriæ & aſymmetriæ.

11 d Et rectæ quæ ipſa poſſunt, irrationales, ſiquidem quadrata ſunt ipſa latera: ſin autem alia quædam rectilinea, rectæ quæ deſcribunt æqualia ipſis quadrata. Ex his igitur definitionibb. videmus quomodo magnitudo ſymmetra ſit & aſymmetra, rationalis & irrationalis. Propoſitiones viginti (quæ eſt de communibus pars reliqua) conſideremus, in iis porró de numeris iterantur nominatim nonnullæ, aliæ velut umbræ quædam ſunt numerorum.

1 p Similiter oſtenderetur, ſi dimidium ſubduceretur (ait Theon) & ſic dimidium tolletur 16 p 12. Contrarium veró de numero ſumitur á Theone ad 1 p 7. quód numerus infinité non dividatur, ſed recidat in minimum, unitatem quippe: Nunc veró ſecus docetur eſſe in magnitudine, quód infinité dividua ſit. Quare propoſitio hæc diligenter animadvertenda eſt, quód hinc illud theorema de magnitudine ſemper dividua aperté naſci videatur.

2 p reſpondet omnino primæ propoſitioni ſeptimi libri, & ſimili impoſſibili demonſtratur. Tautologiam Campanus vidit. Propoſitio autem iſta ex hypotheſi tantum agit. Nam minimum in magnitudine nihil eſſe ſtatuit. Vtrum autem

aliqua mediatur, ſecunda & quarta partes nonæ docebunt, ut intelligas duas rectas eſſe ſymmetras actu.

3 & 4 p Et earum conſectaria planè reſpondent propoſitionibus ſecundæ & tertiæ, earumque conſectariis in ſeptimo libro demonſtrationumque vis eadem. Itaque Campanum tæduit hujus tautologiæ, neque demonſtravit. Ergo propoſitiones adhuc quatuor tautologiam tantùm habent ex arithmetica numerorum, ſequentes quinque umbras quaſdam referunt numerorum, è quibus etiam definitionem illam rationalis à Pachymerio improbatam conſiderare poteris.

5 & 6 p Non difficilem demonſtrationem habent: attamen poſtulata potius è definitionibus proximis perſpicua erant. Nam quia ſymmetra proponuntur, eorum certa menſura eſt & numero explicabilis, iſtaque conſectaria longè clariora eſſent, quàm quæ corollariis definitionum libri hujus continentur. Duo hinc conſectaria deducuntur. Primum.

Ut eſt datus numerus ad datum numerum, ſic ad datam rectam alia dari poteſt: ut patet per 12 p 6. Secundum.

Ut eſt datus numerus ad datum numerum, ſic ad quadratum datæ rectæ dari poteſt quadratum rectæ: ut patet per 13 p 6. inventa media inter duas ſuperioris conſectarii, tum enim per conſectarium 20 p 6, ut prima eſt ad tertiam, ſic rectilineum cōſtitutum ad primam erit rectilineo ad ſecundam conſtituto. Sed conſectarium utrumque ſpeciale eſt.

7 & 8 p 10 Sunt aſſumptiones & complexiones è duabus proximis. Itaq; quinta & ſeptima, item ſexta & octava, una eſſe debuerant, ut conſecutio appareret. Atque iſtæ ſunt ſyllogiſticæ complexiones, quas tertio libro diximus à Theone demonſtrari. Campanus hanc utramque propoſitionem præteriit, & quidem in eo, Theone λογικώτερος, non ſolùm quia res eæ paterent, ſed quia negationes eſſent artis alienæ.

9 p quatuor partes habet totidem demonſtrationibus prolixè magis quàm obſcurè demonſtratas: attamen prima pars & ſecunda materiam definitionis aut certè poſtulati è definitione ῥητῆς continent. Tertia autem & quarta ſyllogiſticæ ſunt complexiones & aſſumptiones. Itaque hic etiam ſyllogiſticæ complexiones ſunt demonſtrabiles Euclidi & Theoni: Campanus ſyllogiſmos animadvertit, & ſpeciem ſyllogiſmi notavit à deſtructione conſequentis, ut loquitur. Sunt enim ſyllogiſmi connexi modi ſecūdi, & geometram noſtrum non ignarum quidem Geometriæ, ſed certè logicæ valdè inopem tot exemplis coarguunt. Campanus deducit è quarta parte diametrum quadrati eſſe longitudine aſymmetram coſtæ, per quintam hujus & 47 p 1. Sed id poſtea Theon ad propoſitionem ultimam propriè docebit, ſi tamen Theon ſit. Quatuor hinc demonſtrantur à Theone.

Si rectæ ſunt ſymmetræ longitudine, ſunt & potentia, per primam partem 9 & 6 p 10.

Si rectæ ſunt ſymmetræ potentia, non cōtinuò ſunt & longitudine, per primam & quartam hujus partem.

Si rectæ ſunt aſymmetræ longitudine, non continuò ſunt & potentia, per quartam partem hujus & 6 p 10.

Si

Si recta ſunt aſymmetra potentia, ſunt & longitudine, per 7 p 10 & quartam partem hujus. At iſta omnia é definitione ſymmetrorum & aſymmetrorum poſtulanda erant, & exemplo, ſi quid opus eſſet, declaranda. Sic principia etiam demonſtrabilia ſiunt Theoni. Hæc veró propoſitio, ut deinceps 11.14.15.16.17.18 p 10 attinet ad ſymmetriam & aſymmetriam rectarum.

10 p Demonſtrationem difficilem non habet, ſed propoſitionis tamen ipſius materia é definitione & proportionis & ſymmetrarum, atque aſymmetrarum magnitudinum multo clarior eſt. Falleret autem in numeris, ut in 4.6.2.3. Nec enim quia 4 ad 6 eſt compoſitus, ideo 2 ad 3 compoſitus eſt, & ſymmetria magnitudinum diſſimilis eſt compoſitionis numerorum. Secunda veró pars propoſitionis hujus poteſt etiam per aſſumptionem & complexionem ſyllogiſticam é prima deduci.

11 p Sententia problematis eſt.

Si duæ rectæ comparentur ad datam prior ut plani diſſimiles, poſterior proportionalis, inter utramque erunt ad datam aſymmetra prior re, poſterior vi. Problematis (inquam) ſententia hæc eſt: uſus autem quinam ſit conſiderato: Neque enim poſtea uſquam appellatur. Et certé ſupervacaneum ſit de problematis hujus utilitate quærere, cum omnia decimi libri problemata, quæ numero ſunt duo & viginti, vel ad irrationalium inventionem, quo comparata ſunt, plané ſint inutilia: hæc veró propoſitio, ut decima, attinet ad ſymmetriam & aſymmetriam rectarum.

12 p Demonſtrare vult idem principium, quod axioma primum primi libri ſumpſit. Elenchus hic idem eſt qui fuit ad 31 p 1. ad 11 p 5. ad 21 p 6. Lemma propoſitionis hujus falleret in numeris, ut 20.5.4. atque huc captioſiſſimus elenchus ille ex hac propoſitione ne redeat. Quæ eidem ſunt aſymmetra, ſunt inter ſe aſymmetra, ut l. 3, & l 9 ſunt aſymmetra ad 5, & tamen inter ſe ſunt ſymmetra. Talis enim fuit elenchus ille. Quæ eidem inæqualia. Ergo hæc Euclidis & Theonis logica eſt in principiis demonſtrandis.

13 p Aſſumptio & complexio eſt é proximo lemmate.

Si duæ magnitudines ſint eidem altera ſymmetra, altera aſymmetra, ſunt aſymmetra. Ergo ſi ſunt ſymmetra, non erũt eidem altera ſymmetra, altera aſymmetra. Sed ſi una ſymmetra ſit, altera erit etiam ſymmetra. Valet etiam contrarium. *Ergo ſi ſunt ſymmetræ, alteraque ſit alicui ſymmetra, reliqua eidem ſymmetra erit.* Tales antea ſyllogiſticarum complexionum demonſtrationes fuere.

LEMMA DUPLEX.

Datis duabus rectis invenire quantum major ſit potentior minore. item. *Quæ poſſit utramque datam.* Hoc utrumque lemma melius eſſet ad 1 p 4. Ex occaſione enim illius propoſitionis & 31 p 3 hoc utrumque inventum eſt.

14 p Specialis eſt de lineis ad 10 p de magnitudinibus.

15 p Eſt eadem 30 p 7.

16 p Cõtinet aſſumptiones & complexiones é proxima, quales ante fuere ad 7. 8.9.10.13 p 10. ita de propoſitionibus adhuc ſexdecim videmus alias ex arithme-

tica numerorum nugatoriè repetitas, alias é principiis confictas, alias multò abſurdiſſimé de ſyllogiſticis complexionibus, id eſt é clariſſimis judiciis in quæſtionem contortas. Reliqua de communibus geometriam propius attingunt, logicam tamen & utilitatem parem habebunt.

17 p Multitudine rerũ perobſcura & ad ſui fabricam adhibet 28 p 6. omnium quæ ſex primis libris traduntur, difficillimam. Campanus autem pauló clariorem fecit breviore fabrica oblongi hic neceſſarii, & per 8 p 2. quam Theon per 28 p 6, perque 5 p 2.

18 p Aſſumtiones habet & complexiones é 17 p 10. prima pars ad illius ſecundam, ſecunda ad illius primam, quod etiam Campanus admonuit, & ſyllogiſmos, ut antea notavit. Atq; hæc egregia logica fuit ad 7.8.9.10.13.16 p 10. in demonſtrando ſyllogiſmi judicio. Sed ſophiſtica tolerari utcumque potuit, ſi utilitas ſubeſſet. Videntur autem propoſitiones hæ duæ fundamenta quædam eſſe futuris inventionibus rectarum irrationalium. At inde prorſus nulla ad eam rem utilitas erit, ut tum docebitur. Scholium Procli nomine hic interpoſitum eſt, cujus fortaſſe fuit & illud ad 5 d 6, & erunt poſtea ad fines 13.14.15 l. Sed tamen hoc ſcholium hic ineptum eſt, quia tantum repetit dicta ad 9 p 10. Duæ propoſitiones proximæ uſum aliquem geometricum præ ſe ferunt de figuris rationalibus. E planis enim ſolum rationale eſt rectangulum, neque tamen omne, ſed tantum quale hic deſcribitur. Materies autem utraque poſtulanda potius, quam demonſtranda fuerat, & materies quidem arithmetica é legibus multiplicationis & diviſionis. Multiplicatio enim laterum oſtendit aream, diviſio areæ per datum latus oſtendit latus reliquum.

19 p Hæc verba κατά τινα τῶν προειρημένων τρόπων ſecundum aliquem prædictorum modorum, non ſunt in præſenti Theonis demonſtratione, repetuntur tamen ab eo ad 20 p 10, & referuntur ad genitivum ῥητῶν, ut ſit ſenſus propoſitionis. Sub rectis ſecundum aliquem prædictorum modorum rationalibus & longitudine ſymmetris comprehenſum rectangulum rationale eſt, & modi prædicti intelligentur de rationali, quæ ideo ſit talis quia proponitur, vel quia eſt ſymmetra propoſitæ, ut in ſequenti propoſitione Theon planius interpretatur. Non igitur prædicti modi referendi ſunt (ut literæ ambiguitas oſtendit) ad longitudine ſymmetras, præſertim cum modus τῆς συμμετρίας exprimatur.

20 p Demonſtrat antepoſitum in Theone lemma. Quod recta potens irrationale eſt irrationalis. At nominatim id antea in 11 d 10 fuit. Ita materies eadem & principium eſt Theoni, & non principium. Sed in Theone etiam elenchus hic abſurdior, idem enim prorſus in propoſitione ipſa habetur, quod ab eo conſtituitur in lemmate. Atque ut 19 p 10. ſumi in principio poteſt, ſic & iſta propoſitio ex illius contrario. Hic aſſumitur é 1 p 6, ut recta eſt ad rectam, ſic quadratum alterius eſſe ad rectangulum utriuſque.

LIBRI VIGESIMI PRIMI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. XXII. IN GEOMETRIAM DEcimi libri de irrationalibus affirmatis.

ADhuc prima pars decimi elementorum nobis fuit in communibus & generalibus: Reliqua Geometria libri hujus deinceps ſpecialis erit in rectis irrationalibus ſimplici & compoſita: Compoſita bipartita & quadripartita, ſed de compoſitis primum affirmatis, quæ pars ſpecialis hujus Geometriæ prior erit: poſterior erit de negatis. Ergo de ſimplici primum agitur in 21.22.23.24.26.115 p 10.

21 p Vocatur hic recta potens ἄλογον & irrationale non ſolùm ἄλογος, ut antea, ſed μέση media, quia ſit media proportionalis inter duas rationales vi tantum ſymmetras, quomodo & rectangulum ipſum medium dici poteſt, ut dicetur paulò pôſt, quia ſimiliter medium eſt inter laterum ſuorum quadrata. Denique μέσον & ῥητὸν Euclidi & Theoni opponentur 25 p 10, ut μέσον & ἄλογον idem eſſe videatur. At irrationale tamen generale eſt, & medium ſpeciale modo eſt Euclidi pro ſimplici irrationali, & medium oblongum tantum Euclidi placuit dici quod æquatur quadrato mediæ ſimplicis. Alioqui omnes irrationales mediæ, & omnia rectangula irrationalia media dici poſſunt: quin ab Euclide ipſo duobus ſenariis quinto & ſexto compoſitæ ſex, binomia, bimedia prima, bimedia ſecunda, major, rationale mediumque potens, & duo media potens, quæ dicentur, fient mediæ inter rationalem & binomias ſpeciales. Ergo hic geometræ quidem placitum non autem certum iudicium attendatur.

22 p Theon hic lemma proponit. Ut duarum rectarum prima eſt ad ſecundam, ſic quadratum alterius ad rectangulum utriuſque. At id protinus è 1 p 6 patebit, ut lemmate eo nihil eſſet opus ad hanc propoſitionem demonſtrandum, ſi demonſtrabilis eſſet. At ſumitur ex oppoſito 20 p 10. oblongum enim ponitur æquale mediæ quadrato, id eſt irrationali & medio. Itaque eſt irrationale, & ponitur alterum latus ejus rationale. Quare reliquum latus eſt rationale & longitudine aſymmetrum primo.

23 p Tam eſt principium quàm fuit 9 d 10. Rationali ſymmetrum eſt rationale. Nam & hoc contrarium eſt, irrationali ſymmetrum eſt irrationale. Et ſi contrariorum alterum principium ſit, reliquum etiam principium erit. Illud enim logicum eſt Ariſtotelis axioma, principium tam clarum eſſe oportere, ut etiam contrarium inde ſit manifeſtum, tale eſt & conſectarium hujus propoſitionis.

Rectangulum medio rectangulo ſymmetrum eſt medium.

Nec tamen iccirco omne medium omni medio ſymmetrum, ut apparebit 35 p 10. Sed de hoc rurſus ad 26 p 10.

24 p Non obſcuré demonſtratur é conſectario proximo, attamen ex oppoſito 19 p 10 deducitur. Deinceps veró ſunt genera irrationaliū compoſitarum affirmatatū uſq; ad 73 p 10 in propoſitionibus ſex & quadraginta. Cōpoſita affirmata eſt bipartita (ut dixi) aut quadripartita: bipartita binomia aut bimedia: bimedia affirmata é duabus rationalibus vi tantum ſymmetris, ubi duo genera ſunt & generis utriuſque ternæ ſpecies, ut mox dicetur. Bimedia affirmata é duabus mediis modo rationale comprehendentibus modo medium, unde bimedia prima & ſecunda, ut patebit ſenario primo. Quadripartitæ tres dicentur major rationale, mediumque potens, duo media potens. Atque ad hæc undecim genera definiendum & partiendum, cúm pauca verba requirerentur, incredibile eſt quæ pythagorea ſomnia inventa ſint, primo denarius eſt propoſitionum obſcuritate præcipua inſignis ad inventionem compoſitarum affirmatarum: Inventionem obſcuram, difficilem, laborioſam, equidem expertus confiteor, ſed nugatoriam proſus & inutilem valdé profiteor, ut in quinto & ſexto ſenario demonſtrabo, ut in quarto compoſitarum negatarum ſenario rurſus admonebo.

25 p Eſt definitio quædam bimediæ, & ejus partitio primæ nempe & ſecundæ bimediæ, quas Euclides ipſe poſtea generi uni, tanquam ſpecies ſubjecit, ne partitionis argumentum longius repetatur. Neque quia medium ſpecialiter modó ſumitur, minus in ſubjecto ſpeciali neceſſaria disjunctio eſt. Itaque materia iſta eſt principii indemonſtrabilis. Eſt veró elenchus demonſtrationis in hoc abſurdus, quod ad probandum disjunctivam medio carentem poſtulat disjunctivam conſimiliter medio carentem. Nam ut probet rectangulum eſſe rationale aut medium, poſtulat rationalem eſſe datæ, ſymmetram vel aſymmetram, quæ disjunctiva generis ejuſdē eſt, talis demonſtratio fuit disjunctionis ad 4 & 34 p 7. Quando veró rationale fiat, docebit 27 p 10, quando medium, docebit 28 p 10.

26 p Minime debuit interponi partitioni illi ſuperiori, & ejus partibus, ſed partium explicatio protinus partitionem iſtam ſequi debuit, & Campanus ideó recté partes ſubjungit toti, & hoc quidquid eſt, non recté per negationem proponitur, & principii naturam potius redolet, quám propoſitionis. Si irrationalis rectanguli pars eſt irrationalis, reliqua eſt irrationalis. nam contrarium illud, Rationalis rectanguli pars eſt rationalis, poſtulatur & ſumitur á Theone ad 33. 34. 35 p 10. item ad 79 p 10 poſtulatur differentiá rationalis á rationali eſſe rationalem: quod 69 d 10 deducitur, & illud eſt quod attigeram ad 23 p 10: ut hæc & illa pari jure in principiis habendæ ſint. Sed iſta propoſitio temeré interpoſita denarium turbavit. huc igitur redeatur. Proximæ novem propoſitiones docent compoſitarum irrationalium inventionem doctrina inſolenti antequam definitæ imò nominatæ ſint, irrationales ipſæ, ad quas inveniendum inducimur: nominandum ſiquidem & definiendum antea fuerat quid eſſet, antequam ejus inventio præponeretur. Simile hoc Menonii problematis eſt, quærere quod neſcias. Nam ſi inveneris, attamen non agnoſces, quia quid ſit neſcias.

27 & 28 p Tradunt inventionem utriuſque bimediæ.

29 & 30 p Binomiarū inventionē ſuppeditāt, in duobus intermedii generibus.

31 & 32 p Præcipué ducũtur é 27 & 28, perq; eas ſolas cũ 14 p 10 demonſtrantur. Theon autẽ adhibet lemma illud ad 31 p 10. Si tres rectæ ſint, ſicut prima eſt ad tertiam, ſic rectangulum primæ & ſecundæ ad rectangulum ſecundæ & tertiæ, quod deducit é 1 p 6, & lemmate ad 21 p 10. Id tamen generale eſt, & é numeris poteſt educi per 17 p 7. Adhibet & lemma hoc alterũ: Si baſis trianguli rectanguli ſecatur á perpendiculari ex angulo recto, ſegmenta ſunt ut quadrata crurum, quod eſt é fabrica 47 p 1. Atqui tamen hæ duæ propoſitiones quem uſum vel ad nugas inventionis inſtitutæ habeant, conſiderato.

33.34.35.p Logicam habent admirabilem ad inventionem rectarum quadripartitarum majoris, rationale, & medium potentis, duo media potentis. Sophiſmate enim ſingulari obſcuritas hæc augetur, quod triplicis ſpeciei communia & propria ſimul miſcentur, & in tribus ſingulis iterantur. Ergo denarius adhuc fuit, propoſitionum ad inveniendum irrationales, quæ nondum nominatæ, nondum definitæ eſſent. Pythogorea deinceps religio quædam erit in ſenariis octo vel novem. Senarius pythagoreis ſacer erat. Itaque rectarum irrationalium occulta & arcana myſteria ſenariis conſecrata ſunt: inventæ ſunt binomiæ per 29.30.31.32.p 10. bimedia prima: ſecundaque per 27. 28. p 10: major, rationale, mediumque potens, duo media potens per 33.34.35 p 10. Inventæ igitur & nominibus & definitionibus exornantur. Sed exornatio iſta cujuſmodi ſit attendamus. Primo ſenario traditur geneſis compoſitarum (ait Scholiaſtes Proclus, aut alius neſcio quis) & certé definiuntur binomia, bimedia prima, & ſecunda, major, rationale, mediumque potens, duo media potens. In quibus logica Euclidis & Theonis eadem eſt, quæ fuit in definitionibus quinti libri: factæ enim ſunt hic porpoſitiones é materia definitionum, & tamen non tota definitio demonſtratur de ſuo definito, ſed demonſtratur genus tantum nempe ἄλογον: Differentia generi addita de ſpecie non demonſtratur. Atqui minimé gentium, genus de ſpecie demonſtrabile eſt, ſed prima mentis intelligentia aſſumendum, alioqui & definitio inde compoſita demonſtrabilis tota fuerit, quod geometræ quamuis logicæ inſcientiſſimo, tamen nemini unquam in mentem venit. Neque enim cum definitiones demonſtrant Euclides vel Theon, animadvertunt definitiones aut definitionis partem á ſe demonſtrari, neq; enim id unquam facerent, & tamen quod mirabilius ſit, poſtea ſpeciales ſingulatum binomiarum definitiones in principiis ab Euclide ſtatuentur. Atque omnino ſi é ſpecialibus definitionibus propoſitiones fieri oportuit, duodenarius faciendus fuit é media, é ſex binomiis, é duabus bimediis, é tribus quadripartitis. Sed tamen ſi quis geometræ authoritate permotus ſubtilius hæc á nobis quám verius agi arbitretur, excitet ſeſe, & in totis elementis requirat quid ſit binomia, quid bimedia prima & ſecunda, quid major, quid rationale, mediumque potens, quid duo media potens, ſi uſquam definitiones in Euclide reperiat alias quám quæ propoſitionibus iſtis obſcurantur, tum definet mirari quamobrem ſophiſticam tam odioſam tamque publicis ingenuæ juventutis ſtudiis adverſam tam ſolicité refellamus. Verúm pergamus. Prima pars compoſita appellatur ab Euclide ex binis nominibus. Et Euclides ipſe ita poſtea

loquetur. Binomia igitur conſtat ex duabus rationalibus, ut definitio ipſa oſtendit, reliquæ ex irrationalibus. Sed binomiæ genera certa & certæ ſpecies ſunt, quæ ſequi protinus debuerant ante reliqua genera. Sed hic in tantis elenchis elenchus eſt leviſſimus.

36.37.38 p Genus binomiarum per ſpecies comprehendunt. Bimediæ é duabus irrationalibus vi tantum ſymmetris genus eſt, ſpecies ejus duæ. Prima quando irrationales comprehendunt rationale, ſecunda, quando irrationale: Itaque ſophiſma ſuperioris ſophiſmatis diſſimile hic eſt, illic enim cõverſa eſt definitio generalis in propoſitionem demonſtrabilem, hic præterita generali definitione ſpeciales defintiones convertuntur in propoſitiones demonſtrabiles.

39.40.41 p Comprehendunt quadripartitam per ultimas ſpecies. Genera enim hic certa ſunt & gradus diſtincti. Primum genus eſt quadripartita, nempe é duabus vi aſymmetris, quarum etiam oblongum aſymmetrum ſimul utrique quadrato. Deinde generis partes duæ major, & potens medium: potentis medium ſpecies ſunt item duæ potens medium & rationale, potens duo media. Hæc categoria diſtinguenda ſic fuit. Reliqua attendamus. Appellatur major (ait Theon) quia quadrata rationalia majora ſunt oblongis, & á rationalibus præſtabat nomen imponere. At (inquam) ſi major illa recta dicta ſit: debuit oppoſita minor appellari, ſecus quám factum ſit. Hæc Theonis eſt ſingularis in totis elemẽtis Grammatica nominum. Nullius enim nominis, quod meminerim, prȩterea cauſſam ullam attulit. Sed in definitione duo media potentis tertium illud aſymmetrum quadratis ipſarum quid facit? oblongum enim in utraq; ſpecie etiam eſt aſymmetrum, collecto é quadratis quod antea ideo á nobis propoſitum eſt generaliter. Atq; ita primus ſenarius é definitionibus, id eſt é principiis indemõſtrabilibus propoſitiones & quæſtiones demonſtrabiles habuit. In hoc igitur ſenario propoſitioni locus non erat, totus erat definitionum. Perge, ſacrum ſenarii ſecundum audiatur.

42.43.44.45.46.47 p Secundus deinde ſenarius tradit διαίρεσιν compoſitarum (ut Scholiaſtes ait) ſed abſurdior eſt ſuperiore, & elenchum generis per ſpecies inutiliter iterati valdé notabilem habet. Sententia enim generalis eſt, & generaliter ideó ſemelque dicenda, & quidem generalis in compoſitione prius quám in diviſione. Recta irrationalis componitur unico puncto, unde ſequebatur, ut unico puncto divideretur, quod protinus ex ipſa definitione & compoſitione intelligitur: ut ſi componas rectam 6 pedum plus l 5. ſic 6 —+— l 5 majori rectæ ſex pedum, alia recta, neque major neque minor quám latus quinque pedum addi poteſt, ut eadem binomia 6 —+— l 5 cõponatur. Cum dicis 4 plus 3. dicis reipſa 7: quid igitur ad 4 addi poteſt aliud quám 3 ut fiat 7? Certe nihil. Ergo ſi compoſitio iſta perſpicué diceretur, protinus ut eſſet intellecta, approbaretur, neque demonſtrationem ullam deſideraret. Et tamen hoc ipſum dicendum fuit protinus in ſummo ipſo compoſitionis genere, cum recta irrationalis compoſita definiretur, quia generaliſſimum id eſſet, non fuit per ſpecies tautologia tam ſophiſticé deducenda. Tautologiam Ariſtoteles in mathematicis reprehendebat, qui demonſtrarent generalem trianguli affectionem per ſpecies. Ecquid ſi tautologiam tam in-

ſolentem in ſex iſtis propoſitionibus animadvertiſſet, quam ſophiſticam aut quo tandem nomine appellaſſet? Hic igitur Euclides fecit ſex propoſitiones, & ſex demonſtrationes é principio uno. Tum veró id etiam eſt in hac tautologia cõſiderandũ. Tautologia ducitur per duas ſpecies bimediæ, per tres ſpecies quadripartitæ, per ſpecies binomiæ non ducitur: ut jam plané appareat anilem Pythagoreorũ ſuperſtitionem, & alogis ipſis rectis de quibus agitur multo ἀλογώτερα fuiſſe, ut ſenarius congrueret binomiæ genus aſſumitur, ſpecies amputantur, contra genus bimediæ, itemq; genera quadripartitæ amputãtur, ſpecies aſſumuntur: & hæc religioſa Geometriæ ἀλογία cuiquam logico & attento probabitur? Utrum veró duces rationis certæ hic ſpectatæ ſint, quibus binomiæ ſpeciales ſex opponerentur? Hoc enim ſacramentum myſterii hujus videatur fuiſſe, & ſic poſtea ſenarius quintus & ſextus inſtituentur. Ergo illuc referantur effata hæc, tum enim cõmodius & intelligẽtius agentur. Tertius ſenarius ſequitur in definitionibus ſpecialibus binomiæ cujuſq; in quibus Euclides eſt pauló λογικώτερος, quám anté fuit. Definitiones pro principiis aſſumit, non demonſtrat. At binomiæ definitio id eſt generis multo magis in principiis numeranda erat, ſicut ad 33. 34 p 1 de parallelogrammo conqueſtus ſum, quám modo binomiæ primæ, ſecundæ, & reliquarum, quæ tantum ſpecies definiunt. Et ſi ſpeciales definitiones principia potius eſſe ſtatuebat Euclides, ſpeciales definitiones bimediæ primæ & ſecundæ, trium deinde quadripartitarum in principiis numerare debuerat. Hic igitur Euclides illius Euclidis manifeſtum ſophiſma convincit. Veruntamen in iſto ſenario genera duo ab Euclide deſcribuntur, & ternæ cujuſquam ſpecies, ut octonarius potius videri debeat. Atqui etiam logica methodus iſta eſt, de qua initio diſſerui, quod Euclides contra librorum aliorum methodũ nõ accumulat omnes definitiones libri decimi unum in locũ: ſed tripartitó diſtribuit primas in principio, ſecũdas in medio, tertias tandẽ in extremo collocabit.

48. 49. 50. 51. 52. 53 p Senarius quartus ſequitur in ſpecialibus inventionibus ſex binomiarum, ubi ſex propoſitiones valdé ridiculæ ſunt, cúm ſit una inventio generalis & communis omnium. Nam cúm generis cujuſque numeros excogitaris, ut Euclides & Theon jubent excogitari, ut numerus eſt ad numerum, ſic recta per conſectarium ad 6 p 10. eſſe poteſt ad rectam. Itaque iſta religioſa ſenarii quarti logica valdé ſuperſtitioſa ſophiſtica deprehenditur. Theon hic aſſumpſit é 1 p 6. Rectangulum eſſe proportionale inter quadrata laterum ſuorum.

54. 55. 56. 57. 58. 59 p Senarius quintus & ſextus inſtruitur argumento valdé inſolenti, ut enim inter duas rationales potentia tantúm ſymmetras, una, ſimplex irrationalis eſt proportionalis, & media, ſic inter rationalem & binomiam ſpecialem aliquam mediæ ſunt proportionales, primam binomia, ſecundam bimedia prima, tertiam bimedia ſecunda, quartam major, quintam rationale, mediumque potens, ſextam, duo media potens. Itaque per 17 p 6 ſequebatur, ut oblongum rationalis & binomiæ ſpecialis æquaretur quadrato ſuæ mediæ, quod erat (ut dixi) per 17 p 6 manifeſtiſſimum. Itaque ad 21 p 10 irrationalis ſimplex & media ſumpta eſt, nulla propoſitio eſt facta ex hoc argumento. At hic facta eſt ſextuplex: cum tamen ſi proponendum aliquid fuit, generaliter & ſemel propo-

ni debuit, nempe hoc modo. *Oblongum rationalis & binomiæ ſpecialis æquatur ſuæ mediæ quadrato.*

Hinc igitur intelligitur, quàm ſophiſtica ſit ſenarii hujus geometria, quæ ex una propoſitione ſex efficiat: totidemque demonſtrationes. Et certè quidquid hic demonſtratur, demonſtratur mutato tantum figuræ genere, cum transfertur binomiæ qualitas per partes ab oblongi latere in æqualis quadrati latus, ut in æquali demonſtretur quod propoſitum eſt per æquale.

60. 61. 62. 63. 64. 65 p Senarius ſextus eſt logica multo abſurdior. Etenim ſi propoſitio hic aliqua neceſſaria fuit, fuit utique unica opus, ut in proximo ſenario. Quadratum mediæ æquatur oblongo extremarum. Itaque ſex propoſitiones ſpeciales pro una facere, hic etiam valdè ſophiſticum eſt, & in demonſtrationibus ſex, totum multò magis eſt ſophiſticum. Nam cúm docueris è duobus primum ſecundo æquari, quid quæſo, aut quorſum demonſtratur ſecundum quoque æquari primo? nonne id jam concluſum & judicatum erat? Verba Euclidis in his propoſitionibus paululum diverſa ſunt, res tamen ipſa eſt, quam dixi, neque aliud quinto ſextoque ſenario agitur, quàm ut doceatur in tribus proportionalibus oblongum extremarũ æquari quadrato mediæ, & quadratum mediæ æquari oblongo extremarum. Itaque pythagorea duorum ſenariorum myſteria valdè ſuperſtitioſiem ſuam traducunt, & iſtud nimirum ſacramentum fuit ad primum ſenarium: quamobrem ex tam diſſimilibus pedibus verſus ille compoſitus eſſet: modò generalibus tãquam longioribus & tardioribus, modò ſpecialibus & veluti magis brevibus & concitatis. Etenim ut doceres inter rationalem & binomiam ſpecialem medias proportionales eſſe binomiam aliquam, bimediam primam, ſecundamque, tres denique quadripartitas, quid iſtius ſenarii poemate opus fuit? Sed tamen ſenarius hic uterque quintus (inquam) & ſextus denarium illum propoſitionum ad inveniendas irrationales ineptiſſimè & ſtultiſſimè inventum clariſſimè demonſtrant. Etenim via hæc generalis una eſt & communis & facillima ducibus illis inveniendis, mirificéque infinitam & infinitæ obſcuritatis vanitatem ante oculos proponit. Hunc igitur utrumque ſenarium valdè complector & ſuſpicio, quod eius lumine tenebras tam denſas tamque ſpiſſas diſcutere liceat.

66. 67. 68. 69. 70 p Senarius ſeptimus explicatur adhuc omnium ineptiſſimus. Argumentum enim eſt omnium non ſolum propoſitionum ſenarii hujus commune, ſed etiã ſimplicis mediæ, nempe quod irrationalis ſymmetra irrationalis ſit una ſpecie. Id enim antea fuit ad 23 p 10.

Mediæ ſymmetra media eſt: id eſt irrationali ſimplici ſymmetra eſt irrationalis ſimplex & generaliter, igitur id proponẽdum erat & ſemel initio totius hujus geometriæ. Atque hic etiam ſenarius uno pede, mancum verſum efficit quinque tantum propoſitionibus propoſitis de binomia, de bimedia in genere, de majore, de rationale mediumque potente, de duo media potente diſſimili primi ſenarii ſophiſmate. Illic enim genere prætertito duæ bimediæ ad complendum carminis numerum diſtinctæ ſunt: hic contra genus ipſum numeratum eſt.

71. 72 p Senarius octavus ad binarium propoſitionum rediit, eumq; valdè præpoſte-

poſterum ex oblongis duobus compoſitis quærere latera, vnde ipſa facta ſint, idq; demonſtrare, ut in quinto & ſexto ſenario tranſlatione figurarum.

Nonus tanquam ſenarius additus tandē à Theone de differentia tredecim irrationalium, qua inertia nihil adhuc inertius fuit, & jam deſino communiones & differentias in Porphyrio mirari cum videā in acuratiſſimam diſciplinam tales nugas infuſas eſſe.

LIBRI XXII. FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. XXIII. IN III. *partem decimi elementorum.*

73.74.75.76.77.78 p.

HActenus Geometria fuit affirmatarum irrationalium in propoſitionibus ſeptem & triginta, ſequitur deinceps negatarum reſiduarum in propoſitionibus una & quadraginta, de quibus brevius nobis dicendū ſit, quód ſophiſmatis ejuſdem ſpecies totidem ſenariis perpetuatur. Logica igitur affirmatarum & integrarum valde inſolens fuit, negatarum & reſiduarum longe eſt inſolentior: affirmata non eſt definita generaliter, neque definitur hic reſidua imó ne generaliter quidem appellatur, ut neque affirmata generaliter appellata eſt ἀποτομὴ ſegmentum ſeu reſiduum hic appellatur in tribus primis ducibus, non appellatur in reliquis: Id in utroque ſenario ſophiſma commune eſt. Primus irrationalis affirmatæ ſenarius, illic fecit é definitionibus propoſitiones, hic etiam facit, id commune eſt. Sed novum eſt, quod ſpeciatim reſiduam definiri neceſſe non erat, ſatis erat reſiduam generaliter definitam eſſe, vnde intelligeretur é ſingularibus affirmatis reſiduas ſimiliter effici, genéraque, differentias, ſpecies, proprietates reſiduæ totidē eſſe quot totius & affirmatæ. Quare ſpeciales iſtæ ſex reſiduarum definitiones cum ſpecialibus illis affirmatarum definitionibus demonſtrant é duodecim principiis ſophiſticas propoſitiones, duodecim ſophiſticas demonſtrationes factas eſſe.

79.80.81.82.83.84 p 10. ſecundus ſenarius reſiduarum, reſpondet ſecundo ſenario affirmatarum. Illic ſex propoſitiones fuere pro nulla quidem propoſitione, ſed tantum pro unico axiomate. hic amplius etiam addo ex utroque ſenario & illo affirmatæ & hoc reſiduæ unicum axioma faciendum eſſe, quia diviſio illius ſenarii & huius ſenarii compoſitio una omnino res eſt. Partes irrationalis affirmatæ dividuntur unico puncto, ut eadem nempe compoſita ſit, neutra pars major, neutra minor effici poteſt, nec alia majori datę, quám data minor addi poteſt, ut tota compleatur. Et ſi dixiſſet Euclides unicam minorem majori προσαρμόζειν convenire ſeu

componi, dixiſſet idem quod illic ait partes unico puncto dividi. Hic verò cùm ait reſiduæ unicam rectam componi, non majorem quippe aliam non minoré, ut tota reſtituatur, non aliud dicit, quàm ſi dixiſſet partes reſiduæ unico puncto componi, ut cum dicis quod antea iam monui, 3 plus 4, dicis 7, parteſque iſtæ 3 & 4, unico puncto dividuntur, ut fiat tota linea 7. Nec alia linea addi poteſt lineæ 3 quam 4, ut fiat linea 7. ita cum dicis 7 minus 4, dicis 3: cui non alia poteſt addi linea, ut fiat tota linea 7, quàm linea 4, quod ipſum, ut intellectum eſt, proximus eſt & probatũ. Quare concludo é duobus ſenariis & eorum propoſitionibus duodecim, propoſitionem prorſus nullam, ſed unicum axioma conſtituendum fuiſſe, ut jam dictu pene ſit horribile otioſis & acribus ingeniis & in exactiſſima diſciplina verſantibus, tales tamen commentationes accidiſſe. Abundantia, vel redundantia potius & otii & ingenii iſta fuit, aut etiam pythagorea illa ſenarii religio fuit. Sed pergamus, hic duo ſenarii propoſitionem nullam habent. Tertius qualis eſt, habet definitiones ſingularum reſiduarum, quæ reſidua prima, ſecunda, tertia, quarta, quinta, ſexta appellantur, ut tertius ante ſenarius appellauit binomiam primam, ſecundam, tertiam, quartam, quintam, ſextam, ſed res hic confuſius agitur quàm antea. Nam in tribus primis genus & generis definitio iteratur, in cæteris præponitur generaliter: Attamen omnes hæ definitiones etiam ſi hoc genere nil peccarent, tamen eſſent inanes & otioſæ, ut antea dixi. Reſiduam ſatis eſt ſemel definiri generaliter, genera, differentiæ, ſpecies, proprietates reſiduarum per genera, differentias, ſpecies, proprietates binomiarum ſatis ſuperque intelligerentur.

85.86.87.88.89.90 p 10. quartus ſenarius reſiduarum ſex ſpecialium prorſus eandem invẽtionem habet quam ſenarius quartus binomiarum, multò etiam majorem tautologia putidis auribus moleſta prorſus atque odioſa. Nam ſi binomiæ ſingulares ejuſmodi inventionem neceſſario docerent, reſiduæ tamen neceſſario non iterarent, cùm poſſet ex affirmatione negatio intelligi. At illic totam illam ſenarii inventionem ſupervacuam eſſe jam docuimus. Hic igitur quando binomiæ inventæ fuerint, minorq; pars tantum majori ſubducenda ſit, quanto magis nugatoria eſt tota iſtiuſmodi Geometria? Et quidem ſpecialis iſta inventio ad irrationales negatas comites ſic iterata valde fatua, vel illinc arguitur.

27.28.29.30.31.32.33.34.35.p 10 inſtructa eſt inventio affirmatarum ducum, & novenarius illic conſumptus eſt. Novenarius ille in ducibus negatis inveniendis non eſt iteratus, oblivio an judicium fuerit, divinato. Sed tamen geometres pythagoreus, quiſquis hic fuit, judicavit duces negatas ex affirmatis inveniri poſſe. Ecquid, igitur, negatæ comites cur inveniri non potuerũt ex affirmatis comitibus? cur in ſimilibus cauſſis tam diſſimilia judicia cernuntur? Quare quem logicum & attentum lectorem, non jam dico ſophiſticæ, ſed miſeræ vanitatis non tædeat, pudeatque?

91.92.93.94.95.96.97.98.99.100.101.102 p 10 ſenarius quintus & ſextus reſiduarum comitum reſpondent quinto & ſexto ſenario compoſitarum ducum. Senarii duo illi tota pythagoreæ ſuperſtitionis myſteria valde anilia fecerunt, cúm ex eis habeatur una inventio generalis omnium ducum, pro quibus tamen tot ante propoſi-

propoſitiones,tamque difficiles erant inſtitutæ. Et quis non miretur pythagoreis iſtorum ſenariorum ſomniatoribus tantum á ſeriis rebus otii ſuperfuiſſe, ut ingenuæ iuventuti ſomnia iſta perdiſcenda proponerent?

103.104.105.106.107 p 10 ſenarius ſeptimus eſt mancus unius propoſitionis pede,ut ſeptimus ſenarius binomiarum antea fuit,& tamen tam inanis ſuper vacaneus quam ſuperior ille fuit.

108.109.110 p 10 contrahitur ſenarius octavus in ternarium, qui antea contractus eſt in binarium. Vanitas tamen ejuſdem generis eſt cum vanitate 71 & 72 p 10. quærere originem rectarum é rectangulis.

111 p 10 & ſcholium conſequens ſenarium nonum,qui in affirmatis rationalibus fuit,genere ſophiſmatis plane referunt,utrobique enim communiones & differentias porphyrianorum categorematum dixeris. Differentiæ autem ſunt ut antea é quadratis ad rationalem comparatis. efficitur numerus irrationalium tredecim: At iſta differentia ſubductio nugatoria eſt,cum generum definitiones ſpecieſque perceptæ ſint. Neque veró ſpecies ſunt tantū tredecim, ſi ultimarum numerus habeatur. Eſt enim media ſimplex una,quæ neq; affirmatur,neq; negatur. Sūt cōpoſitæ duces ſex comites inſuper quinque, totuſque compoſitarum numerus eſt undecim, cui par numerus eſt reſiduarum. Itaq; ad hujus authoris ſubductionem eſſent tres & viginti irrationales. At ſpecies non erant iſto modo numerādæ,ſed genus ſummū ſtatuendū, ὑπάλληλα diſtribuēda,& ad extremas ſpecies perveniēdum.

112.113.114 p 10 continent proportionem rationalis inter reſiduam & ſuam binomiam. Itaq; quadratum rationalis comparatum ab binomiam habet in latitudine oppoſitam reſiduam,& comparatum ad reſiduam habet oppoſitam binomiā, viciſſimq; oblongum ex oppoſitis binomia & reſidua ęquatur quadrato rationalis, qualis comparatio fuit antea in quatuor ſenariis quinto & ſexto affirmatarū,quinto item & ſexto reſiduarum,unde patet ut in bimedia prima & rationale mediumque potente,rationale comprehendi poſſe ab irrationalibus.

115 p 10 hæc propoſitio ſequi debuerat 22 p 10:ubi de media actum eſt. Proponit autem á media infinitas medias diverſas oriri. At medias eſſe neceſſe eſt,nec dicit quomodo. Sententia autem propoſitionis erat. *Si recta fuerit proportionalis inter mediam & rationalem,erit media & diſſimilis.*

Media ut patet é definitione mediæ, & diſſimilis, quia erit inter datam mediam & rationalem.

116 p videtur huc addita gratia Ariſtotelis á quo tam ſæpe citatur:& quidem Ariſtotelis argumento demonſtratur,quod impar æquaretur pari. Theon hoc loco & Campanus ad ſextam hujus libri propoſitionem ſuam idem demonſtrant etiam brevius,quia ſi diameter eſſet longitudine commenſurabilis coſtæ, quadratum eſſet ad quadratum , ut numeri quadrati , & ut quadratum diametri duplum eſt ad quadratum coſtæ , ſic quadratus numerus duplus eſſet quadrati : dupla autem ratio non eſt in numeris quadratis. At uterque tanquam principium ſumit , quod numerus quadratus non poſſit eſſe quadrati duplus , quod tamen demonſtratum non eſt. Brevius autem & elegantius demonſtratur ab authore de lineis individuis,

ut in Geometria noſtra docuimus. Attamen propoſitio hęc qualiſcunque ſit, ad rectas irrationales nihil admodum attinet: poſſunt enim diameter & coſta, rationales eſſe & potentia ſymmetræ, & poſt 5 p 10 protinus potuit iſta propoſitio demõſtrari. Ad finem verò libri totius Theon admonet de generali elencho libri univerſi, quód aſymmetria longitudinis non ſit propria rectarum, ſed communis magnitudinum. Nam ut duarum rectarum prima eſt ad ſecundam, ſic eſt rectilineum comparatum primæ ad rectilineum comparatum proportionali inter utramque ſimile ſimiliterque ſitum per 20 p 6. item. Circuli ſunt inter ſe ut á diametris quadrata per 2 p 12. item in ſolidis. Nam pyramides, priſmata, coni, cylindri in eadem altitudine ſunt inter ſe ut baſes, ut patet é 29. 30. 31. 32 p 11: 5. 6. 11 p 12. Itaque ſi baſes ſint ſymmetræ, corpora ipſa ſymmetra erunt: ſecus aſymmetra. Quamobrem decimus liber centum & quindecim propoſitionibus elenchum admirabilem continuavit.

LIBRI XXIII. FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. XXIV. DE NUMERATIONE RATIOnalium & irrationalium rectarum.

TAMETSI decimus elementorum liber ſtudioſé nobis expoſitus eſt, attamen veriti ne tanta obſcuritas novitiis & rudibus ſatis aperta eſſet, conſtituimus totam libri materiam de lineis irrationalibus noſtra ratione atque via tanquam artem aliquam deducere: ut apertiſſimé planiſſiméque laborioſiſſimi operis laborioſiſſima quoque vanitas intelligatur. Cogitaveram primó in his cauernis theſaurum ſapientiæ quendam reconditum eſſe: ſed rebus omnibus effoſſis palamque prolatis & principiorum noſtrorum igne lentius & faſtidioſius probatis animadverti, nullum in his acuminibus irrationalium linearum uſum in ulla humanitatis parte unquam verſatum eſſe. Quod non dubito quin pleriſque novum & inſolens eſſe videatur: ſed res ipſa penitus perſpecta & animadverſa fidem affirmationi noſtræ faciet. Itaque pro demonſtratione tanti paradoxi, totius libri quàm clariſſima fieri poterit & ex algebreis etiam ſubtilitatibus repetita expoſitio nobis erit, in eoque vicesimus quartus & quintus ſcholarum mathematicarum libri conſumétur. Ergo tanquam technologia quædam hic attendatur.

Ratio rectanguli in quadrato & oblongo complectitur numerationē & deſcriptionem rectarum irrationalium: numeratio verò ſui generis hic quædam eſt, primó communis rationalium & irrationalium, deinde propria irrationalium.

Numera-

Numeratur primum per ſigna + — id eſt, plus & minus: Majus minori ideoque affirmatum negato præponitur: ut dices non — 7 + 8, ſed 8 — 7.

Additio & ſubductio in iiſdem ſignis habent idem ſignum, in diverſis additio eſt ſubductio, & reliquus habet ſignum majoris.

Subductio contra eſt additio, & totus habet ſignum ſuperioris. Subducendus ſi deſit â quo ſubducatur, relinquetur cum diverſo ſigno: Itẽ ſi major eſt in iiſdem ſignis, tollitur ab eo ſuperior, & reliquus habet diverſum ſignum.

Additionis exempla.

10 + 8 — 6	7 + 8 — 5 + 4
6 + 4 — 8	4 — 9 + 6 — 4
16 + 12 — 14	11 — 1 + 1

Subductionis exempla.

8 + 14 — 12	8 + 7 + 9	14 + 9 + 6 — 4
5 + 7 — 8	5 — 10 — 19 — 7	9 + 12 + 8 — 9
3 + 7 — 4	3 + 17 + 28 + 7	5 — 3 — 2 + 5

Multiplicatio & diviſio ex iiſdem ſignis plus, é diverſis minus efficit.

Multiplicationis exempla.

8 + 9	8 — 9
8 + 9	8 — 9
+ 72 + 81	— 72 + 81
64 + 72	64 — 72
64 + 144 + 81	64 — 144 + 81

In ſecundo exemplo é duobus negatis fit affirmatus, quia multiplicator non eſt integer. Itaque ſi multiplices ſeparatim, veluti quadratos & inter ſe & cum numeris, fiet é quadratis biquadratus, é numeris numerus, é quadrato & numero quadratus, tumque planus factus per negatum in ſubductione negatus affirmabitur: quia tollendus relinquetur cum diverſo ſigno, ut hic vides:

8 q — 9
8
64 bq — 72 q
8 q — 9
9
— 72 q — 81

64bq —— 72q
72 q —— 81

64bq —— 144q —+— 81

Diviſionis exempla.

9 —+— 4 (3 —+— $1\frac{1}{3}$: 18 —— 12 ($4\frac{1}{2}$ —— 3
3 3 4 4

Atque hæc numeratio eſt communis: numeratio irrationalium magis hic peculiaris eſt ac primo ſimplicium. Additio & ſubductio ſimplicium irrationalium ſymmetrorum numeros reducit ad quadratos per communem diviſorem, & é reductorum lateribus totum vel reliquuum primo per ſe pro ſuo genere multiplicatum rurſus per communem diviſorem multiplicat, factique latus invenit.

Additionis exempla in quadratis.

l 27 ad l 12	l $\frac{9}{16}$ ad l $\frac{25}{16}$
3) 9 4	$\frac{1}{16}$) 9 25
3 2	3 5
5	8
25	64
l 75	l $\frac{64}{16}$ id eſt $\frac{8}{4}$ vel 2.

Si latus ad idem latus addendum ſit, reductio erit eadem, ut l 7 ad l 7, ſic:

l 7 l 7
7) 1 1
1 1
2
4
l 28

Additionis exempla in biquadratis.

ll 32 ad ll 162	ll $\frac{81}{16}$ ad ll $\frac{625}{16}$
2) 16 81	$\frac{1}{16}$) 81 625
4 9	9 25
2 3	3 5
5	8
625	$\frac{4096}{16}$
ll 1250	ll 256, id eſt, 4

Subductio-

Subductionis exempla in quadratis.

l 27 de l 75 — 3) 9, 25 — 3, 5 — 2 — 4 — l 12

l $\frac{9}{16}$ de l $\frac{25}{16}$ — $\frac{1}{16}$) 9, 25 — 3, 5 — 2 — 4. — l $\frac{4}{16}$ id eſt $\frac{2}{4}$ vel $\frac{1}{2}$

Si latus ab eodem latere tollatur, numeratione alia non eſt opus.

l 7 de l 7 — 7) 1, 1 — 1, 1 — 0 — 0 — l 0

Subductionis exempla in biquadratis.

ll 32 de ll 162 — 2) 16, 81 — 4, 9 — 2, 3 — 1 — 1 — l 2

ll 5 $\frac{1}{16}$ de ll 39 $\frac{1}{16}$ — $\frac{1}{16}$) $\frac{81}{16}$, $\frac{625}{16}$ — 81, 625 — 9, 25 — 3, 5 — 2 — 16 — ll $\frac{16}{16}$ id eſt 1.

Multiplicatio & diviſio liberior eſt per ſolos numeros ſervata figura, poteſtque ex irrationalibus lateribus rationale facere.

Multiplicationis exempla in quadratis.

l 7	l 54	l 24
l 8	l 24	l 6
l 56	l 1296 .i. 36	l 144 .i. 12.

l $\frac{25}{6}$ per l $\frac{9}{4}$ facit l $\frac{225}{6}$ .i. l $\frac{22}{3}$ vel l 2 $\frac{2}{3}$

Quoties latus per ſe ipſum multiplicatur, quadratus aſſumitur pro plano, ut l 7 per l 7 facit 7.

Multiplicationis exempla in biquadratis.

ll 21	ll 27
ll 12	ll 12
ll 252	ll 324 .i. l 18

ll $\frac{16}{3}$ per ll $\frac{4}{3}$ facit ll $\frac{144}{81}$ .i. l $\frac{12}{9}$ vel l 1 $\frac{1}{3}$

Diviſionis exempla in quadratis.

$\frac{l\,56}{l\,8}$ (l 7 $\frac{l\,72}{l\,8}$ (l 9 .i. 3. l $\frac{2376}{3}$ per l 21 (l $\frac{2376}{63}$ .i. l 37 $\frac{5}{7}$

l $\frac{25}{3}$ in l $\frac{4}{8}$ (l $\frac{200}{12}$ .i. l 16 $\frac{2}{3}$.

Diviſionis exempla in biquadratis.

ll 84 (ll 12: ll 48 (ll 4 vel l 2 ll $\frac{15}{7}$ in ll $\frac{24}{7}$ (ll $\frac{880}{343}$ vel $\frac{41}{81}$
ll 7 ll 12

Si termini ſint diverſi generis, reducentur multiplicatione minoris per nomen majoris. ſic 2 & l 8 redeunt ad l 4 & l 8, ſic l 9 & ll 16 redeũt ad ll 81, & ll 16. Ex hac reductione patet ſi latus ſibi ipſi addendum ſit, duplicandum tantúm eſſe id eſt per 4 primum quadratum multiplicandum, ſi latus lateris ſibi ipſi addendum, ſic multiplicandum per 16 primum biquadratum.

Numeratio irrationalium compoſitorum ſequitur leges ſimplicium.

Additionis exempla.

4 + l 7	l 27 + l 15
4 + l 8	l 27 + l 18
8 + l 8 + l 7	l 108 + l 18 + l 15

Hic duo irrationales ſunt iidem. Itaque alter tantum duplicetur.

4 — l 7
4 — l 8
8 — l 8 — l 7.

At ſi prius addas l 7 & l 8, deinde totũ tollas, ſumma erit 8 — compoſito l 8 + l 7.

l 48 — 6	l 1620 — 18
l 3 — 1	54 — l 1620.
l 75 — 7	

Hic ſi tranſponas terminos facilius numerabis, ſic

l 1620 — 18
— l 1620 + 54
36

Subductionis exempla.

l 12 + 3	12 + l 63	4 + l 8
l 12 + 2	8 + l 28	4 + l 7
1	4 + l 7	l 8 — l 7.

Hic terminus ſuperior cum ſuo, ſubducendus cum diverſo ſigno relinquitur.

4 — l 7
4 — l 8
l 8 — l 7.

Hic ſubducendus major relinquitur cum diverſo ſigno.

4 — l 8
4 — l 7 Impoſſibile vel manet — toto
l 8 — l 7.

l 60 — l 20
l 20 — l 15 Tanſpoſitis terminis, facilius numerabis, ſic
l 60 — l 20
— l 15 + l 20

l 15 — l 80.

6 — l 24. l 108 — 9. 4 + l 7. l. 27 — 8. impoſſibile
3 — l 6. l 48 — 4 4 — l 7. l 3 + 4.

3 — l 6. l 12 — 5. l 28. l 12 — 12.
24 + l 24 24 + l 12
16 — l 12. vel 16 — l 24 manent 8 + l 24 + l 12.

Hic tanquam ſuperior deſit, ſubducendus relinquitur cum diverſo ſigno.

24 — l 24
16 + l 12

8 — l 24 — l 12 vel man. — toto l 24 + l 12.

Multiplicationis exempla.

4 + l 7 4 + l 7 6 + l 12
4 + l 8 4 — l 7. 6 — l 12

16 + l 112 + l 128 + l 56. 9. 24

In ſecundo & tertio exemplo & conſimilibus duarum partium affirmatus per negatum multiplicatur tollendo quadratum minoris partis de majore quadrato, quia duo plani æquales alter affirmatus, alter negatus ſeſe tollunt.

12 + l 20 6 + l 12 l 12 — 6 l 12 + 3
12 + l 2[illegible] 6 + l 12 6 — l 12 l 12 + 2

144 + l 11520 + [illegible]. 48 + l 1[illegible]28. l 1728 — 48. 18 + l 3[illegible]0.
6 — l 5
6 — l 5

41 — l [illegible]20.

Hic é ſeptima ſecundi á quadratis totius & ſegmenti tollitur planus duplex totius & prædicti ſegmenti, ut relinquatur quadratus reliqui ſegmenti. Nam 6 eſt totus, & l 5 ſegmentum alterum.

Diviſionis exempla.

8 — l 20 in 2 quotus eſt (4 — l 5
l 24 — 8 in 3 quotus eſt (l 2 $\frac{2}{3}$ — 2 $\frac{2}{3}$
8 + l 20 in l 5 quotus eſt (l 12 $\frac{4}{5}$ + 2
l 24 — 8 in l 6 quotus eſt (2 — l 10 $\frac{2}{3}$.

LIBRI VIGESIMI QUINTI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM

LIB. XXV. DE IRRATIONALIUM

rectarum deſcriptione.

ATque hæc numeratio eſt irrationalium, geometria dicatur é generibus irrationalium rectarum.

Si recta eſt ſymmetra irrationali, eſt irrationalis ejuſdem ſpeciei é 23.66.67.68.69.70 p 10.

Irrationalis eſt media inter rationalem & irrationalem. Ideoque poteſt oblongum extremarum,& contra quadratum mediæ æquatur oblongo extremarum.

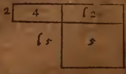
Media autem dicatur dux irrationalis tertiæ,& tertia irrationalis comes mediæ.

Si recta ſit proportionalis inter datam irrationalem & rationalem, erit media diſſimilis datæ é 115 p 10. *Itaque*

Mediæ innumerabiles & diſſimiles oriuntur a media.

Irrationalis eſt ſimplex aut compoſita.

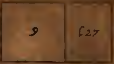
Simplex eſt media inter duas ſimplices rationales vel tantum ſymmetras é 21 p 10.ut l l 20 inter 2 & latus 5, quod é figura clarius eſt.



Atqui ſimplex irrationalis antiquæ authoritatis privilegio media appellatur, mediæque quadratum medium & ei æquale oblongum medium. Tametſi in elementis quodlibet irrationale medium dicitur.

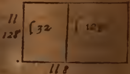
Triangulum æquilaterum lateris rationalis eſt irrationale. Camp. 12 p 14.

Oblongum comprehenſum á rationalibus,vi tantum ſymmetris eſt irrationale 21 p 10.



Oblongum comprehenſum á medüs,re ſymmetris eſt medium 24 p 10.

Hic enim oblógum l 32 per theſim & 1 p 6 & 10 p 10 eſt ſymmetrum quadrato l 128 medio, quia lateris medii. Ergo medium per 24 p 10.



Atque hæc de media, ſequitur de compoſita generaliter primum.

Irrationalis compoſita eſt recta irrationalis, quæ componitur é duabus rectis re aſymmetris.

Partes compoſitæ affirmatæ unico puncto dividuntur é 43.44.45.46.47.48 p 10. Neque majus minuſve majori minorive addi poteſt,ut eadem componatur.

Negata

Negata dicitur reſidua quando pars compoſitæ minor negatur de majore. 73 p 10 ut 3—[illegible] 5. hinc tria ſequuntur.

Partes reſiduæ unico puncto componuntur. Itaque u[illegible]a recta addi poteſt reſiduæ, ut affirmatæ pars major compleatur. 79. 80. 81 82. 83. 84 p 1[illegible].

Genera ſpecieſque reſiduarum velut é regione reſpondent [illegible] compoſitis, ideoque conjunctam doctrinam requirunt.

Compoſita eſt bipartit[illegible] aut quadripartita.

Bipartita quæ conſtat e duabus ſimplicibus partibus, eſtque binom[illegible]a aut bimedia.

Binomia eſt bipartita é duabus rectis rationalibus vi tantum ſ[illegible]mm[illegible]ri. Hic partes nomina dicuntur, quia rationales ſunt & numeris tanquam nominibus appellari poſſint e 36 p 10.

Itaque [illegible]implex irrationalis eſt media inter nomina binomiæ.

Reſiduæ binomiæ h[illegible]p[illegible]iæ reſidua dicitur.

Binom[illegible] eſt exceſſus [illegible] vel aſ[illegible]metri.

Sym[illegible]tri quādo majus nomen [illegible]lu[illegible] poteſt q[illegible]am minus quad[illegible]to re ſibi ſymmetra, [illegible]ſecun[illegible]is [illegible] & [illegible]4. [illegible]. 18. 29. [illegible]. 31. 32 p 1[illegible].

Binomia exceſ[illegible] ſ[illegible]metri eſt [illegible] ius n[illegible]s, ratio[illegible] irrationalis, quæ dicu[illegible] prima, ſecunda, tertia, earumq[illegible] re[illegible], ſecunda, tertia.

Bino[illegible]ia prima q[illegible]do [illegible]omen majus eſt [illegible]ationale ut 6 ⟶ l 2[illegible]. N[illegible]drarum eſt 36. [illegible]ujus ſupra 2[illegible]. quad[illegible]atum minoris nomin[illegible] [illegible]dratus é lat[illegible]me[illegible]o ad ipſum 6, & 6 ipſe rationalis eſt. Reſidua autem prima 6—l 2[illegible], e [illegible]d [illegible]d 1[illegible].

Bi[illegible]a [illegible]ri na eſt c[illegible]es bi[illegible] miæ, [illegible]4 & 6[illegible] p 10.

Re[illegible]ia [illegible] c[illegible] o[illegible]es r[illegible]iduæ 91 & 97 p 10.

Binom[illegible]a [illegible] quando minus nomen eſt rationale ut l 18 ⟶ 4. é ſecundis. d. 1[illegible]. Reſidua ſecunda. l. 18 — 4. e tertiis d 1[illegible].

Binomia tertia [illegible] nomen eſt irrationale ut l 24 ⟶ l. 18. Reſidua [illegible] l 24 — l 1[illegible], [illegible] tertii[illegible] d 1[illegible].

B[illegible] e[illegible]ceſſus aſym[illegible]tri eſt quando majus nomen plus poteſt quadrato re ſibi aſ[illegible]m[illegible]træ.

Bi[illegible]ceſſus aſymmetri eſt nominis alterius rationalis, aut u[illegible]riuſque irrationalis, [illegible] dicuntur binomia quarta, quinta, ſexta. Reſidua item quarta, quinta, ſ[illegible]ta.

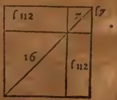
Binom[illegible] quarta quando majus nomen eſt ration[illegible]le, ut 6 ⟶ l 24. Nam 36 qua[illegible]ratum eſt majoris nominis, cujus ſupra 24 exce[illegible]us eſt 12 q[illegible]dratus é latere [illegible]a[illegible]ſym metro ip[illegible]i nempe. Nam l 12 re aſymmetrum eſt ipſi 6. Reſidua q[illegible]rta eſt 6—l 24, e ſecundis & terti[illegible]s d 1[illegible].

Quint[illegible] eſt quando minus nomen eſt rationale, ut l 24 ⟶ l 12.

B[illegible] eſt quando neutrum nomen eſt rationale ut l 24 ⟶ l 1[illegible]. Reſidua ſexta l 24 [illegible] l 12 e [illegible] tertiis d 1[illegible].

Ergo hæc de binomiis earumque reſiduis ſingulis quarum inventio patet é numeris in q[illegible] exemplo propoſitis,& eorum ſimilibus. Ut enim numerus eſt ad numerum, [illegible] per conſectarium ad 6 p 10. recta poteſt eſſe ad rectam é 48.49.50. 51.52.56.85.86.87.88.89.90 p 10.

Irrationalis compoſita quælibet eſt quadrata, ejuſque latus certum, ſed in binomiis earumque reſiduis res eſt tum facilior, propter nomina rationalia tum commenſurabilia ad inventionem reliquarum compoſitarum.



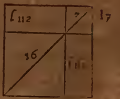
Binomia igitur eſt quadrata, ut patet é 4 p 2.

Eſt enim planus duplex duorum complementorum æqualium cum duobus quadratis, ut hic vides.

Latus autem retexitur, ſi quadratus de dimidio minoris nominis, tollatur à quadrato de dimidio majoris, & reliqui latus dimidio majoris addatur, & ſubducatur. Nam totus & reliqui latera partes erunt quæſiti lateris, ut hic vides.

23 ⟶ l 448.
11 ½ l 112
132 ¼ 112
20 ¼
81/4
9
4 ½ (16 7
4 ⟶ l 7

Inventio autem lateris in binomiis eſt é 4 & 5 p 2, quod & geneſis primum, deinde analyſis docent. Nam cum quadratum feceris é latere 4 ⟶ l 7, ut patet in proxima figura.



Videbis in majore nomine propoſitæ comprehendi quadrata 16 & 7, in minore comprehendi duo oblonga l 112 & l 112. Atq; hæc geneſis brevior eſt per 4 p 2, unde etiam [illegible] oblongum l 112 medium eſſe proportionale inter quadrata 16 & 7, ejuſq; ideo quadratum æquari oblongo é 16 & 7. Analyſis autem per 5 p 2. ut hic vides.



Sumit 23 tanquam rectã ſectã æqualiter & inæqualiter, ejuſq; ſegmenta illa inæqualia 7 & 16 inveſtigat ſubducendo quadratum alterius oblongi in l 448 comprehenſi a quadrato de dimidio illius ſectæ. Tum [illegible] relinquetur intermedii quadratum, cujus latus tum additum dimidio facit ſegmentum majus, id eſt 16: tum detractum [illegible] minus 7. Atque ut 23 [illegible] confuſis quadratis una recta fuit, ita nunc [illegible] menta pro iiſdẽ quadratis [illegible] accipienda ſunt, eorumq; latera [illegible].

Secundia

Bimedia eſt bipartita é duabus mediis é 25 p 10.

Bimedia eſt prima aut ſecunda.

Bimedia prima eſt é cujus partibus oblongum eſt rationale é 37 p 10.

Bimedia prima eſt dux bimediæ ſecundæ.

Reſidua bimediæ primæ dicitur reſidua mediæ prima 24 p 10.

Reſidua mediæ prima eſt dux reſiduæ ſecundæ é 92. 98 p 10.

Sic recta potens oblongum é rationali pedali & binomia ſecunda l 18 + 4 eſt bimedia prima, nempe ll 8 + ll 2. ſic. Reſidua mediæ prima eſt ll 8 — ll 2.

Bimedia ſecunda eſt é cujus partibus oblongum eſt medium é 38 p 10.

Bimedia ſecunda eſt dux binomiæ tertiæ é 56. 62 p 10.

Reſidua bimediæ ſecundæ dicitur reſidua mediæ ſecunda 75 p 10.

Reſidua mediæ ſecunda eſt dux reſiduæ tertiæ é 93. 99. p 10.

Sic recta potens oblongum é rationali pedali & binomia l 448. + l 336 eſt bimedia ſecunda nempe ll 252 + ll 28, ſic reſidua mediæ ſecunda eſt ll 252 — ll 28.

Quadripartita eſt cujus partes ſunt bipartitæ vi aſymmetræ, earumque oblongum ſimulutrique quadratro aſymmetrum é 33. 34. 35 p 10.

Quadripartita eſt potens rationale aut potens medium.

Potens rationale eſt é cujus partibus ſimulutrumque quadratum eſt rationale é 35 & 39 p 10: & major item dicatur.

Major eſt dux binomiæ quartæ é 57. 63 p 10.

Sic é rationali pedali & binomia quarta 24 + l 448. fiet major l b. l 12 + l 32. + l r. l 12 — 3.

Reſidua majoris dicitur minor 76 p 10.

Minor eſt dux reſiduæ quartæ 94. 100 p 10. contrà minor erit l b. 12 + l 32 — l r. l 12 — 3.

Potens medium eſt é cujus partibus quadratum ſimulutrumq; eſt medium.

Potens medium poteſt etiam rationale aut duo media.

Medium & rationale potens eſt é cujus partibus oblongũ eſt rationale é 40 p 10.

Rationale mediumque potens eſt dux binomiæ quintæ 58. 64 p 10.

Reſidua rationale [illegible] potentis dicitur cum rationali medium totum faciens 77 p 10.

Cum rationali medium totum faciens eſt dux quartæ reſiduæ 95,1[illegible] p 10.

Sic é rationali pedali & binomia quinta l 448 + 12 fiet rationale mediumque potens l b. l 112 + l 76 + l r. l 112 — 176. Contra fiet cum rationali medium totum faciens l b. l 112 + 176 — l r. l 112 — 176.

Duo media potens eſt é cujus partibus oblongum eſt medium é 41 p 10. Duo media potens eſt dux binomiæ ſextæ 59. 65 p 10.

Reſidua duo media potentis dicitur cum medio totum faciens 78 p 10.

Cum medio medium totum faciens eſt dux reſiduæ ſextæ 96. [illegible]2. p 10. Itaque é rationali pedali & ſexta binomia l 448. + l 352 fiet duo media potens l b. l 112 + l 76 + l r. l 112 — 176. Contra cum medio medium [illegible] faciens erit l b. l 112 + 176 — l r. l 112 — 176.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. XXVI. IN DEFINITIONES

undecimi elementorum.

QVinque poſtremi elementorum libri continent doctrinam variam de ſolidis, linea, ſuperficie, corpore. Nam de propoſitionibus horum librorum quædam ſunt de linea ſolida, quædam de ſuperficie ſolida, id eſt quarum intelligentia in ſolido cõcipitur. Sic antea lineæ planæ dictæ ſunt quæ in uno plano conciperentur. Pappus 7 theo. tertii libri facit problemata alia plana, alia ſolida, alia grammica, ſed paulò ſecus. Totus autem ſtereometriæ magna inopia fuerit, ſi communia geometriæ & ſtereometriæ, ſi propria geometriæ ſubducantur, & antecedenti parti, ut methodus doctrinæ requirit, attribuantur. Nam de 85. propoſitionibus librorum quinque ſequentium ſolæ 24 ſunt ſtereometrici generis propriæ, reliquæ 61 ſunt communes vel ad geometriam propriè attinent, ut in ſingulis libris ſubtiliter explicabitur. ſed de libris ſingulis agatur.

Liber undecimus habet definitiones 29 communes quinque librorum euclidea methodo accumulatas, quarum 15 ſunt communes geometricarum & ſtereometricarum rerum, quatuordecim tantùm propriæ.

1 & 2 d 11 Sunt ſimplices ut antea fuerunt in linea & ſuperficie, corpuſq; triplici dimẽſione longitudinis, latitudinis, altitudinis, explicatur, unde perfecta magnitudinis trinitas agnoſcitur, de qua Ariſtoteles primo de cœlo.

3 & 4 d 11 Definiunt perpendicularem [illegible] tum lineam, tum ſuperficiem, ſicuti decima definitione primi definita eſt [illegible] perpendicularis plana: Neque tamen [illegible] ulla eſt, ſed co[illegible] ria ſu[illegible] prim[illegible] libri. Rectæ ſunt perpendiculares quarum altera incidens in alteram æqualiter inte[illegible]. æqualem verò interjacentiam ſi qua res efficiat, re[illegible] perpendiculum [illegible] in rectas omnes ſubjectas oſtendet [illegible] in omnes partes æqualiter interjaceat. Sed Euclides ex antecedentibus [illegible] riorum principia facit, & numerat in definitionibus. E converſis autem [illegible] 4 & 38 p 11, de quibus poſtea dicetur. Deinde in tertia definitione quod recta ſublimis dicitur perpen[illegible] plano ſi ſit perpendicularis omnibus [illegible] numerus [illegible] in univer[illegible] eſt, ſive duæ tantum ſint, ſive innumerabiles. Sed de [illegible] re [illegible] 4 p 11 commodius agetur. Poteſt enim uni tantum comparari, ut mox 6 p 11. poteſt verò in eodem ſecum plano ſtris parallelis infinitis recta perpendicularis eſſe, nec tamen [illegible] ſolida perpendicularis, nec eidem ſubjecto perpendicularis erit. Contact[illegible] em verbum impropriè ſumitur. In quarta definitione commu[illegible] ſectio planorum (quæ dicitur) eſt una linea recta, ut nominatim proponetur 3 p 11

[illegible]re

& re ipſa hic uſurpatur pro principio, quod poſtea demonſtretur, & [illegible] uſurpatur 6 d 11. Talem logicam quinto libro præcipue Euclides [illegible]. Atque hic numerus etiam rem magis obſcurat quam antea, unica enim [illegible] titudine neceſſario non eſt opus, ut nominatim proponetur 18, 1[illegible] 8 p [illegible]. Quare & elenchus iſte comparatione propoſitionis illius manifeſt[illegible] erit. [illegible] in his duabus definitionibus, quod appellatur linea perpendicularis [illegible] recta ad planum & planum perpendiculare, rectũ ad planum propri[illegible] appella[illegible] ab ejus ſublimi termino in ſubjectum planum brevior eſſe recta nulla poteſt, [illegible] æqualiter interjacet: ſic & rectum planum ad planum, quia ab ejus ſublimi termino brevius in ſubjectum planum aliud eſſe planum non poteſt. Septem [illegible] definitiones majorem conſiderationem requirunt. Tres primæ de inclinatione nullum uſum in Euclidis elementis prorſus habent: nec uſquam appellantur, excepto ad 35 p 11 paululo quæpiam & Iſidori ſcholio quodam ad finem decimi quinti libri addito, de cujus ineptiis tum diſſeretur. Sed tamen de ſingulis [illegible].

5 & 6 d 11 Definiuntur magnitudines inter ſe inclinatæ [illegible] declinatio vel inclinatio, declinatio facit obtuſum angulum, inclinatio [illegible]. Inclinatio ſola definitur ab Euclide. Quare pro genere ſpeciês [illegible] neq; tamen obliquatio definienda fuerat, ſed linea ad planum obliqua d[illegible] fuerat, aut certé ex ipſa obliquitate rectitudini oppoſita intelligi debuit, ut e parallelismo contrarius nutus intelligitur, & tamen in 5 d 11 notabis perpendicul[illegible] ſublimi puncto in ſubjectum planum poſtulari, quod poſtea 11 p 11 tanquam dubium proponitur, & demonſtratur: quod rurſus ad 11 p 11 dicetur.

7 d 11 Definitur planum ad planum ſimiliter inclinatum, ubi logica Euclidis convincit ſuperiorem proximam. Neque enim definitur ſimilis inclinatio ut antea inclinatio & rectæ & plani, ſed ſimiliter inclinatum. Quod tamen [illegible] eſt, attamen quoniam cœperat Euclides definire rectam perpendicularem, planum perpendiculare, non perpendiculum rectæ, non perpendiculum plani, conſtantiæ fuerat perſeverare, neque interponere definitionis genus in quinta & ſexta definitione diſſimile antecedenti & conſequenti definitionum modo, ſed id levius eſt, definitur igitur ſimiliter inclinatum planum ex æqualitate angulorum. Similitudo autem in elementis ſæpe jam dicta eſt. Sed hic ὁμοίως poſitum videtur pro [illegible], quia inclinatio ipſa angulus eſt, ut definitiones proximæ declararunt. Theodoſius ad 6 d 1 ad 21 th. 2 ſphæricorum ſimiliter inclinatos circulos dicit pro æqualiter, ut hic Euclides loquitur, & [illegible] (ut Proclus ad 5 p 1) Tales dixerat æquicruri angulos ſimiles pro ęqualibus: & ſic Ariſtoteles 1 4 c 2 de cœlo dicit gr[illegible] deorſum ad ſimiles angulos, id eſt æquales & rectos.

8 d 11 Definiuntur parallela plana [illegible] inconcurrentia, id eſt quæ nuſquam poſſunt coincidere, de quo argumẽto multa dicta ſunt nobis primo libro, & Campanus hic veré monet lineas non parallelas non eſſe neceſſario concurſuras, niſi in eodem plano ſitæ fuerint. ſed intellecta generali definitione linearum parallelarum, quæ ubique diſtant æqualiter, ſpecialis iſta definitio vacabit, ut 5. 6. 7 d 11 vacarunt. Conſectarium tamen hinc ſumi poteſt.

9 d 11 Definiuntur ſimiles figuræ ſolidæ ex ſimilibus planis, plana ipſa ex æqualitate angulorum & proportione laterum definita antea ſunt, de qua ſpeciali ſimilitudinis definitione dictum eſt 10 d 3,& 1 d 6,21 d 7,ut definitio generalis ſimilium figurarum eſſet una, quæ angulos haberent æquales & æqualium crura proportionalia: quæ definitio etiam corporibus conueniet. In planis enim ſolidis crura angulorum ſolidorum erunt plana,quæ hic æqualia & ſimilia dicuntur. Itaque definitio hic non eſt ſimilitudinis,ſed conſectarium é definitione illa generali. Sed iſta definitio elenchum præterea illum continet,quod definitum generale ſit, nempe figura ſolida: definitio autem eſt figuræ ſolidæ planæ, neque enim ſphæra, conus,cylindrus planis comprehenduntur. Itaque pluribus convenit definitum, definitio de eq; [illegible].

10 d 11 Inani tautologia repetit definitionem ſimilium figurarum,fruſtraque. Nam definitio æqualium prior eſt. Sed elenchus ſuperioris definitionis rurſus offenditur in iſta definitione,promittitur genus,præſtatur ſpecies, logica nempe vel arithmetica æqualitas eſt, neque omnino antea definitæ ſunt æquales vel lineæ, vel ſuperficies, ſed in illo ſummo [illegible] axiomate ſenſus iſte ſine ulla definitione mathematica aſumptus eſt. Quæ eidem ſunt æqualia, ſunt inter ſe æqualia. Quare figuras ſolidas æquales definire ſupervacaneum eſt. Conſectarium tamen hic eſſe poterat ex illa generali æqualitatis intelligentia, ſolida plana æquari, quorum plana ſint æqualia multitudine & magnitudine.

11 d 11 definitur angulus ſolidus duplici definitione, prima autem videtur non ſatis accurata, quia angulus eſt lineatum in communi ſectione terminorum. Atqui rectæ quamlibet multæ [illegible] terminare non poſſunt, nec ſecunda valde accuratior eſt. Angulus enim non omnis eſt planus, ſed quidam eſt ſphæricus, quidam [illegible], unde fieri non poteſt [illegible] Euclidis angulus. Itaq; ſuperior elenchus ille huc redit, & [illegible] definitiones [illegible], quæ de[illegible] ſint anguſtiores. Attamen utraque [illegible] videtur dicere voluiſſe angulum eſſe lineatum in communi ſectione [illegible]rum. [illegible] de hoc in [illegible]metria.

12 & 13 d 11 Definiuntur duæ ſpecies ſolidi plani pyramis & priſma, ſed in ſingulis elencho duplici repetitur definitio generis. Nam ſolidum planum eſt, quod comprehenditur a ſuperficiebus planis: pro qua definitione genus ipſum [illegible] in unaquaque ſpecie cum propria differentia. Deinceps vero corpora definiuntur é differentiis ſuperficierum á quibus terminantur, ut antea ſuperficies definitæ ſunt & diſtributæ e differentiis linearum a quibus terminarentur. Illa igitur ſolida definiuntur é ſuperficiebus planis quibus terminantur. Græci plana [illegible] appellant [illegible] tetrahedrum, pentahedrum, hexahedrum, polyhedrum [illegible] dicitur.

13 d 11 Campanus hic definit priſma preſſius quam Euclides, & quinque planis tantum comprehendit. Euclidis autem definitio generalis eſt, priſmaque facit e quavis baſi triangula, quadrangula, multangula, ut fit pyramis, & ſic demonſtratio Theonis ad 10 p 12 manifeſte faciet priſma etiam parallelepipedum, id eſt cujus latera omnia oppoſita ſunt parallelogramma parallela, uno faciet priſma decahedrum

hedrum ex octangula baſi. Quare Campanus hoc loco, ut pleriſque aliis locis indicat Euclidem verum nunquam ſibi cognitũ fuiſſe, ſed arabicum tantum, in eoq; valdé ac vehemẽter errat, dum ex infinita priſmatum multitudine unicum eſſe arbitratur. Et tamẽ hic error ex Euclide ipſo natus videtur, qui poſtea uſurpat priſma pro pentahedro, ut 40 p 11: 3 & 4 p 12. ſed generis nomẽ pro ſpecie hoc modo frequenter uſurpat, ut antea rectangulũ pro oblongo, ut poſtea pyramidem & tetrahedrum pro tetrahedro ordinato. Tres deinde ſequentes definitiones ſphæram, conum, cylindrum é ſua compoſitione definiunt, qualis compoſitio circuli poſtulatur tertio poſtulato primi libri, é quibus definitionibus intelligimus fabricam cujuſq; figuræ, materiam eſſe principii aſſumendi propter inſitam claritatem, nõ propoſitionis propter obſcuritatem adjunctam demonſtrabilis. Nam ſi fabricæ modum diſertis verbis expreſſum conceperis, nihil ultra requires, ut antea patuit, & patebit poſtea. Convenientius tamen erat definire á ſuis ſuperficiebus, ut planum intellectum eſt & ſuperficies ipſas ante definire, ut in geometria fecimus.

14 d 11 Sphæra definitur é modo fabricandæ ſphæræ, quomodo definiri potuit quælibet figura, attamen elegantior definitio fuiſſet é genere & differentia corpus comprehẽſum á ſuperficie ſphærica. De ſphæra ſtereometria Euclidis perexigua eſt, in 17. 18 p 12.

15. 16. 17 d 11 Definiuntur axis, centrum, diameter, quæ tamen cõmunia ſunt non propria ſphæræ. Centrum & diameter ſunt omnis figuræ, & axis in iis definitionibus attribuitur ſphæræ, conõ, cylindro, poſtea etiam pyramidi. Itaque ſi quis exiſtimet axem definiri diametrum, circa quam ſphæra moveatur, ut Theodoſius definit, quæri poſſit, an converſionis ullus motus in compoſito & fabricato corpore vel ſphæræ, vel coni, vel cylindri ad geometriam pertineat. fabricatur enim geometra figuras iſtas, earumq; proprias affectiones interpretatur, utrum verò quieſcãt ea corpora, an moveantur, geometræ nihil eſſe videatur, ut axe nihil hic etiam ſit opus, ſed diametro tantùm. Id tamen amplius conſiderari poſſit, ut geometricus ſit etiam quidem motus. Deinceps definiuntur conus & cylindrus recti tantum, & quorum axes baſibus ad centrum ſunt perpendiculares.

18 d 11 Conus definitur ab Euclide rectus, in eoque altitudinis differentia triplex ſumitur é triplici angulorum differentia, qua dimidiati coni vertex diſtinguitur, cujus tamen differentiæ nullus poſtea in elementis uſus erit, quin differentia hæc optica potius quàm geometrica videatur. Conus enim eminus videtur inſtar trianguli. Itaque pro differentia altitudinis apparebit vertice rectangulò, obtuſangulo, acutangulo, neque iſta differentia coni geometrica eſſet, ſed optica. Verùm præter hoc alienum neque poſtea in elementis uſurpatum, tota de conicis ſtereometria apud Euclidem perexigua eſt. Itaque Apollonius poſt Euclidem libris octo (quorum quatuor extant) materiam iſtam eſt perſequutus, & Euclidem in procemio nominatim carpit, velut inſcium conicarum ſectionum, nec ideo inventas ab eo medias proportionales duas, ac vix quidem unam ſatis feliciter. Vide Eutocium hac de re in Apollonium & Pappum l 7. Conus igitur ab Apollonio 1 lib. conicorum definitur non rectus ſolum, ut ab Euclide, ſed generaliter conus quivis ſeu

rectus ſeu obliquus, Apolliniique ſententia, ſi ab aliquo ſublimi puncto ad peripheriam ſubjecti circuli recta infinita convertatur, conficies duas ſuperficies conicas infinitas, unde conus definitur corpus comprehenſum à circulo & ſuperficie conica, idemque Proclus ad 7 d 1. Rectus autem Apollonio eſt conus, cujus axis eſt perpendicularis baſi, σκαληνὸς, id eſt varius & obliquus, cujus axis varius eſt & obliquus baſi. Hæc coni differentia fuit ignota Euclidi. Ideoque Apollonius propter conicam doctrinam generalius & altius extructam magnus geometra dictus eſt, ut Geminus apud Eutocium author eſt. Talis autē definitio corporis per ſuam ſuperficiem jam definitam congruentior eſt & affinior definitioni pyramidis & priſmatis, quę per ſuas ſuperficies definiuntur. Sed Euclides nullam obliquæ ſuperficiei geometriam didicerat, aut certè in elementis non docuit: atque inde videtur orta vetus illa diviſio artis metricæ in geometriam de planis & ſtereometriam de ſolidis, tanquam geometria de ſuperficie ſphærica & varia nulla tum eſſet: diviſumque pro toto quod ex parte teneretur. Atqui in hac definitione & ejus differentia triplici obſcuritas major eſt quàm in pleriſque demonſtratis propoſitionibus, ſicut ad 10 d 5 præmonui.

19 d Definitur axis ſimiliter ŭt in ſphæra per fabricam, at fabricati jam corporis & conſtituti motus hic geometricus quiſnam erit?

20 d Definitur baſis coni, ut poſtea 23 d baſis cylindri. At ex fabrica in definitionibus & coni & cylindri comprehenſa, baſes iſtæ comprehenſæ ſunt: Converſio enim lateris in triangulo & parallelogrammo circulum efficit, ac perinde baſis pyramidis & priſmatis definiri potuerunt, & baſis in triangulis ſine ulla definitione ſumpta eſt, ſumpta in parallelogrammis: aut ſi baſis definienda fuit, generaliter definienda fuit, quia res generalis eſſet & communis omnium figurarum.

21 d Definitur cylindrus parallelogrammi converſione, ut definitus eſt conus converſione trianguli. Serenus hic Apollonium ſequutus, eumq; nominatim appellans ſimiliter definit cylindraceam ſuperficiem, atque inde cylindrum, ſuperficies primo per converſiones rectæ hoc modo, unde cylindrus definitur, corpus comprehenſum à duobus circulis parallelis & cylindracea ſuperficie, unde etiam axis ei definitur recta per centra circulorum: item latus cylindri, recta in ſuperficie cylindri ad utramque baſim terminata: definitur etiam è baſi cylindrus rectus, ut antea conus, nempe cujus axis eſt perpendicularis baſibus, σκαληνὸς autem cujus axis eſt obliquus baſibus.

22 & 23 d Definiuntur axis & baſis cylindri, ut ante definiuntur in cono, ſimilis elenchus eſt.

24 d ſimilitudo ſpecialiter definitur, ſicuti 10 d 3, 1 d 6, 27 d 7, 9 d 11. At (ut antea dixi) definitio una & communis & generalis eſt. figuræ ſimiles ſunt, quarum anguli ſunt æquales, & æqualium crura proportionalia: in cono enim & cylindro anguli ſunt potentia: ut in circulo & ſphæra, quibus ſectione aliqua patefactis & & expreſſis partes ſimilitudinis in angulis æqualibus & æqualium proportionalibus cruribus manifeſtæ erūt: unde coſectarium hoc in Euclidis 24 d comprehenſum ſimilium conorum & cylindrorum axes eſſe proportionales diametris baſium,

id eſt altitudines baſibus, id eſt cauſſas efficientes ſimilium effectorum proportionales eſſe, & tamen conſectarium videtur cõmune pyramidis & priſmatis. Quamvis enim ſimilitudo ſolidorum é ſuis planis antea veré rectéque ſumpta ſit, tamen videtur etiam ex axibus & diametris baſium ſumi poſſe. In ſolidis enim planis ſimilibus videntur etiam axes eſſe proportionales diametris baſium, quamvis enim neque baſis neque axis definiantur antea in pyramide & priſmate, ſunt nihilominus, quin poſtea nominatim axis pyramidis dicetur diameter, & 39 p 11 in priſmate conſtituentur. Quare conſiderandum hoc conſectarium fuerit, ſaltem in quibuſnam ſolidis id verum fuerit ſi non in omnibus. ſed id aliâs. Interea tamen conſtet definitionem eſſe omnium ſimilium figurarum. figuræ ſimiles ſunt quæ angulos habent æquales & æqualium crura proportionalia. Deinceps veró quinque corporum (quæ vulgo regularia dicuntur) definitiones ſequuntur. Pappus & græci alii vocant τεταγμένα εὔτακτα ordinata bene ordinata: & nos ita dicemus. figura igitur in univerſum eſt ordinata quæ terminis & angulis æquatur, ut patuit 7 e 4. Hæc veró definitio figuræ ordinatæ repetitur quinquies vel integra, ut in dodecahedri definitione, vel parte una ex qua aliæ ſequuntur. Hic elenchus igitur quintuplex una admonitione admoneatur.

25 d Definitur cubus per genus generaliſſimum, tanquam ὑπάλληλον & ſubalternum deeſſet, at cubus eſt ſpecies parallelepipedi rectanguli, ut quadratum parallelogrammi rectanguli. Idem prorſus elenchus eſt in reliquis poſtea definitionibus.

26 d Prætermittitur proximum genus pyramis: At poſtea 13 p 13, item in ſcholio 13 lib. pyramis appellabitur. Atqui hoc nomẽ ut cætera deinceps octahedrum, icoſahedrum, dodecahedrum magis commune eſt quám res nomini ſubjecta: poteſt enim figura tot facies habere, ut pyramis octahedra, icoſahedra, dodecahedra, item priſma octahedrum, icoſahedrum, dodecahedrum dicatur, neque tamen tales figuræ eſſent ordinatæ, quin corpora é planis æquilateris & æquiangulis, ſed neq; æqualibus inter ſe, neq; ſimilibus multó plura eſſe poſſunt, qualia ſunt Archimedis tredecim corpora apud Pappum lib 5. ſed differentia horum corporum in eo eſt, quod comprehenduntur ab ordinatis quidem, ſed inter ſe neque æqualibus neque ſimilibus. Itaq; ordinata ipſa eſſe non poſſunt: Primum octahedrum é quatuor triangulis & 4 ſexangulis, deinde triplex teſſera decahedrum primum ex 8 triangulis, 6 octangulis: ſecundúm é 6 quadratis, 8 ſexangulis. Tertio duplex hoc icoſahedrum primum ex 8 triangulis & 18 quadratis, ſecundum é duodecim quadratis, 8 ſexangulis, 6 octangulis. Quarto duotriacontahedrum triplex, primum é 20 triangulis, 12 decangulis: ſecundum é 12 quinquangulis, 20 ſexangulis: tertiúm é 20 triangulis, 12 quadratis. Quintó octotriacontahedrum é 32 triangulis, 6 quadratis. Sexto duplex duohexacontahedrum, primum é 20 triangulis, 30 quadratis, 12 quinquangulis: ſecundúm é 30 quadratis, 20 ſexangulis, 12 decangulis. ſeptimó duoenneacontahedrum ex 80 triangulis, 12 quinquangulis. Ergo corpora hæc Archimedis tredecim ſic á Pappo memorantur, de quibus ſingulis, ſi quis plura deſideret, videat Pappum eo loco.

27 d Comprehendit ſub æquilateris planis æqualitatem angulorum.

28 d Subtiliter explicat omnes differentias ex æqualibus æquilateris æquiangulis, quia hæc omnia in quinquangulis ſeparari poſſunt.

29 d æqualitatem angulorum comprehendit ſub æqualitate laterum, ut 27 d. Hoc enim ex baſibus triangulis utrique commune eſt.

LIBRI VIGESIMI SEXTI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM

LIB. XXVII. IN PROPOSITIONES *undecimi elementorum.*

ADhuc igitur 29 definitionum materies fuit: ſequitur doctrina propoſitionum, in quibus primúm declaratur ad viceſimam vſq; propoſitionē linearum & planorum perpendiculum & paralleliſmus, é quibus propoſitionibus nulla eſt admodum demonſtrabilis. Materies enim feré eſt principii aut é principio protinus poſtulandi. Itaque elenchus quinti & decimi libri huc præcipué recurrit, quo materies principiorum per ſe evidentium in diſputabiles quæſtiones convertitur. Sed elenchus in ſingulis propoſitionibus manifeſtus apparebit. Duæ propoſitiones primæ ſunt de lineis rectis planis, neq; ſtereometricum quidquam habent.

1 p 11 Negatio eſt, ideoq; expers artis. Ars enim duntaxat præcepta affirmata recipit. Debuit igitur, ſi quid tamen intereſſet, ſic affirmari. Recta tota eſt in uno plano. At iſto modo etiam inſolens propoſitio eſſet, quia definitio quædam eſſet lineæ rectæ, ut putavit 4 d 1. Demonſtratur autem á Theone per impoſſibile non minus abſurdum. Eſto enim lineæ rectæ *a b c* pars *a b* in plano, pars *b c* in ſublimi, & continuetur *bd*, duabus lineis rectis *a b c* & *abd*, ut hic vides *a*—*b c*—*d* non erit tantum unum commune punctum, ſed totum ſegmentum commune erit, quod tanquam principium eſt Theoni. At id in nullo antea principio á Theone nominatum eſt. Et cauſſa fuit illa Zenoni epicureo Euclidem carpendi ad fabricam trianguli æquilateri, de quo antea. Campano autem deducitur é 13 p 1 tanquam ſi ad utriuſque rectæ concurſum perpendiculum aliquod caderet, faceret utrinque duos angulos æquales duobus rectis, unde pars efficeretur æqualis toti vel cōtra ἐφαρμόζειν, quód duarum rectarum pars congrueret, pars non congrueret. At aliud deduci poſſet incommodum brevius, quód recta unica faceret rectilineum angulum. Verúm ſumendum id fuit & poſtulandum multo etiam juſtius quám argumentum quo ab Euclide vel Theone demonſtratur, poſtulandum (inquam) lineam rectam eſſe in uno plano: quód ſi objicias lineam rectam eſſe in ſuperficie conica & cylindracea, reſpondebo rectam illam eſſe terminum plani conum & cylindrū ſecantis.

2 p 11 Si duæ rectæ ſecent ſeſe, in uno ſunt plano, & omne triangulum in uno eſt

eſt plano. Propoſitio hæc miſtam habet doctrinam de linea & triangulo, & pars poſterior probatur prius, unde prior poſterius approbatur, hyſterologia eſt Euclidi familiaris, ut elenchi cæteri. Triangulum verò non dicitur eſſe in eodem plano, ut accidens, cum Euclidis triangulum ex ſe planũ ſit, & tam inſolens eſt iſta propoſitio, quám ſi proponeretur omnem hominem eſſe in animali: Triangulũ ſiquidem Euclidis eſt ſpecies plani, nempe figura plana rectilinea, á tribus rectis lineis comprehenſa. Quare materies iſta non eſt demonſtrabilis propoſitionis, cum ſit generis de ſpecie, ſed principii. Talis elenchus fuit decimo libro de rectis irrationalibus, ubi genus ſimiliter demonſtratur de ſpecie. Ergo cum demõſtravit Euclides omne triangulum eſſe in uno plano, tum demum concludit ex eo rectas interſectas, quia latera ſunt trianguli, eſſe in uno plano. At videntur etiam in diverſis poſſe concipi. Sic enim recta eſt ad planum, nempe omnibus interſectis perpendicularis in communi ſectione. Utrum igitur in 3 d 11 tot plana concipienda ſunt, quot duarum rectarum concurſus? ſane: id enim 18 p 11 percipietur. Si recta eſt perpendicularis ſubjecto plano, omnia per eam plana erunt eidem perpendicularia. Binarius tamen rectarum interſectarum non major numerus teneatur. Nec enim tres aut plures interſectas in eodem plano eſſe neceſſe eſt. Quare propoſitionis hujus pars prima poſtulanda fuit, ſecunda ne poſtulanda quidem, cum ex ſuo genere intelligatur.

3 p 11 Eſt de planis, demonſtratur autẽ non obſcuro impoſſibili. Quod ſi communis ſectio non eſſet una recta, ſed duæ rectæ, ſuperficiem clauderent contra 12 ax. At conſectarium eſt ex illo communi principio. Magnitudo ſecatur iiſdem, quibus terminatur, planum terminatur linea: ergo ſecatur linea, linea lineam ſecat unico puncto, & planum planum ſecat unica recta, & planum ſecat ſolidam figuram unico plano, deniq; ſectio magnitudinum fit unico ipſarum termino. Itaq; propoſitio iſta inanis eſt, debuitq; é definitionibus aſſumi ſententia hæc. Quin quod antea jam monui id ipſum tanquam principium uſurpatum eſt 4 & 6 d 11, & elenchus prorſus idem redit, qui antea fuit.

4 p 11 Demõſtrat duos angulos æquales eſſe per triangula quatuordecim é propoſitionibus primi libri 15.415.26.4.4.8.4.8 & 3 d 11. Sed via iſta valdé tortuoſa & obliqua eſt, duorum angulorum æqualitatem tot mæandris tamq; præpoſteris exquirere. Et propoſitio tamẽ iſta nihil á 3 d 11 differt niſi linearum numero, quia illic omnibus interſectis in ſubjecto plano, hic duabus ſublimis perpendicularis efficitur: At neque omnibus neq; duabus addi neceſſe fuit: Nam ſi duabus, etiã omnibus: Satis fuit in univerſum & generaliter interſectas dici & intelligi: ſive duæ ſint tantúm, ſive plures, nihil ad rem: duæ enim ſolæ etiam interſecantur & cõmunem ſectionem faciunt. Quare materies principii hic fuit aſſumẽdi per ſe, non propoſitionis demonſtrabilis. Atq; hic interea etiam noto communẽ ſectionem dici punctum in lineis interſectis, ut dicitur linea in planis interſectis. ſed elẽchus hic etiam gravior eſt, quód Euclides é converſa faciat principium (ut prædixi) hic autem ex antecedente faciat propoſitionem demonſtrabilem, vel abſurdius etiam quiddam eſt, quód idem hic proponatur de duabus quod illic de omnibus.

5 p 11 Demonſtratur impoſſibili non obſcuro, quia pars toti eſſet æqualis, an-

gulus nempe rectus pars recti. Conſectarium eſt é perpendiculi & communi ſectione,& tamen de duabus rectis interſectis etiam verum,ſed vanum,quia de duabus interſectis eſt 2 p 11.

6 p 11 Cauſſam manifeſtam habet é lege parallelismi & communi,nempe perpendiculo,neque ab Euclide demonſtratur parallelismus propoſitus, ſed ſitus rectarum in eodem plano, qui tamen propoſitus non erat. Itaque ſecundi libri Lycophron huc redit,aliud proponitur,aliud agitur.

7 p 11 Impoſſibile habet idem quod habuit tertia,atque ut illa eſt in principio conſtituta,ſic & iſta conſtituatur.

8 p 11 Eſt converſa quædam ſextæ, qualis eſt axiomatis illa converſio. Si duo ſunt eidem æqualia,ſunt inter ſe æqualia:& ſi æqualium alterum eſt æquale tertio, reliquum erit æquale eidem. Itaque bella illa ſextæ propoſitionis demonſtratio huc iiſdem veſtigiis iteratur. Sed elenchus eſt hic manifeſtior. Nam definitione parallelarum æqualitas perpendiculorum intermediorum continetur, ut 35 d 1 dictum eſt á nobis,& mox dicetur 14 p 11.

9 p 11 Tam principium eſt quám fuit. Quæ eidem æqualia. Neque plani diverſitas magis immutat ſyllogiſmum parallelismi, quám immutat æqualitatis in illo principio. Itaq; ſexto loco jam ſophiſma ſimile continuatur, nempe 31 p 1, 11 p 5, 21 p 6, 12 p 10.

10 p 11 Præcipue deducitur é parallelogrammi lege ad 33 p 1 propoſita. Itaque ut illud poſtulandum fuit ad parallelogrammi definitionem, ſic iſtud poſtulandum modó fuerit. Quin antecedens propoſitionis manifeſtam conſequentis cauſſam contiuet ex axiomate æqualium angulorum: imó veró propoſitio iſta plane nugatoria eſt, neque quicquam proponit niſi axíoma illud æqualium angulorum, nempe angulos æquicruros & æquebaſios æquari. Id enim re ipſa propoſitio iſta proponit: in litera Euclidis eſt ἀεὶ pro [illegible].

11 & 12 p 11 Reſpondēt perpendiculis planis in 12 & 11 p 1,ſed ordine præpoſtero,ut demōſtratio Theonis procederet,ſed utraq; perpendiculi ſolidi cōſtitutio conſtat per cauſſam 4 p 11,ut nempe perpendicularis ſublimis ſit duabus rectis in plano ſubjecto cōtiguis, id enim ſatis erat: nec aliud Euclides parallelismi hyſterologia complectitur: ſed abſq; parallelis, ut duæ primæ perpēdiculares in ſubjectam communem,ſic tertia duci poteſt in duarum interſectarum cōmunem ſectionem, quod Euclides ipſe ad 5 d 11 antea uſurpavit: deniq; ad idem punctum recti anguli ex ſublimi cum interſectis totum hoc ſublime perpendiculū cōprehendunt. Quod autem hic caſus neſcio quis forruitus adhibetur ab Euclide vel Theone, ut 1 p 4. 28 p 6: res artis aliena & indigna eſt, fac lineam ut ſors tulerit, ſi perpēdicularis eſt ſubjecto plano, habes quod quæris. At (inquam) præcepta artis é logicis legibus generaliter præcipere debent κατὰ παντὸς, καθ' αὑτὸ, καθ' ὅλου πρῶτον non temeré, ut hic Stereometres modó præcipit. Quare logica iſta geometriam alioqui artium ſeveriſſimam valdé dedecet. Verúm geometricus perpendiculorum uſus jam antea diſputatus eſt 11 & 12 p 1,& idem judicium de duobus iſtis problematis modó facimus ſcholaſticorum διαχειρημάτων cauſſa confingi.

13 p

13 p 11 Negatio eſt, quales fuere primi libri axioma ultimum & 7 p 1 & 1 p 11. Res autem affirmaté, imò generaliter de omni linea proponi poteſt, ut ad c 10 e 5. Adhibita eſt autem hæc propoſitio ad demonſtrationem ſequentium, ut decimæ nonæ. At de rectis perpendicularibus planis, id etiam poſtulari poteſt.

14 p 11 Aperté indicat definitionem generalem parallelarum, quia lineæ parallelæ ſunt, quæ diſtant communi perpendiculo.

15 p 11 Theſim decimæ continet, & ejus antecedens eſt cauſſa conſequentis ex illa generali parallelarum lege. Si lineæ rectæ connectunt æquales & parallelas, ſunt æquales & parallelæ. itaque etiam id poſtulandum fuit. Atque hic etiam litera Euclidis habet [illegible] pro [illegible].

16 p 11 Facilem probationem habet in Theone. ſi ſectiones non eſſent parallelæ, neque plana ipſa eſſent parallela.

17 p 11 Euclides hanc deducit é 2 p 6: at totum contra: 2 p 6 deducenda fuit ex iſta bene tamen propoſita, ut 13 é 5 propoſuimus. At certé Theon hic quidquid eſt, juſtius poſtulare potuit quàm 10 d 5 quàm partem 18 d 11.

18 p 11 Conſectarium eſt quoddam é 4 d 11, & quidem diſertius expreſſum quàm antecedens illa definitio, ſatis enim eſt ad perpendiculum planorum, ut unica recta altero perpendicularis communi ſectioni ſit perpendicularis ſubjecto plano. Itaque ad rectam perpendicularem demonſtrandum numero & multitudine contiguarum nihil opus eſt. At in perpendiculo planorum unica recta perpendicularis eſſe non poteſt, quin protinus ſint innumerabiles.

19 p 11 Eſt cōverſa proximæ: ſi recté pronuntietur, hoc nempe modo: Si communis interſectio planorum ſublimium eſt perpendicularis ſubjecto plano, interſecta plana ſunt perpendicularia. Stereometria ſolidorum ſequitur, cōplexa tamen propoſitiones octodecim varias de planis tum rectilineis generum omnium, ut ſunt triangula, quadrangula, multangula, tum obliquilineis, de quibus ſuo loco. Prima ſolidi doctrina eſt in angulis ſolidis.

20 p 11 Reſpondet 20 p 1 de triangulis, & logica prorſus eadem eſt. Itaque paratus etiam Zenoni jocus hic eſt. Nam ſi duo plani eſſent reliquo minores vel æquales, nullam magnitudinem intermediam cum eo concluderent. Jam verò quæri hic etiam poteſt, utrum generaliter de quibuſlibet angulis, planis, ſphæricis, miſtis verum id fuerit. Tu id conſiderato.

21 p 11 Elenchum generis habet pro ſpecie, proponit enim generaliter quod ſpecialiter intelligatur de angulo ſolido plano, quod oſtēdit comparatio cum quatuor angulis rectis: demonſtrationem autem habet non obſcuram é ſubductis reliquis angulis triangulorum planorum ſolidum componentium. Eſt autem ſuperioris proximæ adſimilis: Nam ſi quatuor rectis æquarentur, plani complerent locum planum, neque angulum facerent. Erit autem uſus propoſitionis hujus ad probandum quinq; duntaxat eſſe corpora ordinata ad finem 13 libri.

22 p 11 Conſectariū eſt é triangulis primi libri & tota eſt geometriæ, ad ſtereometricum nihil attinet: hic veró adhibita eſt gratia proximæ propoſitionis. At fructus ejus poteſt uberior eſſe in geometria deinceps quæ ad ſtereometriā poſſit tra-

duci,ut omnia geometriæ elementa. Conjungatur igitur cum 22 p 1 ad trianguli fabricam. Quare res ipſa accuratius animadverſa nullum demonſtrationis argumentum requirit.

23 p 11 Reſpondet 22 p 1,logicam autem continet in demonſtratione prorſus admirabilem,propter ineptiſſimas nugas quinque partium,quod radius ſive ſit intra latera,ſive in latere, ſive extra,neq; æqualis, neq; major eſſe poſſit. Huc etiam ſex & viginti ſyllogiſmi ex totidem propoſitionibus intexuntur, & hoc videlicet Theoni vel Euclidi eſt demonſtrare rem per ſe manifeſtam, tot nebulis involvere & obſcurare. Etenim propoſitio iſta eſt converſa 20 & 21 p 11. Nam ſi tres anguli plani minores quatuor rectis conſtituant angulum ſolidum,duo quilibet ſunt majores reliquo, & contra, ſi ſunt tres anguli minores quatuor rectis, duo quilibet majores reliquo, conſtituent angulum ſolidum. Itaq; ſic antecedens per ſe manifeſtum ſit,ut eſt,converſa quoque per ſe manifeſta eſt. Nec tamen hæc anguli conſtitutio generalis eſt. Nec enim poteſt é planis angulis ſphæricus aut miſtus fieri. Itaq; pollicetur hic Euclides genus,præſtat ſpeciem,ut ſæpé jam antea.

24 p 11 De certo genere plani præcipit, ſed valdé incerta oratione. Itaq; Campanus hic obſtrepés neſcio cui ait, iſta propoſitione ſolidum parallelis planis comprehenſum tantúm eſſe parilaterum quidem á ſenario terminorum numero deinceps infinitum,neq; tamen pariterminum quodlibet hic intelligi poſſe,ſed parallelogrammum duntaxat, cúm omnes termini ſunt parallelogrammi, ideoq; dũtaxat ſexahedrum, quod ſi verum eſt parallelepipedum reſpondet in planis parallelogrammo,id eſt quadrato,oblongo,rhombo,rhomboidi. Itaque propoſitio iſta vera tantúm eſſet de priſmate, non de miſto polyhedro. Nec enim octahedrum, icoſahedrum, dodecahedrum (quamvis comprehenſa é planis parallelis) habent oppoſitos terminos parallelogrammos: habent enim triangulos octahedrum & icoſahedrum: dodecahedrum autem habet quinquangulos. Quod autem Campanus ait propoſitionem iſtam intelligi poſſe tantúm de ſolido parallelogrammo, accipio,ſed hactenus, ut parallelogrammum dicatur etiam multangulum æquiterminum & pariterminum,cujus nempe oppoſita plana ſunt parallela. Quod enim ait parallelogrammum ſolidum tantum eſſe hexahedrum, id ſi probaſſet,probatio ejus æſtimaretur. Cur enim paritermina illa á ſenario infinita,quæ facit, iſta propoſitione non comprehenduntur? habent enim plana oppoſita parallelogramma & æqualia. Sic enim parallelogrammum generaliter in multangulis accipi poteſt, ut Proclus docet ad 34 p 1. quamvis Euclides parallelogrammum tantúm videatur in quadrilateris poſuiſſe,ut ex 41 p 1. perſpicitur. Et veró propoſitionum de parallelepipedis veritas conveniet omnibus priſmatis pariterminis & parallelográmis. Cauſſa autem propoſitionis tam captioſæ eſt omiſſa partitio & definitio. Nam ſi partitus eſſet Euclides genera ſolidi plani,ſi hoc ipſum parallelepipedum definiſſet, tota confuſio eſſet ſublata. Atqui ut in 33 & 34 p 1. definitio parallelogrammi,ita hic priſmatis parallelogrammi definitio in propoſitionem ſophiſticé eſt converſa.

25 p 11 Deducitur é lege primarum figurarum. Quapropter Theonis demonſtrationem ad eas aggregato, quibus principia & definitiones demonſtrantur, paralle-

rallelismo enim indicatur æqualis altitudo, nec aliud hic adhibet Theon, præter illam singularem quinti libri ſextam definitionem, quam & 1 & 33 p 6 adhibuit. At hîc duæ efficientes cauſſæ ſolæ comparantur altitudo & latitudo. Itaque cum altitudo ſit eadem, ſolum diſcrimen eſt é baſis latitudine. Quare demonſtratio Theonis hoc loco ſimillima eſt ſuperiori. Sed docet hic Campanus hanc propoſitionem convenire ſerratilibus illis ſuis, id eſt priſmatis pentahedris, putatque omnia quæ Euclides ſolis parallelepipedis duodecim propoſitionibus attribuit, priſmatis pentahedris convenire, quia ſunt dimidia parallelepipedorum. Quod perinde eſt, ac ſi Euclides in planorũ doctrina proprié attribuiſſet parallelogrammis, quæ eſſent tamen triangulorum communia. Locus hic habet elenchum animadverſione omnium, qui adhuc fuerunt, digniſſimum, elenchus ſpecialis doctrinæ pro generali infinitus antea deprehenſus eſt: hîc veró tot propoſitionibus continuatus cæteros omnes ſuperavit. Nec tamẽ Campanus hic ſatis vidit. Omnibus enim priſmatis non ſolum ſerratilibus & pentahedris convenit quód proponitur. Priſmatis ſiquidem ſecti plano planis oppoſitis parallelo, ſegmenta ſunt ut baſes, quia parallelogramma ſunt æquealta.

26 p 11 Specialis eſt de angulo ſolido plano, non generalis de ſolido. Nec enim Theonis demonſtratio angulum ſphæricum aut miſtum conſtituit, & tamen quod Theon hic inſtituit nihil eſt aliud, quam ſi partes partibus æquales ſint, totum toti æquale eſſe. Et hæc bella anguli æquatio continetur æqualium angulorum axiomate, neque ſtereometrici ſalis ulla præterea mica eſt. Ita duæ propoſitiones de angulo plano ſolidoque ex uno æqualium angulorum axiomate fabricas diſputabiles & demonſtrabiles nobis invenerunt.

27 p 11 ἐνεργίαν ſuperiori conſimilem habet, fabrica tamen poteſt omnibus priſmatis, imó figuris omnibus convenire, non ſolis parallelepipedis: neque prorſus aliud hoc problemate traditur, quam continetur definitione figurarum ſimilium & ſimiliter ſitarum ad 18 p 6, neq; hic quicquam eſt diſputatione dignum aut demonſtratione. Ita duæ propoſitiones 18 p 6 & 27 p 11 é definitione ſimilium & ſimiliter ſitarum figurarum factæ ſunt, quæ tamen novi præcepti nihil requirerent.

28 p 11 Ducitur é definitione parallelogrammi ad 34 p 1. unde admonemur aliquid eſſe commune planorum & ſolidorum, id eſt figuræ parallelogrammę proprium, imò eſſe omnino in omni magnitudine biſectionem aliquam, ſeu punctum, ſeu lineam, ſeu ſuperficiem, quæ magnitudo bifariam ſecatur, id in figura plana diameter & diagonius, ſi eſt per angulos oppoſitos, dicitur, in ſolida nomine caret. Itaque nomine generali eſſet opus ad hanc generalem affectionem declarandum. Itaque propoſitio iſta materiam principii ac definitionis habet.

Quatuor proximæ propoſitiones 29. 30. 31. 32. præter elenchum propoſitum, parallelepipedo attribuunt, quod eſt priſmatis commune, valdé præpoſtero ordine poſitæ ſunt. Nam 32 eſt maximé omnium generalis, & cæteras antecedentes ſpeciales complexa, tum 31 ſimili ratione complectitur 29 & 30. Omninoque ſi 32 præceſſiſſet, conſequerentur tres reliquæ, item ſi præceſſiſſet 31, conclude-

rentur ex ea duæ 29 & 30. In 29 & 30 rectas inſiſtentes eſſe & non eſſe in iiſdem rectis, eſt ſuperiorum planorum duo quælibet latera in unam rectam continuari aut non continuari, vel ſolida ipſa ſub eandem rectam vel non eandem conſtitui. Sed multó præſtantius eſt illud, atque nobilius, quod diſputatum eſt á nobis primo libro, una propoſitione tam multas propoſitiones comprehenſas eſſe. figuræ primæ inter ſe ſunt ut baſes, longéq; præſtantiſſima & nobiliſſima demonſtratio una illa é geminis cauſſis plané perfectéque ſatisfaciet, quarum altera per altitudinem data ſolum diſcrimen ſupereſt ex altera, id eſt é baſi.

33 p 11 Derivata eſt propoſitio hæc é 19 & 20 p 6. At & illæ & iſta in unam propoſitionem generalem geometria longé nobiliore & luculentiore includuntur, quod fecimus 15 e 4: cauſſaque tam generalis eſt illa e compoſitione rationum tradita ad 5 d 6. Ex hac veró propoſitione & ejus cõſectario deducitur via duplicandi cubi, de quo ad 4 e 24. Sed enim Campanus iſto loco vehementiús Euclidem aggreditur, quæ propoſita ſunt ab Euclide 25.28.29.30.31.32.33 p 11 ſpecialiter de parallelepipedis, ea priſmatis & ſerratilibus convenire, magnúmq; Euclidis errorem & multiplicem convincit, attribuentis ſolis parallelepipedis quæ priſmatis aliis natura prioribus conveniant. At Campanus ipſe licet caput altius extulerit, quam Euclides, ſummum tamen non attigit. Nec enim (ut dixi) theoria tot propoſitionum cõvenit ſolis priſmatis pentahedris, quæ Campanus ſola putat, & Euclidis parallelepipedis, ſed omnibus omnino corporibus planis, quorum duo plana oppoſita ſunt æqualia & ſimilia & parallela, reliqua autem latera parallelogramma: imo convenit omnibus euclideis corporibus: primis primum, deinde æquemultiplicibus primorum. Itaque Campani error hic aliquis, ſed Euclidis multó eſt gravior, & tamen Euclides etiam videtur Campano & erroris iſtius cauſſam attuliſſe, qui priſma non aliud quám pentahedrum dicere videatur.

34 p 11 Demonſtrationem habet ſimillimam demonſtrationi viceſimæ tertiæ. Partitio duplex eſt de perpendicularibus inſiſtentibus vel non perpendicularibus, tum in primo genere de baſibus æqualibus, vel inæqualibus totidem que converſæ ſunt, ita demonſtrationes fiunt ſex pro unica, imó veró pro nulla. Deducta enim propoſitio eſt é primarum figurarum proprietate, ubi cauſſæ efficientes illæ ſolæ ſunt baſis & altitudo, & generalem propoſitionem faciẽdam eſſe é 14.15 p 6, é 34 p 11. demonſtratio in his prorſus eadem manifeſté demonſtrat, nempe primarum figurarum æqualium baſes & altitudines eſſe reciprocas.

35 p 11 Fabricam & demonſtrationem admirabilem continet: Adhibentur enim ſex & quadraginta ſyllogiſmi, quód unico angulorum æqualium axiomate tranſigi potuit, æqualis neque ſublimibus & perpendiculis ad docendum crurum æqualium baſes æquales eſſe. Itaq; & conſectario Theonis concluditur, ſi tales anguli ſunt æquales, etiam perpendiculares ipſas æquales eſſe, & tamen theſis de duobus planis deque binis æqualibus angulis æqualitatem angulorum continebat. Quapropter (ut ſæpe antea) ſic iſto loco ſubiit admirari otioſos & literatos homines otio & literis tam intemperanter abuſos eſſe. Nihil igitur hujus neq; propoſitionis neq; demonſtrationis in geometria retinemus.

36 p

36 p 11 Proponit generaliter de omni parallelepipedo æquiangulo, quod poterat ſimiliter de quovis parallelogrammo æquiangulo 16 & 17 p 6, unde hæc derivantur, proponere. Hic tamen nihil proponitur analogum 16 p 6.

37 p 11 Reſpondet 22 p 6, & magnum fuit indicium e duabus ſpecialibus unam generalem fieri poſſe, cum demonſtratio per ſoritem graduum quatuor duabus una conveniat. Neque veró parallelepipedis tantum ſolidis convenit, ſed omnibus primis figuris & earum æquemultiplicibus. Itaque ex hac propoſitione & illa unum generale conſectarium in geometria fecimus.

38 p 11 Non eſt in Campano, neque in geometria eſſe debuit. Eſt enim converſa quædam 4 d 11, & Ptolemæi adverſus Euclidem logica hæc noſtra eſt. Converſio tamen non recté facta eſt: antecedens enim & converſa ſunt. Si recta in altero interſectorum planorum perpendicularis communi ſectioni eſt perpendicularis ſubjecto plano, plana ipſa ſunt perpendicularia: & ſi interſecta plana ſunt perpendicularia recta in altero perpendicularis communi ſectioni eſt perpendicularis reliquo, ſic (inquã) eſſet legitima converſio. At Euclides convertit præpoſteré. Si plana ſint perpendicularia, recta in altero perpendicularis reliquo, cadet in communem ſectionem, & probat per impoſſibile duorum rectorum in triangulo.

39 p 11 Poteſt eſſe omnis priſmatis, ut 25 & 28, dummodo diagonius generaliter in omni figura intelligatur, id nempe quo biſecatur figura: talis enim eſt in omni figura biſecta: & ſic ad 28 p 11 monuimus. Atq; hoc quidquid eſt, demonſtrabile omnino non fuit, nam forte demonſtrabile videtur ejuſdem figuræ parallelogrammæ diametros inter ſe biſecari: nihil enim aliud iſta propoſitio loquitur: adhibetur autem ad 17 p 13.

40 p 11 Præponi debuit 33 p 11, quia de æqualitate præcipit. Nec tamen ſatis accurate proponit: Debuit enim addere priſmata pentahedra, his enim ſolis id poteſt convenire. Quomodo autem loquitur, falſa eſt, ut ſi ſumas priſmata parallelepipeda hexahedra ejuſdem & baſis & altitudinis, erunt æqualia per 32 p 11. At ſi alternis dimidium cum altero integro compares, erunt æquealta, alteriuſque baſis triangula, alterius parallelogramma dupla trianguli, neque tamen erunt æqualia. Quare falſa hæc eſt propoſitio niſi ſpecialiter intelligatur, ut in hoc libro & definitiones & propoſitiones antea tam multæ, quæ generi tribuunt, quod eſt ſpeciale, aut contra ſpeciei quod eſt generale. Adhuc igitur ſtereometria fuit unius & viginti propoſitionum, é quibus tamen tres 22. 35. 38 fuerunt de planis, non de ſolidis. Itaque octodecim tantúm erunt de ſolidis, de angulo ſolido quatuor 20. 21. 23. 26. quatuordecim reliquæ de priſmate parallelepipedo, quarum tamen duodecim 25. 27. 28. 29. 30. 31. 32. 33. 34. 36. 37. 39. ſunt communes omnium priſmatum, ut priſma definitum eſt ab Euclide: 24 definit parallelepipedam ſpeciem nempe priſmatis, cui tamen ſpecialiter nihil eſſet attribuendum. Contra 40 tribuit generi priſmatum, quód de unica ſpecie tantúm poſſit eſſe verum. Sed in toto libro undecimo multó magis eſt illud admirandum e propoſitionibus quadraginta nullam omnino propoſitionem eſſe, quæ demonſtrationem meruerit, ſed omnes unica vel definitione, vel propoſitione, unde ſequeren-

tur) contentas eſſe. Atque omnino é propoſitionibus quadraginta cum ſecreveris octo de lineis & planis ſolidis 4.5.10.15.16.17.18.19, ſeptem de ſolidis 20.21 23.24.25.36.40. reliquæ omnes vigintiquinque vel communes vel propriæ geometrici generis reperientur, nil ad ſtereometriam proprié attinebunt. Atque iſta eſt inopia quàm initio propoſui, quæque major etiam poſtea reperietur.

LIBRI VIGESIMI SEPTIMI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. XXVIII. IN DUODECIMUM *elementorum.*

Duodecimus liber habet propoſitiones 18. é quibus tres ſunt de planis 1.2.16. reliquæ de ſolidis, quatuor de pyramide 5.6.8.9. tres de pyramidis & priſmatis ratione 3.4.7. de ſphæra duæ 17.18. de cylindro unica eſt 13. de cono & cylindro quinque 10.11.12.14.15. Sed quindecim de ſolidis propoſitionum, decem ſunt communes 5.6.8.9.11.12.13.14.15.18. é quinque reliquis duæ 7 & 10. ſolidam utilitatem habent, tres reliquæ 3.4.17. demonſtrationum cauſſa videantur eſſe factæ. Prima igitur, ſecũda & decima ſexta propoſitiones ad Geometriam pertinent, non ad Stereometriam.

1 p 12 Elenchum habet in multis antea propoſitionibus deprehenſum, ſpeciei nempe pro genere. Proponit enim de multangulis, quod omnium rectilineorum commune eſt: imó veró quod omnium omninó figurarum commune videatur, ut amplius differetur 17 p 12. demonſtratio non obſcura eſt, cauſſam tamen aliam nullam habet, ſed propoſitio ipſa ſuæ veritatis cauſſam continet é diametro & ſimilitudine figurarum.

2 p 12 Specialis eſt tertia poſt 19. & 20 p 6. ad figuras ſimiles 15 e 4, diametri enim ſunt pro lateribus homologis, quod 18 p 12. manifeſtius efficiet. Itaque materies iſta tam poſtulandi principii fuit, quam 1 de 3: quæ valdé huic homogenea eſt: materies non fuit, demonſtrabilis propoſitionis: demonſtratio tamen obſcuriſſima eſt omnium quæ adhuc fuerunt, & multis de cauſſis animadvertenda. Labyrinthum hic creticum quempiam ſtereometrico artificio affectatũ credas. uno hoc in libro iteratus eſt ſexies error iſte inexplicabilis. Eo igitur diligentius tanquam filo Ariadnes retexendus eſt, ut ambages in uno ſemel explicatæ, nullum in cæteris negotium faceſſant. Ergo attendatur. Impoſſibile per partes inducitur, ſed inductione valde inſolenti. Tria enim ſibi ſumit Euclides ad impoſſibile cogendum obſcuriora & magis improbabilia quæſtione ad quam probandum adhibentur.

bentur. Primó. Si non ſit ut quadratum ad quadratum, ita circulus ad circulum, erit igitur (ait geometres) ita circulus ad aliquod aliud ſpatium χωρίον id nominat, neque cujus figuræ ſit explicat, ſpatium confuſe dicit. At propoſitio adhuc nulla fuit, quæ circulũ cum quovis ſpatio rationalem eſſe demonſtraret, quin omnium (quæ in rebus geometricis adhuc verſatæ ſunt) difficillima quæſtio eſt, utrum circulus ad quadratum & quamnam rationem habeat: ut tamen inde certum ſit, circuli ad quadratum rationem non eſſe impoſſibilem, quamvis adhuc nemini poſſibilis, nemini nota fuerit, quæ etiam Ariſtotelis judicio poſſibilis eſt. Hoc igitur primum eſt in iſta demonſtratione. Secundó. Si circulus eſſet rationalis ad quodlibet ſpatium, tamen nulla propoſitio fuit, quæ doceret tribus ſpatiis datis invenire quartum proportionale: nam 11.12.13 p 6. de linea recta proportionali tertia, quarta, media invenienda præcipitur: nulla autem de ſuperficiei vel tertiæ, vel quartæ, vel mediæ, vel etiam talis corporis inventione geometria fuit. Itaque ſumere potuit Euclides datis tribus rectis quartam, datis autem tribus ſpatiis non poteſt proponere proportionale quartum. Cúm veró ſpatium informe & infiguratum ita ſumptum ſit proportionale, neque minus neque majus eſſe ſecundo circulo, ad prius illud aſſumitur aliud rectilineum inſcribi poſſe dato circulo majus quavis data ſuperficie minore, quam ſit datus circulus, quod antea nuſquam demonſtratum eſt, ſed utcumque colligitur é 1 p 10. præterea aſſumit inſcriptum majus eſſe dimidio circuli, quod etiam probat. Verumtamen ſi hic mireris, cúm duo inæqualia ita propinqua ſint, ut inter ipſa nullum ſit medium, ut inter numeros 1 & 2 inter 2 & 3. ſic in magnitudinibus duabus, quomodo ad 16 p 3 dicitur angulum ſemicirculi majorem eſſe quovis dato angulo acuto rectilineo, ut jam inter rectum rectilineum differentia interjecta nulla cogitari poſſit: quid (inquies) fiet huic ſumpto, quod inter duas qualvis magnitudines inæquales, tertiam tamen poſtulat minorem majore, majorem minore? Etenim ſi inter duas datas magnitudines intermedia non dico cogitari poſſit, ſed reipſa ac naturæ veritate poſſit inveniri, poterit rurſus quarta inter ſecundam & tertiam, quinta inter tertiam & quartam, & ſic in infinitum. Itaque ſi quantulamcunque differentiam jam inde ab initio propoſuero, tamẽ infinitis ſectionibus ſectilem facies, & quod vix initio ſemel ſecturus ſis, tamen perpetuó atque infinité ſecturum te profiteris. Admiratio tamen iſta ad 10 p 1 ſublata eſt. Archimedes tale quiddam ſumpſit ad 5. th. 1. de ſphæra. Sed tamen rectilineum iſtud majus dato ſpatio inſcriptum ſit ſecundo circulo, ſequitur deinde ut ſimile inſcribatur primo, de quo tamen nominatim antea propoſitio nulla fuit, videtur autem aſſumi é 18 p 6. Hoc eſt notabile tertium. Ergo jam percipimus quam perſpicuis & illuſtribus rebus demonſtrator theorema ſit addicturus. Reliqua ſpectentur. His poſitis ſyllogiſmus ita concluditur. Ut primum quadratum eſt ad ſecundum, ita circulus primus eſt ad ſpatium: ut autem rectilineum primum eſt ad ſecundum, ſic quadratum primum ad ſecundum: Itaque ut rectilineum ad rectilineum, ſic circulus ad ſpatium. At alterne primum rectilineum minus eſt primo circulo. Ergo ſecundum minus eſt ſpatio, quo tamen majus eſſe ponebatur. Hoc impoſſibile eſt, idemque fuerit ſi incipies a ſecundo

circulo, ut concludi omnino poſſit, ut eſt de quadratis alterum ad reliquum, ſic circulum é duobus alterum ad ſpatium eſſe non poſſe, quod ſit minus reliquo circulo. Atque id argumentum eſt ſecundi impoſſibilis futuri. Dicat igitur adverſarius depulſus majoris aſſertione ſpatium illud eſſe minus ſecundo circulo, tumque rejectis rectilineis inſcriptis ſyllogiſmus ita procedet inverſo modo per 13 d 5. ut ſpatium ad primum circulum, ita ſecundum quadratum ad primum, & ut quadratum ſecundum ad primum, ita ſecundus circulus, ſi non ad primum circulum, ſaltem ad aliud ſpatium. Itaque ut primum ſpatium ad primum circulum, ſic ſecundus circulus ad ſecundum ſpatium. At alterné primum ſpatium majus eſt ſecundo circulo. Ergo primus circulus major eſt ſecundo ſpatio. Quapropter erit ut é quadratis unum ad reliquum, ſic e circulis ſecundus ad ſpatium minus reliquo circulo, contra quam primo impoſſibili erat concluſum. Hæc Euclidis vel Theonis eſt demonſtratio ad 2 p 12. Hi ſunt anfractus, hæ ſunt ambages, hic denique labyrinthus. Veruntamen ut artificum licet excellentium, tamen artificium vanum & inane intelligatur demonſtratione hac tot modis, vel ſuſpecta vel obſcura, nihil omnino opus eſt. Materies enim eſt principii uti dixi, & (ſicut antea ſæpe factum eſt) converſa in propoſitionem demonſtrabilem, quod non ſolum é generali illa cauſſa ad 19 & 20 p 6, ſicuti propoſuimus initio propoſitionis, ſed prope oculis aſpicitur. Etenim circuli ſunt æquales, quorum diametri ſunt æquales, materies definitionis fuit Euclidi ad 1 d 3: ſimiles circuli definiti nõ ſunt, ſectiones contra ſimiles definiuntur 10 d 3. quæ capiunt angulos æquales, & 23. 24 p 3. dictum eſt ſimiles ſectiones eſſe æquales in æqualibus baſibus. Itaque cum circuli omnes omnibus ſint ſimiles, ut quadrata quadratis, nec ideo ſpeciali definitione ſit opus, attamen proprietas quædam proportionis é rationis æqualitate deduci poteſt, ut deducitur in triangulis, in angulis, & in centro peripheriave ad 1. & 33 p 6. triangula æquealta in baſib. æqualibus ſunt æqualia, & contra, fuit 37. 38. 39. 40 p 1. Hinc animadverſum eſt 1 p 6. triangula æquealta eſſe ut baſes. Item. Si anguli in centro peripheriave circulorum æqualiũ ſunt æquales, inſiſtunt in peripheriis æqualibus, & contra fuit 26 & 27 p 3. Hinc animadverſum eſt 33 p 6. angulos in centro peripheriave circulorum æqualium eſſe, ut ſunt peripheriæ in quibus inſiſtunt. Sic cum patuerit non propoſitione quidem, ſed definitione circulos æquales eſſe, quorum diametri ſunt æquales, facilé fuit animadvertere circulos itẽ æquales eſſe, quorum á diametris, quadrata eſſent æqualia, unde ſicut antea deduceretur circulos eſſe ut á diametris quadrata, quia ſi quadrata eſſent æqualia, æquales eſſe, ſi inæqualia, tanto circulos inæquales eſſe. Quamobrem cauſſa & generalis omnium figurarum communis & circulorum ipſorum propria convincit propoſitionem hanc poſtulandam tunc, & digito ſi quid opus eſſet, atq; exemplo demonſtrandam, non tot ſyllogiſmis obſcurandam. Hæc logica mathematicis artibus imprimis periculoſa & detrimentoſa fuit. Itaq; evitabitur a nobis in poſterum, ubicumq; ſimilis reperietur, neq; labyrinthum pro regia via proponemus. Utitur Euclides vel Theon principio in hac demonſtratione, & poſtea utetur. Contentum minus eſſe continente, quod Archimedes primo de ſphæra demonſtrare voluit, ſed ſpecialiter e polygono

& cir-

& circulo, melius igitur id Euclides poſtulavit. Duæ ſequentes propoſitiones miſtam materiam habent de pyramide & priſmate.

3 p 12 Quinque partes habet, prima & ſecunda de æqualitate & ſimilitudine particularium pyramidum tranſiguntur eodem argumento: triangula enim æquilatera ſunt etiam æquiangula, ideoque ſimilia, & tertia pars ex eadem triangulorum ſimilitudine ducitur, quarta per 40 p 11. facilis eſt, quinta facillima omnium. Priſmata autem in hanc comparationem incluſit, quia ſex pyramides, quibus priſmata continentur, non ſunt omnes ſimiles toti & inter ſe. Sunt illæ quidem omnes æquales, ut é 7 p 12 patebit. At ſimiles non ſunt omnes neque inter ſe, neque toti: quaternæ enim ſimiles ſunt, ideoque facta eſt illa ſectio. Fuerat veró elegantius ſecare pyramidem tetrahedram in octo pyramides tetrahedras æquales, quaternas ſimiles: quatuor autem angulares ſimiles etiã toti. Sed hoc totum & propoſitionis & demonſtrationis artificium quid utilitatis ad ſtereometricũ uſum habiturum ſit, conſiderato. Ex hac propoſitione deduces. Si trianguli æquilateri crura biſecta connectantur, quatuor æquilatera triangula conſtitui: quod ad 2 p 6 demonſtravimus.

4 p 12 hyſterologiam habet. Eſt enim conſectarium quintæ & ſextæ ſequentium, vel potius conſectarium eſt é proprietate primarum figurarum. Pyramides enim [illegible] æquealtæ ſunt ut baſes, item priſmata æquealta ut baſes, ſed baſes priſmatum pentahedrorum ſunt ſimiles baſibus pyramidum, quia æquiangulę, & priſmata ipſa pentahedra ut ſuæ baſes, totaque parallelepipeda, ut pentahedra dimidia. Quare comparatio pyramidum & priſmatum ſingularium ex illa generali cauſſa peti debuit. Sed tamen quarta propoſitio demonſtrationem Euclidi vel Theoni nacta eſt, ut inde quinta & ſexta demonſtrarentur. At minimé principio tali indigebant. Atq; artificii hujus, ut ſuperioris uſum multó libentiús requirerem.

5 & 6 p 12 Ita ſpeciales ſunt ad primas figuras, ut undecimo libro fuerunt 29. 30. 31. ad 32. Sed hic tamen nulla generalis facta eſt ab Euclide, ut illic. Campanus autem generalem fecit. Si pyramides ſunt æquealtæ, ſunt ut baſes: unam veró generalem propoſitionem faciendam eſſe ex altitudine tam multæ propoſitiones admonere Euclidem potuiſſent, ſi quid unquam de logica cogitaſſet. Demonſtratio veró quintæ propoſitionis ſimillima eſt demonſtrationi ſecundæ, & ſecundus labyrinthus pro via regia proponitur: Ariadnes filum exhibuimus, neque repetimus, præſtabat igitur hic principium facere, quám ſine ulla cauſſa tam obſcure demonſtrare. Itaque talis demonſtrationis gratia nequaquam quarta proponenda fuerat.

6 p 12 Demonſtrationem habet affirmatam, ſed involucris propoſitionum variarum ſæpius iteratarum perobſcuram. Hic tamen labyrinthum non appello, tota que res poterat ſolis 3 p 12 & 18 p 5 demonſtrari: imó veró ut dixi poterat & debebat unum generale principium fieri, quo libri hujus quarta, quinta, ſexta, cum cæteris primis continerentur.

7 p 12 Certæ utilitatis eſt ad pyramidum menſuram, & diſerté proponit priſma triangulæ baſis, non ſolúm quod priſma genus ſit omnium ſolidorum plano-

rum, quorum duo plana oppoſita ſunt æqualia ſimilia parallela, reliqua parallelogramma, ut conſtat é 13 d 11. ſed quia pyramides tres, in quas priſma quodlibet dividi poſſit, non perinde demonſtrari queant. Itaque in generali corollario etiam illud diſerté eſt propoſitum. Omnis pyramis eſt tertia pars priſmatis æqualem baſim & altitudinem habentis: quod exemplo diſſecti priſmatis & digito melius, quam ullo argumento demonſtratur, ubi videas in priſmate pentahedro tres pyramides æquales, duas extremas ſimiles, tertiam valdé tota figuræ ſpecie diſſimilem: in cubo ſimiliter. At in parallelepipedo oblongo, in rhombo, rhomboide diſſimilitudo major apparebit. Itaque non collegit Euclides omne priſma dividi in tres pyramides æquales, ſed omnem pyramidem eſſe tertiam partem priſmatis, & velut ambiguum reliquit, utrum ſeſquialterum reliquum duas pyramides perſpicuis partibus æquaret. Diſſectio inquam id totum oculis ſubjiciet, & diſſectio quam Euclides ſibi permiſit: neque demonſtrat diſſectionis facultatem aut modum, ſed aſſumit ſegmenta, eaque demonſtrat æqualia & ſimilia in 3 & 4 p 12, æqualia tantúm in 7 p 12. Quód etiam oculis & antea & poſtea é comparatione planorum comprehendentium perſpicuum diſſectio fecerit.

8 p 12 Specialis eſt, ſed corollarium habet generale. At ex generali ſpeciale contra fuerat concludendum: elenchus igitur eſt ſpeciei pro genere. Et tamen generalis etiam propoſitio de ſimilibus pyramidibus ſpecialis erit ad propoſitionem de figuris ſimilibus: & conſectarium protinus illinc aſſumendum. Quare & propoſitio & propoſitionis demonſtratio vacabit, ut jam 5 & 6 vacarunt.

9 p 12 Similem elenchum habet de pyramidibus triangulis, quum tamen res ſit omnium pyramidum communis. Imò ut antea conſectarium é genere illo altiore, primarum æqualium baſes & altitudines eſſe reciprocas. Itaque ut 34 p 11. ſic 9 p 12 vacabit, & propoſitionis item demonſtratio vacabit neque præcipuum quicquam ſtereometriæ hic eſt, commune totum eſt planorum & ſolidorum.

10 p 12 Solidæ item utilitatis eſt, ut 7 p 12, ad dimenſionem quippe conorum é cylindris: Sed demonſtratio ipſius involvitur labyrintho, tertium é 2 & 5 p 12 repetito, attamen cauſſam habet é 7 p 12, & ejus conſectario, quod priſma ſit triplum pyramidis eandem & baſim & altitudinem habentis. Nam cylindrus refert priſma, & conus pyramidem, imó vero latera cylindri ſunt latera priſmatis, & baſes cylindri intra eadem latera complectitur baſim priſmatis, & polyhedrum priſma poſſis intra eadem latera facere, ut cylindrus videatur é priſmate fieri, ſic latera coni pyramidiſque communia ſunt, neq; hic plana & baſes pyramidis admodum polygonæ & polyhedræ valdé differant: denique intra eoſdem terminos cylindri & coni, priſmatis & pyramidibus ſunt proportionales: quod tam juſte poſtulabitur quam poſtulat Euclides conos & cylindros eſſe ſimiles, quorum diametri ſunt proportionales diametris baſium. Itaq; ſi priſma pyramidis eſt triplum, & cylindrus coni triplus erit. Hæc cauſſa fuit ad illam demonſtrationem proferenda. Quare repetere huc labyrinthos 2 & 5 p 12. ut Euclides & Theon fecère, eſt impenſa ſophiſticæ nimium gravis & importunæ ſtereometriam onerare.

11.12.14.15 p 12 Confuſé de cylindris & conis præcipiunt. Itaq; pro quatuor propoſitionibus, ſi tamen neceſſariæ fuiſſent, octo faciendæ erant, ſed neque quatuor neq; octo, imó nulla prorſus requirebatur.

11 p 12 Eſt ſpecialis ad illam inclytam matrem. Primæ figuræ æquealtæ ſunt ut baſes. Quare conſectarium eſt hæc ſpecialis, ideoque vacat labyrinthus é demonſtratione 2.5.10 p 12. ad hanc propoſitionem revocatus quarto loco.

12 p 12 Specialis eſt ad ſimiles primas, & labyrintho demonſtrationis ſimillimo. Itaque demonſtrationes 11. & 12 p 12 demonſtrationibus ſecundæ, quintæ, decimæ ſimillimæ ſunt demonſtrandi genere, & labyrinthos germaniſſimos involvunt.

13 & 14 p 12 Invertunt illud é primis: quód altitudines comparant ex baſibus; cúm antea contrá ex altitudinibus baſes ſint comparatæ. Sunt igitur ex eadem tautologia viceſima & viceſima prima propoſitiones factæ. Nam antea novemdecim præceſſerant, quo licebat pro novemdecim antecedentibus totidem effingere, & triginta octo facere propoſitiones pro una.

13 p 12 Demonſtratur nugatorio illo demonſtrationis modo, quo 25 p 11 demonſtrata eſt. At conſectarium eſt é primis æquealtis.

14 p 12 Converſa quædam eſt 11 p 12. coni & cylindri æquealti ſunt ut baſes dixit 11 p 12. & nunc coni & cylindri baſium æqualium ſunt ut altitudines. Itaque Campanus hanc propoſitionem non repetivit.

15 p 12 Reſpondet nonæ hujus, & elenchum ſuperioris habet, eſtque de genere tautologiæ hujus ſexta: nempe poſt 14 & 15 p 6. poſt 33 p 11. poſt 8. & 12 p 12.

16 p 12 Sententiam problematis hanc habet.

Si perpendicularis inſcripta majori duorum concentricorum circulorum, tetigerit minorem in communi diametro, totieſque dimidium tollatur é dimidio peripheriæ majoris dum relinquatur minus comprehenſo á perpendiculari & diametro, ſubtenſa huic minori erit latus multanguli æquilateri & pariter parilateri majori circulo ſic inſcribendi ut minorem non tangat. Hæc ſententia problematis eſt geometrici non ſtereometrici. Itaque & antea in geometria eſſe debuit, ſi tamen eſſe debuit: ut pleræque propoſitiones aliæ. neque propoſitio iſta ſi verbis problema eſſet expreſſum, quicquam demonſtrabile haberet, demonſtrationem ſuam complecteretur: videtur autem adhibita tantúm ad labyrinthum 18 p 12. Et enim hæc decima ſexta ad decimam ſeptimam proximam attinet, ut duabus his obſecundantibus columnis exædificetur demonſtratio decimæ octavæ, ſed artificioli quis præterea erit uſus?

17 p 12 Præcipué ducitur é proxima. Sententiaque problematis eſt. Si multangula æquilatera & pariter parilatera inſcribantur maximis circulis ſphæræ continentis concentricam ſphæram, primum quod contentam non tangat, reliqua tranſeuntibus per angulos inſcripti, latera inſcriptorum omnium parallelis connexa inſcribent polyhedrum continenti ſphæræ: quod contentam concentricam non tangat. Hæc ſententia problematis eſt ſtereometrici. Polyhedrum enim in ſolidis

PPp

dicitur ut polygonum in planis, id veró quoniam fit exemplo polygoni æquilateri & pariter parilateri, neceſſe eſt, ut minimum tot hedrarũ ſit, quantus erit numerus planus ex angulis polygoni archetypi per dimidium multiplicatis, ut ſi polygonum fuerit angulorum 8, polyhedrum erit baſium 32. ſi fuerit angulorum 16, polyhedrum erit baſium 128. ſi fuerit angulorum 32, polyhedrum erit baſium 512. & ſic deinceps. Nam tot ſunt interualla polyhedri inſcripti inter polos ſphæræ circumſcriptæ, quot ſunt latera polygoni, at in unoquoque intervallo, tot ſunt baſes, quot ſunt latera in dimidio polygoni. Quare numerum baſium dabit planus ex angulis polygoni per ipſius dimidium factus. Demonſtratio igitur iſta elegans & valdé logica eſt ex argumento partium & cauſſarum totum conſtituentium concludere de ipſo toto, ut ſi polygonum fuerit laterum 8, polyhedrum erit baſium 32, & é triceſima ſecunda parte de toto concludetur. At Theonis demonſtratio quód quadrilatera id eſt baſes polyhedri ſunt in uno plano, & quód inſcriptum polyhedrum non tangat, valdé eſt inepta. Nam fabrica diſertis verbis expreſſa demonſtrationem ſuam totam complectitur, ut ſuperior proxima complexa eſt. Atque iſta nimirum altera cauſſa fuit problematis à theoremate ſeparandi. Aſſumit autem Theon interea é 14 d 11 & 15 p 3. Si ſphæra ſecatur plano, communem ſectionem eſſe circulum, & maximum circulum eſſe, qui tranſit per centrum ſphæræ, ut ſphærica é circulis majoribus & minoribus doctrina tum quædam fuiſſe videatur, licet ab Euclide in elementis nequaquam tradita, & doctrina tamen ſimplex & ſuo ſenſu contenta, ut Theodoſii demonſtrationes nihil requireret. Ex eadem propoſitione decima ſeptima deducitur corollarium, quod polyhedra ſimilia ſphæris inſcripta ſunt in triplicata ratione diametrorum ſphæricarum. Vtrum veró corollarium hoc generaliter etiam verum eſt? Solida ſimilia ſphæris inſcripta ſunt in triplicata ratione diametrorum ſphæricarum. Nam de planis propoſitio præſens docet, de conis & cylindris utrum res conveniet propter proportionem cum pyramidibus & priſmatis? Nam coni ſimiles inter ſe habent rationem triplicatam, quam diametri baſium per 12 p 12. & pyramides inſcriptæ conis habent triplicatatam rationem laterum, & ſphæræ rationem habent, quam ſimiles pyramides inſcriptæ, idque tandem cylindris per conos conveniet, imó de figuris omnibus ſimilibus utrum verum eſt, figuræ ſimiles rotundis inſcriptæ habent inter ſe rationẽ diametrorum æquemultiplicatam dimenſionibus. Utrum inquam, res ita eſt, & ſic de propoſitionibus primariis tertia eſt hæc una? Hoc attendito & conſiderato. Atque inde etiam aliud conſequetur. Sphæræ inter ſe ſunt in ratione polyhedrorum ſimilium ipſis inſcriptorum. Hæc autem propoſitio de polyhedris inordinatis tantúm eſt ut res ipſa manifeſté demõſtrat, é planis inæqualibus & inæquilateris, majora enim ſunt á polo remotiora, totaque polyhedri & inſcriptio & demonſtratio adhibita eſt, ut inde proximæ demonſtrationis labyrinthus procederet. At id minimé omnium requirebatur.

18 p 12 Elenchum habet ſpeciei pro genere, quem habuere 19 & 20 p 6. 33 p 11. item 8 & 12 p 12. Nam de corporibus omnibus ſimilibus non ſolum ſphæricis, ſed planis & miſtis res omnino vera eſt, imó de figuris omnibus ſimilibus,

ut

ut antea jam patuit. In ſphæris autem diametri ſunt pro lateribus homologis. Itaq; potuit etiam de circulis idem dici quod de rectilineis ſimilibus. Circuli inter ſe habent duplicatam rationem diametrorum, ut antea dixi, ad 2 p 12 ut pateat omnium figurarum ſimilium commune eſſe habere rationem homologorum laterum æquemultiplicatam dimenſionibus. Demonſtratio autem polyhedrum inſcriptum ita comparat ad ſphæram, ut antea ad conos & cylindros pyramides inſcriptæ & priſmata inſcripta comparantur, concluſioque per labyrinthum non majoris, non minoris, atque utriuſque partis incommoda procedit. Ita ſexto loco cretenſis labor inextricabilis iteratur, fuit enim labyrinthus iſte 2. 5. 10. 11. 12. & nunc 18 p 12 ita ſex demonſtrationes in ſtereometria prorſus admirabilem logicam habuere, ut valdé vehementerque addubitem, utrum poſt authorem harum demonſtrationum logico quiſquam & conſiderato judicio iſta perpenderit, labor cogitationum primarum ſine authoribus graviſſimus fuit: & videntur poſteri difficultate deterriti nihil melius exquiſiſſe, & certé experiendo facile adducor ut ignoſcam. Aliud tamen eſt veniam, aliud laudem mereri. Itaque eadem ſpe atque voluntate huc progreſſis minimé in extremo concidendum fuit, ſed ad finem uſque perſeverandum. Quare ex octodecim propoſitionibus duodecimi libri tres fuere de planis 1. 2. 16: de pyramide quatuor 5. 6. 8. 9: de priſmate & pyramide tres generis ſtereometrici propriæ 3. 4. 7. de ſphæra duæ 17 propria, 18. in genere comprehenſa, de cono & cylindro communiter quinque in generalibus comprehenſæ 11. 12. 13. 14. 15. unica 10 de cono & cylindro ſtereometrici generis propria: ita quod initio propoſueram ex 18 propoſitionibus hujus libri, quinque ſolæ ſunt ſtereometrici generis propriæ: é reliquis tredecim, tres ſunt de planis, aliæ decem ſunt inani tautologia ex generalibus factæ, & tamen ex illis quinque propriis 3. 4. 17. ludicra ſtereometriæ potius quám ſeria & commoda documenta videantur.

LIBRI VIGESIMI OCTAVI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. XXIX. IN DECIMUM TERTIUM *elementorum.*

DEcimus tertius liber magis ad geometriam planorum attinet, quám ad ſtereometriam ſolidorum. Nam de propoſitionibus octodecim primæ duodecim ſunt de planis, & quatuor primæ propoſitiones ſubtilius & curioſius á Theone demonſtrantur, cum tamen feré conſectaria ſint ex 11 p 2, ſicuti quinta nominatim á Theone

deducitur ex eadem. Theon hic adhibet præterea σύνθεσιν καὶ ἀνάλυσιν compoſitionem & reſolutionem quinque primarum, tanquam res aliquas novas. σύνθεσις eſt aſſumptio conceſſi per conſequentia ad quæſiti finem & comprehenſionem, ἀνάλυσις eſt aſſumptio quæſiti tanquam conceſſi per conſequentia ad verum conceſſum. Hæ ſunt definitiones Theonis, quibus cōſentanea ſunt illa, quæ Proclus primo libro elementorum protulit, mathematicas probationes eſſe à principiis vel ad principia, á principiis per ſe notis vel aliunde demonſtratis, ad principia eſſe reſolutiones & deductiones. Reſolutiones quæ ponendorum principiorum vim habent, quibus compoſitiones opponuntur, cum á principiis ad quæſitum ordine progredimur. Deductiones ad impoſſibile habent vim deſtruendi: ſimiliaque iis Pappus affert initio ſeptimi libri, velut ἀνάλυσις ſit ἀνάπαλιν λύσις, eaque duplex ζητητικὴ & ποριστική, quin libros τοῦ ἀναλυομένου narrat 32 á tribus authoribus Euclide, Apollonio, Ariſteo. Hæc (inquam) Procli & Pappi conſentiunt cum Theonis iſta doctrina, totumq; genus hujus retrogradæ (ut loquitur Campanus) doctrinæ cōmentitium eſt, & valdé nugatorium. Hic enim pro quinque demonſtrationibus factæ ſunt á Theone quindecim: Primó quinque propoſitiones demonſtrantur ſeparatim deinde duæ cujuſque demonſtrationes aliæ factæ ſunt, prima per reſolutionem, ſecunda per compoſitionem. Analyſis veró iſta & ſic a Theone definita rebus inveniendis utilis quidem eſt, eamque Plato veritatis inquirendæ viam in mathematicis inveniſſe dicitur. At in componendis & demonſtrandis rebus inventis contrariam geneſeos viam adhibendam eſſe Plato idem admonet: ἀνάλυσις (inquam) iſta eſt primæ obſervationis & experientiæ, artis & doctrinæ ordinādæ non eſt: aliter res ſingulares primo inveniuntur, deinde genera colliguntur: aliter docendæ poſteaquam inventæ ſunt, á generalibus nempe incipiendo, & deſcendendo ad ſpecies. Hæc enim via ſola præponit ea, quæ natura clariora ſunt, at contra cum agitur, neceſſe eſt natura obſcuriora præcedere, qua hyſterologia nullus eſt in docendo fœdior elenchus. Sed tamen analyſim hanc ad formandam artem & doctrinam neceſſariam non eſſe Euclides vel Theon magno nobis argumento eſt, qui in tot propoſitionibus aliis & antecedentibus antea, & poſtea in cōſequentibus nuſquam adhibuerit. Nec in ſolis mathematis ullus ἀναλύσεως uſus reperitur quàm in quadrato & cubo numero retexendo: cujus tamen analyſeos in elementis Euclidis nullum verbum eſt: Elenchus igitur hic etiam Euclidis teſtimonio cōvincitur: Elenchus (ut dixi) valdé fœdus & ſophiſticus, ſed unde interpretes Ariſtotelis, & Galenus in primis longé magis fœdum, magiſque literis omnibus exitioſum elenchum in ſcholas induxerunt, cum formam diſciplinæ & ordinem id eſt methodum duplicem ἀναλυτικὴν καὶ συνθετικὴν commenti ſunt. Nec enim mathematicus ἀναλυτικὴν illam methodum in tota vel Arithmeticæ vel Geometriæ diſciplina, totoque artis unius corpore quiſquam ſequutus eſt, ſed duntaxat in uno unius quæſtionis ſyllogiſmo, idque, ut docui, omnino ſophiſticé. At interpretes hi docent non ſyllogiſmum quæſtionis unius ſpecialis, ſed totius artis ordinem formamque analyſi conſtitui poſſe: cujus commenti exemplum nullum in mathematica, imó nullum in ulla generis cujuſquam diſciplina unquam viderunt. Sed hac de re actum eſt in diale-

dialectica ad caput de methodo. De ſingulis veró propoſitionibus aliquid ſeparatim dicendum eſt. Sectio rectæ per mediam & extremam rationem tres proprietates in elementis habet reciprocas.

1 & 2 p 13 Continent primam & ſimpliciſſimam, ubi quadratum unum quintuplum eſt unius, quæ materies eſt 1 & 3, in quibus etiam converſa vera eſt. Ex hac veró quintupli proprietate via patet ſecandæ rectæ proportionaliter á Remondo Poyneo Petragorio nobis propoſita.



Si data recta continuata dimidio ſit perpendicularis diametro ad idem dimidium hinc æqualis, illinc quintuple, ſecabitur á peripheria proportionaliter. Ut in figura.

Secunda proprietas ſequitur.

4 p 13 *Si recta ſecatur proportionaliter, tota & minus extremum poſſunt triplum majoris.* Converſa hic etiam vera eſt, ut antea. Si recta & rectæ ſegmentum poſſunt triplum reliqui, recta ipſa ſecatur proportionaliter, & majus ſegmentum eſt reliquum. Ergo in hac utraque proprietate, & quintupli & tripli quadratorum eſt inter ſe comparatio, unde Euclides tamen nullam rectæ proportionaliter ſecandæ viam docuit. Proprietas ultima eſt in comparatione quadrati cum oblongo.

5 p 13 Ex hac æqualitatis comparatione viam geometria reperit rectæ proportionaliter ſecandæ ad 11 p 2 & 30 p 6.

6 p 13 Proponit ſegmenta rectæ proportionaliter ſectæ eſſe irrationalia, neq; id tantúm, ſed ſpeciem addit ἀλογίας, nempe reſidua. At ut proponeretur generaliter irrationalia eſſe, certé ſpecialiter reſidua nihil attinebat, & exemplo cujuſcumque numeri ſatis erat de genere dicere. Nam quemcumque numerum toti ſectæ dederis, nullam unquam partem ipſius quotam ſegmentis attribues, idque tamen perinde poſtulari potuit in geometria & aſſumi, ſicuti poſtulatur á Theone ad 116 p 1 numerum quadratum numeri quadrati duplum nullum eſſe, & hic ſumitur ac poſtea ſumetur quadratum quintuplum ſub quintupli quadrati nullum eſſe, id (inquam) ſic declarari & abſque decimo libro percipi perinde potuit: imó veró cum geometriæ partes pleræq;, ſunt irrationales, quæ ſine illo dogmate præcipuo é definitione rationalis intelligatur, nihil neceſſe fuit doceri ſegmenta rectæ proportionaliter ſectæ eſſe irrationalia: una definitio rationalium ſatis ſuperque fuerat irrationalibus omnibus, neq; demonſtratione generis, ſed multó minus ſpeciei opus erat: ſed de his prædictum eſt in præfatione 10. lib. Hic veró nil aliud actum video, quám ut libri decimi aliquis videlicet uſus oſtenderetur.

7 p 13 Demonſtrationem difficilem non habet, cauſſam tamen ſuæ veritatis videtur ipſa continere, & ſecunda demonſtratio de angulis non deinceps communis eſt utrique parti, & facilior ſuperiore.

8 p 13 demonſtrationem perinde facilem habet, ac proxima. Demonſtratio autem demonſtrat de inſcripto quinquangulo, ex eaque deducitur fabrica pentagoni ordinati.

9 p 13 Converſio etiam vera eſt & demonſtratur à Campano: verum ſumi poteſt ut conſectarium é demonſtratione antecedentis.

10 p 13 Demonſtrationem eandem iterat, ut probet duo oblonga ſeparatim æqualia quadratis ſexanguli & decanguli.

11 p 13 Proponit diametrum circuli rationalem eſſe irrationalem ad latus inſcripti quinquanguli, & demonſtrat demonſtratione omnium quæ adhuc fuerunt, prolixiſſima & odioſiſſima, ſatisfactio ad elenchum erit eadem quæ fuit in præfatione decimi libri, quæ 6 p 13 & hic affectatio conſimilis fuit ad pompam libri decimi, cujus tam ingenti artificio opus eſſet ad rem nihili demonſtrandum.

12 p 13 Tam facilem demonſtrationem, quam difficilem habuit ſuperior proxima.

13. 14. 15. 16. 17 p 13 Sequentes quinque propoſitiones continent veteris theologiæ ſtereometriam opinione Pythagoreorum & Platonicorum admirabilem ad mundanorum corporum figuras conſtituendum: At in figuris elementorum conſtituendis Ariſtoteles phyloſophus Pythagora & Platone accuratior atque elegantior fuit, dum totam illam coſmopœiam per figuras ordinatorum corporum ab iſtis philoſophis conſtructam diruit. In ſingulis propoſitionibus Euclides complectitur ordinati corporis fabricam, inſcriptionem, rationem lateris ad axem circumſcriptæ ſphæræ: At ſeparatim hæc tria fuerunt explicanda. fabrica enim fuerat ſeparatim in ſingulis declaranda antequam de ſphæra diceretur, tandem expoſitis ſphæricis inſcriptio & comparatio laterum demonſtranda. Hæc enim tria temere permiſcentur, neque tamen fabrica Euclidis generalis eſt, ſed inſcriptioni accommodata. In geometria planorum Euclides λογικώτερος & accuratior fuit, docuit fabricam trianguli quadrati multanguli circuli, primo libro, quarto adſcriptionem docuit: Sic in ſtereometria ſeparare artes iſtas debuit. Pappus tertio libro inſcribit quinque eadem corpora per circulos parallelos: & fortaſſe poſſit alius aliter, ſed inutilis ſubtilitas non placet. Nos igitur fabricas cujuſque corporis ſuo loco in geometria tradidimus, tum ſphæricis expoſitis communem inſcriptionem & rationem laterum conjunximus. Hæc ſemel illic expoſita, huc repeti nihil neceſſe erit.

13 p 13 Habet inſcriptionem propriam tetrahedri: inſcriptio autem reliquorum quatuor corporum communis eſt. figuræ enim æquilateræ ſunt & æquiangulæ. Itaque per converſam 31 p 3. Si ſemicirculus diametri æqualis diametro datæ ſphæræ tranſeat per angulum unum qui neceſſario rectus eſt, nempe crurum ad terminos diametri connexorum, tranſibit eadem de cauſſa per reliquos, & unuſquiſque angulus inſcripti tanget peripheriam & inſcribetur. Itaque elenchus hic quadruplus eſt. Tertia pars de ratione diametri ſphæricæ ad latus tetrahedri adhibet propoſitionem geometricam, quæ præcedere in geometria debuerat, & ad omnes res (quibus ſervire poterat) accommodari, quam ideó fecimus 6 e 12.

14 p 13 Geometricam proportionem in tertia parte continet. Si baſis trianguli rectanguli biſecetur à perpendiculari ex angulo recto, poterit duplum proportionalis

tionalis inter ſectam & biſegmentum. ut patet ex 8 p 6. & 47 p 1. Campanus deducit é 14 p 13 octahedrum ſecari in duas pyramides æquealtas, quarum altitudo ſit radius ſphæræ, baſis autem quadratum ſubduplum ad quadratum axis, ſed præterea deducit é 13 & 14 p 13 baſim tetrahedri eſſe potentia ſeſquitertiam ad baſim octahedri eidem ſphæræ inſcripti. Nam triangula in quadratis eadem baſi habebunt rationem quadratorum: At quadratum lateris tetrahedri eſt ad quadratum lateris octahedri, ut 4 ad 3. Itaque & triangula baſis ad triangulam baſim talis erit. Contra docet ſuperficiem octahedri eſſe ſeſquilateram ad ſuperficiem tetrahedri. Nam cum ſuperficies tetrahedri conſtet é baſibus 4. quarum quælibet ſit ut 4, omnes erunt 16: contra cum ſuperficies octahedri cõſtet ex octo talibus baſibus. quarum quælibet ſit ut 3. Ergo omnes erunt ut 24: tota itaque ſuperficies octahedri ad ſuperficiem tetrahedri erit ut 24 ad 16, id eſt ſeſquialtera. Una præterea, Campani eſt indidem deducta propoſitio ejuſmodi:

Octahedrum ad octahedrum eidem ſphæra inſcriptum, ut quadratum axis ad rectangulum é recta potẽte ſeſquitertium ad tres quartas lateris tetrahedri, & é recta ſuper quintupartiente viceſimas ſeptimas earum quartarum. Indidem ab eodem deducitur. Perpendicularem á centro ſphæræ in baſim tetrahedri inſcripti æqualé eſſe ſextæ parti axis, quæ omnia geometram ingenii plenum demonſtrant, mallem demonſtrarent de artis uſu fructuque ſolicitum: talium enim inventionum ultima nunquam dabitur.

15 p 13 Prima pars ſeparatim tractatur & communiter de fabrica cubi pauló tolerabilius: neque hac in parte ambitio ſuperiorum demonſtrationum iteratur: attamen definitio cubi hanc etiam fabricam complectebatur: Neque omnino quadrata ſex ad quatuor angulos componi poſſunt, quin cubus efficiatur. Ergo hic etiam fabrica demonſtrationis eſt, non demonſtratio fabricæ. Tertia pars propoſitionem habet item geometricam ejuſmodi.

Si baſis trianguli rectanguli ſecetur dupla ratione á perpendiculari ex angulo recto, poterit triplum proportionalis inter ſectam & minus ſegmentum. Hoc autem corpus ordinatum ſingulare eſt in genere quadrangulorum. Hinc etiam Campanus deducit duplex quadratum diametri ſphæricæ æquale eſſe ſuperficiei cubi. Nam quadratum axis eſt triplum ad quadratum lateris cubici, id eſt ad unam baſim cubi. At in cubo ſunt ſex baſes. Itaque duplex erit æquale ſex baſibus. Indidem etiam deducitur é dimidio lateris cubici in beſſem quadrati axis fieri ſoliditatem. Quam ingenii elegantiam in propoſitionibus hiſce poſtremis Campanus præcipué demonſtravit, ſed oſtentatio iſta fructum artis exquirentibus valdé putida eſt. Fumi enim, ejuſmodi nil niſi geometricas utilitates impediunt.

16 p 13 ἀλογίαν lateris ad diagonium & ἀλογίας ſpeciem proponit, ſed hac de re antea jam ad 6 & 11 p 13 docui, ſpeciẽ ἀλογίας exquirere vanæ oſtentationis & otioſæ, totuſq; liber decimus ad iſtorum corporum myſteria compoſitus videatur.

17 p 13 Demonſtrationem Euclides prima parte triplicem facit, quód quinquangulum ſit in uno plano, quód æquilaterum, quód æquiangulum. At quód demonſtrat Euclides in uno plano eſſe quinquangulum, ſuperſtitioſá admo-

dum demonſtratio videatur, & tamen potuit etiam concluſio demonſtrationis negari: Neque enim ſi una recta ſit in quinquangulo, neceſſe protinus eſt omnes rectas eſſe, poteſt enim id accidere in quinquangulo cylindraceo & conico, tamen ſi planum unum eſt, quia recta in eo una eſt, cum rectæ fabrica permittatur regulæ, cur non & regulæ permittitur judicium de planicie? In hac tamen bella demonſtratione notabilis eſt 32 p 6, quæ nuſquam aliàs adhuc adhibita eſt. Tertia pars propoſitionis proponit lateris ἀλογίας & ἀλογίας ſpeciem: elenchi refutatio erit hic eadem quæ fuit ad 6.11.16 p 13.

18 p 13 Epilogus quidam eſt recollectus é 13.14.15.16.17 p 13: unde promptum eſt datum circumſcriptæ ſphæræ diametro invenire latera inſcriptorum corporum: In tribus primis repetitur idem prorſus, niſi quod tetrahedrum & cubus conjuguntur propter ſectionis ſimilitudinem, quia in utroque diameter ſecatur dupla ratione, & cubus etiam pyramidatum eſt natura prius octahedro: icoſahedri autem latus curioſé admodum & prolixé inveſtigatur, cum breviter poſſit vel Theonis argumento inveniri, ut in geometria docuimus. Scholium autem hic adhibitum nomine Theonis in græco exemplari eſt. At ejuſmodi antea ſcholia in ſexto & decimo authoris cujuſdam diverſi facta ſunt, quamvis plana ordinata innumerabilia poſſint eſſe: attamen demõſtratio hæc accuraté ſané & manifeſté colligit é generibus angulorum quinque tantum corpora ordinata inſtitui poſſe, unde tetrahedrum, octahedrum, icoſahedrum baſi triangula, cubus quadrangula, dodecahedrum, quinquangula componitur. Atq; ita geometria Pythagoræ theologiam quandam ex iis quinque corporibus ordinatis reperit. Itaque ſic in Timæo mundum Deus architectatur, ut igni tetrahedrum, terræ cubum, aeri octahedrum, aquæ icoſahedrum, univerſo dodecahedrum tribuat, omnia in eandem & æqualem ſphæram concludat, in quo tamen analogiam potius figurarum quàm veritatem & naturam cernas, ut figuræ illæ ſymbola ſint in elementis quietis & motus, reſpondeatque tetrahedrum ignis velocitati, cubus terræ immobilitati, octahedrum aeris liquori, icoſahedrum aquæ fluxui, dodecahedrum cœli capacitati. Alia etiã cauſſa eſt apud Alcinoum de 12 ſignis in Zodiaco diviſis in quina triangula: numeroq; trecenta ſexaginta, quot & Zodiaci ſunt gradus. Itaq; Ariſtoteles 8 cap. 3 de cœlo labefactavit genus hoc geometriæ phyſicæ, id eſt geometricis figuris incongruis elementa phyſica demonſtrantis. Neque verò Ariſtoteles geometricas figuras ad motum vel quietem rerum naturalium ineptas vel incongruas putavit: imò contrarium plané, ut in mathematico procemio docuimus, affirmavit: ſed judicavit corporibus illis tales figuras non congruere. Neq; ſi pythagoreũ ſomnium ab Ariſtotele merito deriſum eſt, idcirco ulla geometriæ vel dignitas vel utilitas imminuetur. Sed id in phyſica ipſa conſiderabitur amplius.

LIBRI VIGESIMI NONI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIBER XXX. IN XIIII. LIB. *elementorum.*

LIbri duo reliqui, ut neſcio qui in titulis librorum ignari librarii dubitant, non ſunt Euclidis, ſed ex Apollonio per Hypſiclem deſcripti, ut epiſtola declarat. Euclides comparationem quinque Pythagorearum figurarum inſtituit, rationemque laterum docuit in tribus primis cum diametro ſphæræ. Latera verò icoſahedri & dodecahedri ἄλογα eſſe demonſtravit, nihil præterea, quod idem cum pleriſque aliis à veteribus mathematicis traditum fuerat, ab Ariſtæo præſertim, quem Pappus Euclide facit antiquiorem, ſexque librorum de ſolidis authorem memorat initio lib. 7, & certè Ariſtæus nominatim in his poſtremis libris appellatur: ſed res Euclidi fortaſſe viſa eſt imperfectior aut alienior, ut hinc conſtet duobus his libris inſtitui doctrinam non modò non euclideam, ſed Euclidi ipſi improbatam. Suſceperat igitur Apollonius nobilis geometra, cujuſque hodie é multis monimentis ſuperſunt quatuor libri de conicis icoſahedri & dodecahedri, comparationem uberius explicandam, libroque primum edito non ſatisfecerat, ideoque emendatus à Baſilide & Hypſiclis patre accuratius eam quæſtionem reſcripſerat, unde ſubducta eſt ab Hypſicle materia decimi quarti & decimi quinti libri. Decimi quarti libri materia eſt in quintuplici ratione, ut ſuperficies dodecahedri ad ſuperficiem icoſahedri, ſic oblongum é perpendiculari & latere dodecahedri ad oblongum perpendiculari & latere icoſahedri. Hæc prima eſt é duabus rationibus proportio tractata ad 2 p 14. deinde ut oblonga inter ſe, ſic latus cubi, ad latus icoſahedri, quod comprehenditur 4 p 14 magis quam præcipué demonſtratur. Hæc ſecunda eſt proportio é ſecunda ratione & tertia. Tertio, ut latera hæc inter ſe, ſic recta potens ſectam proportionaliter & majus ſegmentum ad rectam quæ poſſit eandem & minus ſegmentum. Hæc tertia eſt proportio é tertia & quarta ratione. Quartó, ut latera eadem, ſic dodecahedrum ad icoſahedrum. Hæc quarta eſt proportio é tertia & quinta ratione, tractata tandem in ſcholio. Hæc (inquam) materies eſt decimi quarti libri in quatuor propoſitiones numero digeſta, quæ re ipſa ſunt undecim, uti demonſtrabo, & tamen propoſitiones feré geometricæ, non ſtereometricæ. At enim ut planius ſit quod expoſui hæc ab Euclide rejecta ac repudiata eſſe, operæpretium ſit excellentium ingeniorum logicis habenis ſolutorum motus vagos & errantes intueri. Apollonius geometra magnus appellatus eſt, ut antea dixi, & magnus revera fuit, ſed magnis virtutibus magna quoque vitia affinia fuerunt. Voluit Apollonius demonſtrare ſolem illum mathema-

ticum, Quæ eidem æqualia, & quid mirum modo ſit, ſi euclidea circa ſtereometriam mundanarum figurarum acumina,& quidem acuminibus Euclidi improbatis ſuperare voluerit? Nihil in antiqua geometria ſpecioſius viſum eſt quinque corporibus ordinatis,eorumque gratia geometriam ut ex Proclo initio dictum eſt,inventam eſſe veteres illi crediderunt. Itaq; ut quiſque magnificentiſſimé de ſe ſenſit,ita ſibi maximé ſtatuit circa hoc problema aliquid elaborandũ & exornandum. Archimedes tredecim corporibus, de quibus initio dictum eſt, Euclidis corpora veluti æmulatus eſt: Apollonius, Ariſtæus, Iſidorus, ac pleriq; alii eandem gloriam æmulati ſunt: At in totis elementis nihil eſt iſtis argutiis ineptius & inutilius. Id igitur breviter agatur,& conſideretur per quam Apollonii logicam materia propoſitionum undecim pro quatuor numeretur, & quæ ſtereometriæ utilitas ex omnibus omnino percipi poſſit. Hic enim ſtereometria nulla prorſus erit. Geometrica erunt quædam in prima propoſitione in lemmatis, in conſectariis.

1 p 14 Litera alia videtur in Hypſicle eſſe, nempe pro ἐκ τοῦ κέντρου, quod eſt in litera propoſitionis. Hypſiclis demonſtratio proponit, & concludit τὸ ἑξάγωνον, quod tametſi re idem eſt, attamen non perinde verbis res proponitur. ἑξάγωνον circulo inſcribi proprié dicitur, non autem radius. Et hæc propoſitio geometrica eſt, ſtereometriæ proprium nihil habet: antecedere itaque debuit in geometria planorum, ſi quid tamen utilitatis adferret. Hic enim Euclidis judicium ſequor, non quælibet inventa in elementis habeo, nec logicas leges oblitus ſum. finem bene metiendi ſpecto, indeque homogenea metior.

2 p 14 Duo geometrica lemmata demonſtrat ad propoſitionis demonſtrationem neceſſaria, quæ propoſitionum locum & numerum non minus merebantur quàm ſubjecta propoſitio, cui adjunguntur. Primum eſt.

Si recta continuetur é latere quinquanguli & ſubtendente angulum, poterit quintuplum radii. Secundum eſt.

Si latus ſexanguli ſecetur proportionaliter, majus ſegmentum erit latus decanguli. Hęc (inquam) duo lemmata hic permiſcentur, quæ ſi proponenda tamen eſſent, ſeparatas propoſitiones in geometria habere debuerant. ſecũdum á nobis retinetur propter uſum adſcribendi decanguli. Sed tamen utrumq; logicam Apollonii demonſtrat, materias propoſitionum ita permiſcentis & confundentis, multoque major ingenii hujus inſolentia neſcio quæ eſt, id enim ſophiſma Theoni vel Euclidi eſt inuſitatum: utitur Apollonius in demonſtratione propoſitionis hujus argumento tanquam principio, unde poſtea fiet in hoc libro demonſtrabilis propoſitio decima (ut duarum rectarum proportionaliter ſectarum prima eſt ad ſuum majus ſegmentum, ſic ſecunda eſt ad ſuum:) Hunc elenchum Campanus evitavit: propoſitionemque iſtam ſecundam hoc in libro fecit. Pappi tamen eſt prorſus eadem lib. 5. th. 51.

3 p 14 Demonſtratio 41 p 1 tantúm utitur & numeris, ejuſq; corollarium præcipuum & fundamentum ſequentis. Tum veró propoſitionis hujus materia etiam geometrica eſt triangulis oblonga comparantis, ſtereometricum hic nihil eſt. Additur hic corollarium, ut ſuperficies ad ſuperficiem, ſic oblongum ad oblongum.

4 p 14

4p 14 Logicam ſecundæ ſimillimam habet, lemma pariter admiſcet.

Si de recta proportionaliter ſecta dimidio dimidium majoris ſegmenti ſecetur, dimidium ſecundum erit majus ſegmentum primi proportionaliter ſecti. Et hoc item geometricum eſt, non ſtereometricum. Poſitis autem conſectario ſuperioris propoſitionis & hoc geometrico lemmate ad figuram propoſitionis accõmodato, & quatuor propoſitionalibus per illud principium poſtea demonſtratum diſtinctis in latere cubico & latere quinquanguli & duabus perpendicularibus, ut longum extremorum ſit æquale oblongo mediorum, ſorite quatuor graduum, propoſitio concluditur, ut ſuperficies dodecahedri ad ſuperficiem icoſahedri, ſic per corollarium præcedentis, oblongum é perpendiculari & latere quinquanguli, id eſt é minore perpendiculari, & latere cubico (quoniam ei per 16 p 6 eſt æquale) oblongum ex eadem perpendiculari & latere icoſahedri: atque ut ſunt oblonga, ſic tum per 1 p 6 latus cubi ad latus icoſahedri: quia ſunt baſes æquealtorum. Ergo de primo ad ultimum, ut ſuperficies dodecahedri ad ſuperficiem icoſahedri, ſic latus cubi ad latus icoſahedri. Hæc enim gradatio erit hujus demonſtrationis. Adhuc igitur materies octo propoſitionum fuit primæ, ſecundæ, & ad ſecundam propoſitionem duorum lemmatum, tertiæ & ſui corollarii, quartæ & ſui lemmatis. Sequuntur tres propoſitiones, in nullo tamen propoſitionis numero habitæ. Nona igitur decimi quarti propoſitio erit.

Latus cubi eſt ad latus icoſahedri, ut recta potens ſectam proportionaliter & majus ſegmentum ad rectam, quæ poſſit eandem & minus ſegmentum. Cujus demonſtratio prima eſt é cubi latere ad latus dodecahedri potens latera ſexanguli & decanguli per 10 p 13, id eſt rectam ſectam proportionaliter & majus ſegmentũ per 2 lemma ad 2 p 14: At latus icoſahedri per 12 p 13 poteſt triplum lateris ſexanguli, & continuatá é latere ſexanguli & minore ſegmento poteſt per 4 p 13 triplum majoris ſegmenti. Itaque ut potentia tripla ad ſubtriplam, ſic potentia tripla ad ſubtriplam, ac per 22 p 6 rectæ quatuor proportionales, alternéq; item proportionales, ut tripla ad triplam, ſic ſubtripla ad ſubtriplam, id eſt ſecta proportionaliter ad majus ſegmẽtum, ideoque per 17 p 13 ut latus cubi ad latus dodecahedri, id eſt ad rectã quę poteſt proportionaliter ſectam & majus ſegmentum, ſic latus icoſahedri ad rectã quę poteſt eandem ſectam & minus ſegmentum: quomodo & latus icoſahedri fuit ad rectam quæ poteſt eandẽ ſectã & minus ſegmentũ. Quare alterné latus cubi eſt ad latus icoſahedri, ut recta potens ſectam proportionaliter & majus ſegmentum, ad rectam quæ poſſit eandem & minus ſegmentum. Hæc demonſtratio ſolers eſt & Apollonii ingenio digna, non potuit Apollonius cubi latus cum icoſahedri latere certa ratione & explicabili comparare, comparavit cum irrationalibus ſegmentis ſectæ proportionaliter, quo genere videlicet irrationale comparari potuit. Atq; hæc de propoſitis rationibus quarta eſt. Sequitur propoſitio decima. Duarum proportionaliter ſectarum, ut prima eſt ad ſuum majus ſegmentum, ſic ſecunda eſt ad ſuum majus ſegmentum: qua propoſitione tanquam principio Apollonius jam ter uſus eſt in 2.4.5 p 14. & hi nimirum ſunt vagi erranteſq; motus ingenii logicis legibus ſoluti & ab Euclide improbati, de quibus prædiximus, & tamen inſolentia

doctrinæ mirabiles. Si propoſitione illa tanquam principio uſus eſſet Apollonius, laudarem. Eſt enim principium per ſe clarum, & ipſo proportionis ejuſdem ſenſu manifeſtum. At poſtea demonſtrare, quod antea pro principio ſumpſeris, ἀλογία eſt non ferenda: & tamen quomodo principium hoc demonſtratur ab Apollonio? Eo ſané modo quo demonſtratum eſt ab eodem. Quæ eidem æqualia. Quare demonſtrationem ejuſmodi pluribus non perſequor, tantúm moneo cautius ſpectandum eſſe, quibus credatur, & magnis nominibus magnas impoſturas fieri. Supereſt decimi quarti propoſitio undecima & ultima, quæ quintam de rationibus Apollonii & ultimam complectitur.

Dodecahedrum eſt ad icoſahedrum ut latus cubi ad latus icoſahedri.

Scholiaſtes hanc rationem collegit argumento pyramidum, é quibus ſolida iſta componuntur: Sed argumentum hoc commune eſt cubi cum octahedro & utriuſque cum tetrahedro, quia illa perinde componuntur é pyramidibus. Etenim ut é triangulis triangulata ſunt omnia plana, in eaq; reſolvuntur, ſic é pyramidibus ſunt pyramidata omnia ſolida plana, in eaſq; reſolvuntur, omninoq; verum é 9 d 11 corpora plana æqualia eſſe, quæ comprehenduntur á planis æqualibus multitudine & magnitudine. Itaq; inter ſe ſunt ut ſuperficies. Ergo ſcholiaſtes iſte ſive ex Apollonio ſumpſerit, ſive ex ſeſe id attulerit, elenchum facit eundem ſpeciei pro genere, quem antea locis infinitis adnotavimus ab Euclide factum, ſed alium inſuper elenchum tóto ſcholio graviorem facit, dum probare vult rationem corporum & ſuperficierum eandem eſſe. Hic enim quid facit? Circuli æquales circumſcribuntur quinquangulo dodecahedri, & triangulo icoſahedri. Verum inquam: id enim fuit 2 p 14. Deinde æquales in ſphæra circuli ſunt, qui diſtant æqualiter á centro. At (inquam) 14 p 3 fuit ejuſmodi, in geometria planorum nulla propoſitio interceſſit in elemẽtis, ubi de ſphæricis id oſtenderetur. Sic Euclidi fuit ad 17 p 12 maximo orbe ſphæram biſecari. Campanus itaq; circulorum æqualitatem iſtam demonſtravit, & ante Campanum Theodoſius 6 p 1. attamen melius id é circulari geometria poſtulabitur. Ergo talis demonſtratio logicam Apollonii demonſtrat. Tum veró pyramides æque altæ verticibus in centrũ depreſſæ, ſubtilius biſecantur, & é membrorum proportione ratio corporum judicatur. Verúm (ut dixi) ſuperficies & pyramides iſtæ communes ſunt omnium ſolidorum planorum. Itaq; magna ambitione elenchus iſte colligitur, unde etiam concluditur dodecahedrũ eſſe ad icoſahedrũ ut eſt ſuperficies ad ſuperficiem, utq; latus cubi ad latus icoſahedri, quo eodem ſophiſmate tota gradatio repeti potuit, de reliquis antecedentibus rationibus oblongorum & ſectarum proportionaliter. Si quæras igitur quæ ſit ratio icoſahedri ad dodecahedrum, dicet Apollonius: Primó, eandẽ eſſe, quæ ſuperficiei ad ſuperficiem: Secundó, eandem eſſe, quæ eſt oblongi ad oblongum: Tertió, eandem eſſe, quæ lateris cubici ad latus icoſahedri: Quartó, eandem eſſe, quæ rectæ potentis ſectam proportionaliter & majus ſegmentum ad rectam quæ poſſit eandem & minus ſegmentum. Hæc (inquam) Apollonii erit ad iſtam quæſtionem reſponſio, & iſta undecim propoſitionum materia.

LIBRI TRIGESIMI FINIS.

PETRI RAMI SCHOLARUM MATHEMATICARUM LIB. XXXI. IN DECIMUM QUINTUM *elementorum.*

DEcimus quintus liber habet materiam decimi tertii conſimilem,ſed inopem admodum, & vix elementorum nomine atq; inſcriptione dignam,quiſquis ejus author fuerit ſive Apollonius,ſive Hypſicles, ſive Ariſtæus,ſive quivis alius. Definivit Euclides 1 & 2 d 4 inſcriptionem & circumſcriptionem rectilineorum inter ſe, ſpeciale tamen nihil inſtituit,quomodo triangulo triangulum, quadrangulo quadrangulum,aut triangulum quadrangulo aſcriberetur. Rectilinei adſcriptionem cum circulo tantûm quarto libro inſtituit,& ſolidorum corporum adſcriptionem cum ſphæra decimo tertio duntaxat inſtituit. Apollonius,Ariſtæus,Iſidorus, Hypſicles, aut neſcio quis alius ſuperare hic Euclidem voluit, & adſcriptionem ſolidorum corporum ordinatorum inter ſe docuit,negotiolum ſané puſillum,tamen hoc etiam ad extremum complectamur. Propoſitiones numerantur quinque, ſed materies eſt minimum decem,omnium tamen ſtereometricarum,ut libri ſuperioris elencho hic ſimile quiddam ſit,quiddam diſſimile.

1 p 15 Sententiam problematis hanc habet.

Si tres ab eodem cubi angulo diametri quadratorum reliquorum diametris connectantur,inſcribent tetrahedrum cubo.

Demonſtratio hic brevis eſt de triangulis æquilateris, quia latera ſunt diametri æqualium quadratorum. Sed quæſtio hic gravior eſt, quomodo ad 1 & 4 d 4. poſſit inſcribi tetrahedrum cubo, cum quatuor anguli non videantur poſſe ſex plana cubi tangere,de quo jam antea ad 1 & 4 d 4 dictum eſt. Singuli tamen tetrahedri anguli hic ſingulos terminos cubi tangere, nempe ſinguli ternos, ſed extremos. Hypſicles nihil definit. Campanus autem ambigué præcipit ad 12 p 15. Tetrahedro (ait) non poſſe inſcribi cubum,icoſahedrum, dodecahedrum. Non enim (ait) ſunt in tetrahedro baſes aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi icoſahedri, dodecahedri poſſint extrema tetrahedri contingere. Hic Campanus inſcriptionem oſtendit eſſe in contactu angulorum inſcripti cum extremis circumſcripti, & quidem in baſibus, vel angulis, vel lateribus ejuſdem circumſcripti, iterum ibidem ait octahedrum non poſſe inſcribi icoſahedro , quia ſex anguli octahedri non poſſunt contingere ſex vel baſes, vel angulos,vel latera icoſahedri. Hæc (inquam) ambiguitas eſt Campani, contactum tripliciter definientis à planis, à lateribus, ab angulis. At neceſſe eſt ſi figura figuræ inſcribitur,ut ſinguli anguli inſcriptæ tangant ſingulos terminos circumſcriptæ. Itaque cum hic ſolidi terminus ſit baſis plana,contactus inſcripti & circumſcripti fiet ex angulis inſcripti, & terminis circum-

ſcripti. Nec videtur ad Euclidis definitionem tetrahedrum inſcribi, niſi extremorum terminorum contactus intelligatur.

2 p 15 Sententiam hanc habet.

Si latera tetrahedri biſecta connectantur, inſcribent octahedrum tetrahedro.

Demonſtratio hic facilitate par eſt ſuperiori. Atque ut in prima propoſitione contactus intelligendus eſt. Hic enim ſex anguli octahedri contingunt quatuor terminos tetrahedri, ſed extremos, ſinguli binos, treſq; viciſſim eandem.

3 p 15 Sententiam problematis hanc habet.

Si é centris quadratorum cubi duo oppoſita cum reliquis connectantur, inſcribent octahedrum cubo. Demonſtratio hic perinde prompta eſt per fabricam & 4 p 1. quód octahedrum ſit inſcriptum. Latera enim ſunt baſes triangulorum æquicrurorum & rectangulorum, ſed hujus inſcriptionis facultas etiam per contrariū primæ & ſecundæ patere poteſt. Nam ſi tetrahedrū inſcribatur cubo, & octahedrum tetrahedro, ſané & octahedrū inſcribetur cubo. Octahedrū autē inſcriptū cubo contingit nō latera vel angulos, ſed baſes cubi, ſicuti tetrahedrū, & hic manifeſtiſſima eſt illa inſcriptionis ratio, neq; dubia, ut antea fuit in tetrahedro & octahedro inſcriptis.

4 p 15 Sententiam problematis hanc habet.

Si centra triangulorum octahedri connectantur & inter ſe ſupera inferaque, tum ſuperis infera inſcribent cubum octahedro.

Demonſtratio brevis ut antea biſectis lateribus octahedri: æqualitas enim laterum patebit per 4 p 1, & æqualitas angulorum in triangulis, unde per 13 p 1 rectus erit in cubo. Eſt autem propoſitio hæc converſa tertiæ, & inſcripti cubi contingunt tantúm terminos circumſcripti octahedri ut in ſuperiore adſcriptione, & hinc altera ſumetur inſcriptionis illius manifeſta ratio: Hinc veró patet converſa ſecundæ. Nam ſi cubus inſcribatur octahedro & tetrahedrum cubo, tetrahedrum inſcribetur octahedro, & tetrahedri anguli tangent tantúm terminos octahedri. Octahedro autem vel cubo neq; icoſahedrum neq; dodecahedrum poſſunt inſcribi, quia anguli illius 12, hujus 20, non poſſunt ſingulas illas baſes contingere.

5 p 15 Problema ſic habet.

Si centra triangulorum icoſahedri connectantur inter ſe ſupera inferaque, tum ſuperis infera inſcribent dodecahedrum icoſahedro. Demonſtratio hic item facilis. Atque hic manifeſta eſt inſcriptio, cum anguli tangant terminos non extremos, ſed intermedios. Poſſunt etiam inſcribi icoſahedro cubus & tetrahedrum. Nam cum dodecahedrum fuerit inſcriptū icoſahedro per 5 p 15, & cubus dodecahedro per 17 p 13, cubus erit inſcriptus icoſahedro, & hic anguli cubici ſinguli contingēt binos terminos extremos. Item ſi cubus inſcribatur icoſahedro per proximum corollarium, & tetrahedrum cubo per 1 p 15, tetrahedrum inſcribetur icoſahedro, & hic anguli tetrahedri ſinguli cōtingent quinos terminos extremos. Atq; ita icoſahedrum ſuſcipiet hoſpitio ſuo tetrahedrum, cubum, dodecahedrum: octahedrum autem ſolum non ſuſcipiet, quia ſex anguli ſingulas icoſahedri baſes & ſingulos terminos contingere non poſſunt. Atque (inquam) Hypſicles parum hic pythagoream philoſophiam animadvertere videatur. Nam cum pythagorei ſimilitudine quadam motus & quie-

& quietis attribuiſſent, tetrahedrum igni, octahedrum aeri, icoſahedrum aquę, cubum terræ, capacitatis argumento (ait Campanus) attribuerunt dodecahedrum mundo, propterea quód ambitu ſuo omnia complecteretur. At hic Hypſicles includit icoſahedro dodecahedrum, cum debuerit cōtra icoſahedrum inſcribere dodecahedro. Itaque merito Ariſtoteles iſtam figurarum in elementis comparationem 8 cap. 3 lib. de cœlo, ut antea dictum eſt, irriſit, neq; nos in arte ingenua & nobili & in humanæ vitæ auxilium reperta argutias quamlibet admirabiles, niſi etiam utiles fuerint, irridendas potius arbitramur, quám ejiciendas, multo etiam magis Campani conſimiles acceſſiones, quibus bellam iſtam ſtereometriam locupletavit. Adhuc propoſitiones quinque numeratæ ſunt, reliquæ ſine numero ſequuntur, quinta de numero laterum & angulorum cujuſque corporis ordinati per ſcholiaſtem fortaſſis eundem qui fuit antea ad 5 d 6. 19 p 10. & in fine duorum proximorum librorum. Proclus tamen non videtur hos extremos libros Euclidi annexos legiſſe, qui tredecim tantúm Euclidi tribuit, ut primo ſcholarum mathematicarum libro dictum eſt. Sed tamen quiſquis ſcholiaſtes hic fuit, colligit arithmeticé magis quám geometricé numerum laterum & angulorum, quod definitionum conſectariis in geometria complectimur, ſed minima leviſſimaq; in his corporum miraculis invēta maxima & graviſſima amatoribus & admiratoribus ſuis viſa ſunt. Atque ita in una propoſitione ſcholii hujus propoſitiones quodammodo quinq; ſunt. Apollonius, Ariſtæus, Hypſicles, Campanus authores variarum ſubtilitatum adhuc fuerunt, reliquæ acceſſionis author ab Hypſicle appellatur Iſidorus, & honorificé cognominatur, modó μέγας διδάσκαλος magnus præceptor, modo etiam εὐκλεέστατος ἀνήρ clariſſimus vir. Hic igitur magnus doctor & clariſſimus vir inclinationes corporum ſimpliciter ſine demonſtratione expoſuerat ex unico dato comprehendentium planorum. Hypſicles autē demonſtrauit, & materiam in quatuor prolixas demonſtrationes dilatavit, neq; quamvis ſummo doctori viroque clariſſimo rem ſimpliciter exponenti credidit. Itaq; Iſidorum etiam hic Hypſicles ut antea Apollonium demonſtrationis laude vincere ſtuduit. Sed res ipſa ſubducatur, & victoriæ laus æſtimetur. In cubo nulla eſt κλίσις inclinatio, quia anguli ſunt recti: Inclinatio tantúm eſt quatuor reliquorum ordinatorum corporum. Ergo in tetrahedro ſic invenietur.

Si detur tetrahedri triangulū, & ab ejus vertice perpēdicularis in baſim, recta duæ perpendiculari æquales á terminis baſis concurrentes comprehendent angulum inclinationis.

Hæc problematis primi eſt inventio.

Si detur intermedium octahedro quadratum & perpendicularis á vertice trianguli in baſim, recta duæ perpendiculari æquales, á terminis diametri concurrentes comprehendent inclinationem octahedri.

Hæc problematis ſecundi eſt inventio.

Si detur intermedium icoſahedro quinquangulum & perpendicularis á vertice trianguli in baſim, recta duæ perpendiculari æquales á terminis ſubtendentis angulū quinquanguli comprehendent inclinationem icoſahedri.

Hæc tertii problematis eſt inventio.

Si detur dodecahedri quinquangulum & perpendicularis à ſubtendente angulum in-latus parallelum, recta dua perpendiculari æquales à terminis ſubtendentis concurrentes comprehendent inclinationem dodecahedri.

Hæc denique quarti problematis eſt inventio. Inventio tamen genere ſermonis ſuccinctiore comprehenſa quàm ab Iſidoro proponitur. Adhibet enim ad inveniendum rectas perpendicularibus æquales duplicem peripheriam tanquam triangulum æquicrurum conſtituere. Hic primus elenchus eſt. Deinde in ſingulis crura æquantur perpendiculari. Id igitur erat generale non iterandum quater, ſed generaliter ac ſemel exponendum, angulum nempe inclinationis eſſe, cujus crura æquarentur perpendiculari à vertice trianguli in baſim, ſed baſim eſſe baſim trianguli in tetrahedro, diametrum quadrati intermedii in octahedro, ſubtenſam angulo intermedii quinquanguli in icoſahedro, ſubtenſam angulo terminantis quinquanguli in dodecahedro. Sic (inquam) magni doctoris & clariſſimi viri inventio concluderetur, & tamen inventio quæ novi nil haberet, quod definitionibus ipſorum corporum & fabricis non melius explicaretur. Attamen iſta tanti doctoris tamque clari ſtereometria euclideis elementis parum conſentanea eſt. κλίσις enim vel inclinatio quæ 5 & 6 d 11. definitur ab Euclide, acutus angulus eſt: at octahedri, icoſahedri, dodecahedri inclinatio eſt angulus obtuſus. Acutus enim eſt in tetrahedro, rectus in cubo, obtuſus in octahedro, icoſahedro, dodecahedro, neque hic diſputo κλίσιν ab Iſidoro melius generaliter accipi, quàm accipitur ab Euclide, ſed convinco hanc doctrinam Euclidis doctrinæ non convenire, factumque ab Hypſicle ſimpliciter & imperité, quod iſtas quiſquilias Euclidis libris adjunxerit. Quamobrem Iſidori magnitudo & claritas ex hac magna & clara inclinationum inventione judicetur, & deſinamus ſpecie magnificorum nominum pueriliter decipi. Sed Euclidem Apollonius vicit, utrumque magnus Iſidorus, univerſos Hypſicles unus longiſſimé ſuperavit: victoriam igitur hanc poſtremam ſpectemus. Quid igitur ait? Iſidorus (inquit) iſta præclara reperit, ſed tanquam per ſe manifeſta præteriit. Hypſicles igitur ipſe demonſtravit: Itaque inventio Iſidori, Hypſiclis eſt demonſtratio. Ecquid (inquam) qualis eſt iſta demonſtratio? Sané bene longa & prolixa, & totis decimi quinti libri quinque propoſitionibus longior & prolixior, ſed longitudine ineptiarum & prolixitate mirabili Iſidorus magnus Hypſicli viſus eſt, quia dato unico plano inveniſſet inclinationem omnium. At Hypſicles mirificus homo hic fuit: Aperté enim ſumit quod demonſtrare vult: in primo problemate ſumit tetrahedrum integrum, in ſecundo ſumit dimidium octahedri, in icoſahedro quartam partem, in dodecahedro ſumit duo quinquangula ſic inclinata ut ſunt in ipſo dodecahedro. Quapropter inclinationum iſtarum & inventio & demonſtratio ridicula eſt, neque metricæ artis quicquam niſi impedimentum, ut ſuperiora pleraq; alia, continet. Quamobrem ſubductis quindecim elementorum libris ſummum illud tertio mathematicarum ſcholarum libro poſitum problema concludatur, arithmeticam & geometriam præclaras quidem & humanæ vitæ fructuoſiſſimas artes eſſe, ſed quindecim elementorũ libris ſic eſſe obſcuratas, ut non mirum ſit, vulgo (cum propter obſcuritatem ignotæ ſint) inutiles etiam

judicari,

judicari,inſigniaque hominibus emolumenta comparaturum, qui obſcuritate rejecta exemplo atque opere fructum arithmeticæ & vtilitatem geometriæ demonſtraverit.

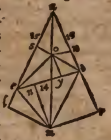
FINIS.

DEMONSTRATIO GEODAESIAE TRIANGVLARIS, HVC REJECTA

propter hyſterologiam obſcuram.

SI é dimidio collectorum dati trianguli laterum latera ipſa ſigillatim ſubducantur,latus continue facti é dimidio & reliquis erit area dati trianguli.

Eſto igitur triangulum *aei* cujus latera ſint 13.14.15, totus ex iis numerus eſt 42,dimidium 21,differētiæ laterū á 21 ſunt 8.7.6. factus é dimidio & reliquis eſt 7056,latuſq; 84,area trianguli: hujus numerationis geometricam cauſſam Jordanus & Tartalea quæſivere,ſed miris ambagibus,& Apollonii logicam longiſſime ſuperantibus. Huc itaque demonſtrationem talem rejecimus, ſic igitur demonſtrationem accipe. Biſeca angulos *aei* & *aie* á concurſu biſecantium perpendiculares in latera æquantur: æquantur item ſegmenta *in* & *iy*, *ey* & *es* per 26 p 1, quia æquantur dimidii anguli biſectorum & duo recti,& latus cōe eſt. Eſto jam infinita recta *ao*:Hic itē verticis angulus biſecatur,lateraq; *as* & *an* ęquātur per 47.p.1 & 1.ax. Tertio crura cōtinuētur ęqualiter alternis baſis á perpendiculari ſegmentis *air* & *ael*,continuata æquantur inter ſe, quia ternæ partes æquantur *as* & *an*,*se* & *ir*,quia ambæ æquantur ipſi *ey*,tū æquātur *el* & *ni*, quia ambo æquantur ipſi *iy*, æquantur item continuata ſemiperimetro:quia ambo æquantur toti perimetro. Hic notabis tria ſegmenta continuati lateris tres eſſe reliquias laterum á dimidio ſubductorum. Nam ſi tollantur á continuato latere *air*,primo latus *ai* relinquetur *ir* velut 8 : tum reliqua per partes ut *ie* per *ni* & *ir*,item *es* & *sa* per *ir* & *an*, relinquentur pro ſecunda tertiaq; differētia *an* & *ni* tanquam 7 & 6.Quarto perpēdicularis eſto *rm* connexa per *ml* ęquālem & in angulo recto,ut triangula *mal* & *mar* docent per 4.p.1. Quinto rectæ ſunto *im* & *em*, quadrata earum different pro differentia continuationum *irel* per 47 p 1 & 4 ax.Sexto ſecetur *en* æqualis *yi* & cōnectatur *nm*:ea perpendicularis erit ſuper *ei*,quia ita ſecat baſim *ei* trianguli *eim*, ut quadrata crurum differāt pro differentia ſegmentorum, quod cum ſit in triangulo, recta ſecans eſt perpendicularis,ut patet per 47 p 1 & 5 axi.Secus accideret potentiam partium magis inæqualium eandem eſſe cum potētia partium minus inæqualium, ut in 7.& 3. par-



tibus denarii, atque in 6 & 4 eiuſdem totius partibus. Hic angulus *lmn* biſecatur per *em* per 47 & 8 p 1, ipſeque cum angulo *len* æquatur duobus rectis, quia duo reliqui oppoſiti ad *l* & *n* recti: idem *len* per 13 p 1, perque 1 ax. cum angulo *sen* æquatur duobus rectis: Itaque & biſegmenta æqualia. Quare triangula *ose* & *elm* ſunt æquiangula, ideoque ſimilia per 4 p 6, oblongumque extremorum *os* & *ml* ę-quatur oblongo mediorum per 16 p 6. Atque ut quadratum ex *os* ad rectangulum extremorum, id eſt mediorum, ſic perpendicularis *os* ad rectam *ml*. Recta enim eſt ad rectam, ut quadratum alterius ad rectangulum utriuſque per 1 p 6, ſic item *as* ad *al*. Oblongum igitur extremorum æquatur oblongo mediorum, id eſt plano trium differentiarum. Atque vterque planus multiplicatus per ſemiperimetrum facit duos iterum planos æquales. Hic rurſus planus differentiarum multiplicatus per ſemiperimetrum, & planus é quadrato perpendicularis & ſemiperimetro per ſemiperimetrum eſt planus é quadrato perpendicularis & é quadrato ſemiperimetri. At planus é duobus quadratis ęquat quadratum ex area trianguli. Nam ſi triangulum ſumatur æqualis tum baſis dati trianguli perimetro, tum altitudinis perpẽdiculari æquabit per 1 p 6 datum triangulum: itemque parallelogrammum æquealtum & baſis dimidię: quod ipſum erit medium proportionale per 1 p 6 inter quadrata ſuorum laterum. Itaque multiplicare hæc duo laterum quadrata eſt quadrare datum triangulum, eiuſque quadrati latus erit area dati trianguli. Hæc igitur demonſtratio Jordani & Tartaleæ egregiam ſuorum authorum in mathematicis intelligentiam demonſtrat, at vellem etiam egregiam logicam una demonſtraret.

SCHOL MATHEM. FINIS.

Errata

Errata ſcholarum Mathematicarum.

Pag.2.v.16.inventa inſcripſerunt, p.4.v.13.cap 47.teſtata p.5.v.31.idem etiam p.6,v.38 εὕρεται p.12,v.11 epigrammate p.17,v.17 Ariſtotele. Atque ibid.v.31 μηχανικὴ, ib.v.38 faſtos. p.19,v.11 Cyzicenus Athenis p.20,v.9 excoluit, p.22 v.14 perſpecta ſunt p.24,v.12 metretam.ib.v.19,& ſeq.*dele verba hæc*:ita tedi.ib. v.22 φράζεται ib.v.28 μενεχμείης ib.v.29.Δίζηαι & paulo poſt Εὐδόξοιο p.26,v.10 graviſſimus ib.v.11,& ſeq.Cylindro ſphæram comprehenſam, ibid.v.14,ad 32,p.1, p.27,v.25.ab Hexapylo, p.29,v.8 hydroſcopico ib.v.16 & 17, propoſitum (librum hac de re nominatim citat Archimedis κατόπτρων τὰς ἐξάψεις ſpeculorum incēſiones)ut ib.v.penult.mentitus p.30 v.12,libri 9,cap.3 ib.v.18 indi- ib.v.37 in coronam,quàm p.33,v.39 ab Eutocio & v.ult.theo 7. p.35,v.penult.ignis inde p.36,v.1 quos e- pag.39,v.15.*legendum cum interpoſitione ſic*.Operæ poneremus. Inutilitatis autem argumentum eſſe ſcholæ noſtræ ſolitudinem. Denique quod reg.v.24.*ex editione Pariſienſi hæc revocanda ſequentia*: eſſe docuerunt. Et quidem niſi aduerſus homines mentiendi audacia atque impudentia incredibili præditos mihi res eſſet,parum verecunda de meipſo ejuſmodi videretur oratio:at in academia,in Senatu maledicta illa jactata modò etiam in aulam revocantur, & à credulis & ſimplicibus facile audiuntur. Res alienas profiteor: profeſſionem hebraicam Caligniȷ etiam interea abolevi. Verumenimvero, quis erit aperte calumniandi mentiendíque modus? Huic argumento in foro jam reſpondimus & iterum hic cogimur amplius reſpondere. Decimoſexto abhinc anno, cum diſſeruiſſem in ſenatu omnem liberalium artium uſum cum præceptis eſſe conjungendum nominatim que grammaticam,Rhetoricam,logicam, Arithmeticam, Geometriam cæteraſq; liberales artes propoſuiſſem, mandato regio id onus mihi impoſitum eſt, quod artium profeſſoribus imponendum contendebam, quodque antea nemini fuiſſet mandatum vel commiſſum. Extat judicii illius actio pro philoſophica diſciplina Calignius q; hebraicæ linguæ regius profeſſor interea fuit, eiq; poſtea Johānes Mercerus doctiſſimus collega meus ſucceſſit: ut nebulonis impudentis & ſine fronte mentientis, res alienas a nobis tractari noſtraque profeſſione hebraicam profeſſionem extingui,mendacium apertiſſimé conſtrictum teneatur.Cum igitur Henrico.pag.40,v.9 *interpoſitio facienda ſic*: tis egerint. Duos & viginti annos Eubulides neſcio quis Lutetiæ ſuam logicam mercatoribus mercium ipſarum ignaris vendidit: neque dum tamen ullum logicæ artis uſum extra clamores ſcholaſticos percipere potuit.Attendant igitur ſingul.

V 33. iterum grandis interpoſitio facienda ſic: & tamen hic brevior & ſuccinctior futurus ſum. Mathematica eſt inutilis ait, quia noſtri auditorii ſolitudo magna eſt. Sed heus mathematicæ ſcientiæ irriſor, ſiccine mendaciis ambitionem tuam & cupiditatem tectam perpetuo putabis? Petrus Ramus biennio Euclidem totum, Geodæſiam, mechanicam, iſorrhopicam, opticam docuit. Hujus biennii initio, cum eandem tuis ſophiſmatis vendendis horam

RRr 2

delegiſſes,coactus es à concionario popello tuo deſertus ad horam decimam con-
fugere:& ſolitudo videlicet noſtra frequentiam tuam hoc modô amplificavit? Pri-
mis elementorum libris ad decimum uſq; numerus auditorum major fuit, quàm
tibi umquam fuiſſet. Deinceps ſubtilitas vel obſcuritas rerum quoſdam deterruit.
At poſtremo biennij die,qui ſuperfuere, perpetua conſtantia docuerunt, mathe-
maticas artes nequaquam, ut tu mendaci fraudi calumniaris, ſibi inutiles videri.
Verum tu,qui antea nunquam in auditorio tuo gregem centenario majorem vi-
dere potueras, nunc poſtquam in regia ſepta noctis neſcio cujus tenebris ingreſ-
ſus es,qualiſnam & quanti gregis paſtor factus es? Heſterno die, qui fuit quintus in
ante diem Cal. Octob. cum iſta amanuenſi dictaremus, miſi, qui tuas licet innu-
merabiles copias,tamen ſi fieri poſſet recenſerent: heſterno die (inquam) id eſt ipſo
profeſſionis initio,quo tibi videri in cœlum aſcendere, cum non in decimum Eu-
clidis conſtrictus eſſes, ſed in tui Marathonis campo incederes teq; tuis modis o-
mnibus iactares: miſi inquam,qui tuas copias recenſerent. At exercitus iſte judicio
tuo tam prædicabilis & toties & tot locis prædicatus vix quidem auditorum fuit,
qui libris apertis tuam ſophiſticam attenderent: reliqui fere totidem ſcholam præ-
tereuntes & forte fortuna huc tantiſper delati impudentiam tuam admirabantur.
Itaque meram ſolitudinem veritus, quam improbo mendacio aliis exprobraſſes,
philoſophiam incoatam & vix quarta parte abſolutam deſeruiſti, id eſt, deſerere
quam deſeri maluiſti. O nebulonem nequam & hominum auribus impudenter
adhuc abuſum. Perge vero nō dico duos annos in iſta, quam incoaſti, philoſophia,
ſed ſi tamen Academiæ calamitas tam diuturna futura ſit duos menſes, & tum ſo-
litudinem veram in tua ſchola perſpicies atque intelliges, perſonam regij profeſſo-
ris commentis, fraudibus, mendaciis diutius ſuſtineri non poſſe, ſolida eruditione
opus eſſe: mathemata res mimicas & ſimulatione, ut inſolentiſſimè audes affirma-
re, contentas non eſſe. Quare deſines jam, deſines mihi crede mathematicas inu-
tiles calumniari. Verum pergamus. Mathematicæ artes, inquis, ſunt inut.

p.42.v.2.ꝓpoſuerit. quę eadē & Plat. ib.v.15.helicata p.43.v.9.mocriticū.ib.v.
11.geometræ.ib.v.19.horologij & v.eod.eſōno ex- ib.v.36.geometricæ. p.44.
v.29.aſymmetrã ib.v.33.*interpone ſic*: impudentia deluſit. At Deus æterne, quinã
mores iſti ſunt⁊aur quouſq; tandem perferē di? ſed quæſtionem perſequar & inu-
ſtam ariſtoteleæ ph. p.46.v.28.geometrica p.48.v.38. Geometriæ: Iohannes
Bu- p.49.v.ult.Platoq; in primis p.53.v.23.ſymmetriæ p.54.v.20.grammaticæ
benè loqui pag.61.verſic.15.Polonia, Pannonia, Italia. pag.63.verſ.20.& ſeqq.
Coloniam (Ioannes Stenius edito de variis artibus progymnaſmate oſtendit
quantam mathematum laudem Luneburgenſibus ſuis meriturus eſſet, ſi ſe totum
his ſtudiis penituſque dediſſet) Herlinus ib.n.32. Santbecus. p.65.v.27.diutur-
no p.66.v.23.diſpenſationibus. p.67.v.34.poterit. p.68.v.6.utque modo præ-
dicatur,ib.v.9.ſocioq;.ibid.v.39.liberalium diſciplinarum atq́ue p.69.v.18. Tu
Verres (ajebat architectus Prætori) hic ib.v.22.cognoſcendi.ibid.v.40.in iis pag.
73.v.4.*interponendum ſic*: fore: Veruntamen Ariſtippus, qui mathematicam obſcu-
ritatem averſatur, mathematicum ſtipendium nunquam averſatur. Quapropter.
v.12.

v.12.*iterum interponendum ſic:* cabit. Sed Ariſtippus iſtam architectonicã logicam
nullam didicit. Nolite à tali philoſopho talem expectare: nunquam tantum in lo-
gica boni ineſſe credidit. Quapropter ibid. v.15. tur. Obſcuritas ibid. v.29. reſ-
pondeam. Pauca p.74, v.7. & ſeq. damnatus (religionis n. fundamentum non-
nulli tum in ſcholaſticis ſophiſmatis collocarant) ſcribere pag.75. v.4. trahere.
Verum ib. v.33. tota & v.35. quæratur. Neque verò quæſtio hæc nova eſt: p.76
v.3. *στοιχειωτῶν* ib. v.8. ſum: ambo ib: v:22: quibus andabatis ib. v.34. ſint p.77. v.15
Philebo ib. v.31 *θριγκὸς* p.78 v.5. ſit. Numeratio ib. v.10 ſit: Logica ib. v.38 me-
tempſychoſim p.79, v.20 habeat? ib. v.26 perciperetur p.81, v.2 *νεωτέρας, τὰς δ'*
διεξοδικωτέρας, ib. v.8 repugnet. verum. ib. v.28. ſic Marinus v. eod. *εἰσαγωγὰς* p.82
v.39 reſ hi p.84, v.33 feciſſe, in theorematum, quod demonſtraſſe opor. p.86, v.
1 Vitello v. eo. appellaſſe. (Sic n. veterum alij (ut Pappus tertii libri initio docuit)
nominarunt omnem propoſitionem problema, alii theorema) nihil &c. pag.
91, v.15 ſuperioremque ib. v.25 demonſtrare (Sophiſma &c. ibid. v.33. argu-
mentum) quæſtio &c. ibid. v.36 convincendum (Atqui, & v.38 eſt) Hæc pag.
93, v.26. labyrinthos, pag.94, v.34 in elementis) plane ſunt pa.95, v.17 nec non
διανοητικῶν pag 96, v.8 dis. Sic pag.101, v.11 tandem ibid. v.35 contaret. p.106,
v.7 perpurgauit, v. eod. vado pag.109 v. 8 à mo- pag.111, v.10. Boethio & v.12
Boethii pag.113, v.28 *notas numerorum punctis ita diſtingue* 3 2 1 0 9 8 7 6 5 4 3 2 1
pag.114, v.14 ſubtractionem pag.117, v.36 Tonſtalli pag.120 v.13 17. vel 18
p.7. el. pag.123; v.35. cuſtoditæ pag.124, v.7 repetere ibid. v.19 datos primo
ibid. v.29 tinet 12, de 16 tandem v. eod. retinet 4: de 12 tandem reliquis ibid. v.
vlt. repetent: tum pag.126, v.15 elementa 19, in definitionibus pag.128, v.pen.
πλῆθος pag.132, v.18 vera ſunt quæ dicit, de ibid. v.24 multiplicium p.133, v.5 &
6 exemplum omiſſis numerorum notis priorib: ſic corrige

$3\frac{1}{3}$	duces diffe..	10..	20..	30.	40
	comites diffe..	3..	6..	9.	12.

Pag.135. v.27 *dele*, diviſus ibid. v.38 habetur. pag.136, v.24 *Ἀλκιβιάδου* v. ſeq. *πλη-*
θῶν ibid. v.30 *τεταγμένην* ibid. v.34 *dele*, quidem ibid. v.ult. *ἐξ πάντ᾽ ἀνθρώπων* p.137, v.
32. *φερόμενοι* ibid. v.35 *ᾗ* v.45 menſuram pag.138, v.1, 9, 10, 11, & 12 *pro voce*, Aſi-
næ, *ſubſtitue vocem*, mulæ ibid. v.25 ſi ſimilia, tollatur minor pag.140, v.14 geo-
metricæ *στοιχείων* pag.142, v.9 *dele verbum*, poſtremæ v.11. eſt: &. pag.144, v:27 7.
Plana p.145, v.40 *dele*, 10, d.1. pa.147, v.33 tactum eſt p.148, v.2 ubi figura eſt
lineatum undique terminatũ, ibid. v.35 *ἐκτείνεσθαι* ibid. v.39 *χάσματα* pag.149, v.6 cir-
culi id, ibid. v.35 è duplici nempe pag.155, v.29 *πηχυαῖα* ibid. v.31 *ἐστὶ* pag.169
v.30 infinitæ pag.172, v.1 (ait) Euclides rationem pag.180, v.1 rectis lineis cer-
nitur p.183; v.35. Quamobrem p.184, v.1 æquale parti p.190, v.20.. 4 ſi recta
p.197, v.3.30. pag.3. p.201. v.2. *ἐναρμόζεσθαι* p.202, v.pen. *dele*, radio p.203, v.
32 *ἀφαίρεσις* p.204, v.11 riam, angulus pag.209, v.8 nonaginta pag.210, v.21
$3013\frac{3}{4}$ ad ibid. v.25 ex eaque pag.217, v.36 ſimpliciter pag.218, v.6 *ἀκολούθησις*
p.228, v.5, fit ut pag 231, v.36 a e & e i pag.233, v.32 demonſtrare pag.235, v.
22 ti parallelogrammi. pag.237, v.33 *dele* 7.d. p.239, v.13 commune eſt, pag.

245,v.17. ferret. ibid.v.33 Theonis Pag.246,v.7, 1 & 3, p.8. ibid.v.12 *nonus debebat eſſe periodus,ibi:* 2.p.8 *cum ſit ſcholium in ſecundam.*p.249,v.29.23 per 4 p. 250,v.5.eaque omnia p.251,v.12.parium, p.254.v ult.illa verò ἄλογος p.259 v. 24.præponit v.25,patebat, p.260,v.8 *ita diſtingue*: Quadripartitæ tres dicentur, major,rationale med.&c. p.261,v.13 inveniendum rectas irrationales p.266,v. 35.poterunt p.267,v.10 irrationali- p.271, *exemplum multiplicationis in quadratis in fine ita emenda:* $\frac{225}{4}$ i. $\frac{15}{2}$ p.273,v.1. Lib.xx1111. ibid.v.3.Tranſpoſitis v.6 145—180 v.10.manent 8—124—112 v.ult. QUARTI FINIS. p.278,v.27 quæ res v.penul.verbum hic improp. p.288,v.21 hexahedrum v.32 comprehendũtur? p.289,v.34 qua p.292,v.28. 1 d 3. p.301,v.28.p.10. numerum p.303.v.8.ſeſquialteram. p.304. v.10.data ib.v.12.coniunguntur. p.307.v.6.proportionalibus.

FINIS.

